

2023年1月版

統計学の基礎から学ぶ
作業環境評価
個人曝露評価

熊谷信二 著

【著者略歴】

熊谷 信二（くまがい しんじ）

1975 年 京都大学工学部 卒業

1977 年 京都大学大学院工学研究科修士課程 修了

1977 年 社団法人 関西労働衛生技術センター

1985 年 大阪府立公衆衛生研究所

2010 年 産業医科大学

2018 年 同大学 定年退職

はじめに

わが国では、労働安全衛生法第 65 条および第 65 条の 2 により、一定の有害物質を使用する作業場では、定期的な作業環境濃度の測定とその評価が義務付けられている。また作業環境測定とその評価が適切に行われるように、作業環境測定基準および作業環境評価基準が定められている。そしてこれらの法的規制の実効性を担保するものとして、国家資格としての作業環境測定士の制度が定められている。このような法的制度の充実とともに、多くの産業現場において作業環境測定・評価が実施され、作業環境の改善も進められてきた。

一方、欧米では、作業者の呼吸域の有害物質濃度、すなわち個人曝露濃度の測定とその評価が作業場における有害物質管理の基本となっている。また現在、我が国でも個人曝露測定と評価を法的制度として取り入れる方向に進みつつある。したがって、作業環境測定士は作業環境測定とその評価法だけではなく、個人曝露測定とその評価法についても理解しておくことが必要である。

そのための基礎として統計学を学び、その知識を作業環境評価と個人曝露評価の理論に繋げていくことが必要であるが、国内にはそれらを系統的に記述した書物は見当たらない。そこで本書では、第 1 章で、有害物質濃度の測定と評価を行う上での基本事項について解説し、第 2 章で、度数分布、正規分布、対数正規分布および相関分析を学び、第 3 章で、それらの知識を基に、産業現場での有害物質濃度の分布が対数正規型であることを具体的なデータを用いて示して、対数正規分布に基づく統計学的手法を有害物質濃度の評価に適用することの妥当性を理解できるようにした。さらに産業現場における有害物質濃度の変動の大きさや時系列的変動における自己相関などについても、具体的なデータに基づいて学べるようにした。

第 4 章では、作業環境測定基準・作業環境評価基準に定められた作業環境濃度の測定・評価法を紹介するとともに、その理論的背景も理解できるようにした。第 5 章では、欧米で定められている個人曝露濃度の主な評価法、および国内で提案されている評価法を紹介するとともに、その理論的背景も理解できるようにした。最後に、第 6 章では、これら 2 つの評価法の関係について解説した。

なお、現行の作業環境評価法を理解するだけであれば、「2-2-6 の 2) 区間推定」「2-3-9 の 2) 区間推定」「2-5 相関分析」「3-3 気中有害物質濃度の自己相関」「3-4 平均化時間の変化による分布の変化」「3-5 混合曝露」などは読み飛ばしてもらっても結構である。一般に、統計学の本では、確率密度関数の導入は確率の定義からはじめるが、この本では度数分布から正規分布に結び付けるように意図したため、単位階級幅当たりの相対度数として確率密度を定義した。このため、既に統計学を学んだ方には違和感があるかもしれないが、その点をご容赦いただきたい。

本書は 2013 年に労働科学研究所（現・大原記念労働科学研究所）から出版された同タイトルの書籍（ISBN 978-4-89760-326-1）の第 5 章の一部（5-5, 5-6, 5-8）を改訂したものである。本書が職場の有害物質管理を担われている皆様の役に立つことを願っている。

2023 年 1 月

熊谷信二

目次

第1章 序論

1-1 気中有害物質濃度測定と評価の重要性	2
1-1-1 有害物質曝露による健康影響事例	2
1-1-2 健康影響が発生する前に対策を	5
1-2 気中有害物質の状態と濃度表示	7
1-2-1 有害物質の状態	7
1-2-2 濃度の表示法	7
1-3 体内への取り込みと体内での挙動	9
1-3-1 取り込み経路	9
1-3-2 体内での挙動	10
1-4 作業環境測定の方法	11
1-4-1 日本の方式と欧米の方式	11
1-4-2 用語の定義	11
1-4-3 作業環境測定	12
1-4-4 個人曝露測定	13
1-5 濃度分布	14
1-5-1 濃度分布には2種類ある	14
1-5-2 なぜ濃度分布を学ぶのか	15
1-5-3 個人曝露濃度にも分布がある	15
1-6 数学記号	16
1-6-1 統計	16
1-6-2 対数	16
第1章の参考文献	17
第1章のまとめ	18

第2章 測定値の取扱いの基礎

2-1 度数分布	22
2-1-1 度数分布の基礎知識	22
2-1-2 分布のパラメータ	25
2-1-3 確率密度分布	28
2-2 正規分布	31
2-2-1 正規分布の確率密度関数	31
2-2-2 正規分布のパラメータ	31
2-2-3 様々な正規分布	32
2-2-4 正規分布の面積	33
2-2-5 正規分布への適合度	37

2-2-6 標本を用いた分布のパラメータの推定	41
2-2-7 正規分布の標本の和の分布と標本平均の分布	47
2-3 対数正規分布	50
2-3-1 濃度の度数分布と対数変換	50
2-3-2 対数正規分布の定義と確率密度関数	51
2-3-3 対数正規分布のパラメータ(1)	51
2-3-4 様々な対数正規分布	52
2-3-5 対数正規分布のパラメータ(2)	52
2-3-6 平均および標準偏差が同じ対数正規分布と正規分布	54
2-3-7 対数正規分布の面積	55
2-3-8 対数正規分布に対応する正規分布	57
2-3-9 パラメータの推定	57
2-3-10 対数正規分布の標本の積の分布	63
2-4 測定値の変動	64
2-4-1 測定誤差による変動	64
2-4-2 日内変動および日間変動	65
2-5 相関分析	68
2-5-1 Pearson の相関係数	68
2-5-2 自己相関	72
第2章の参考文献	74
第2章のまとめ	75

第3章 気中有害物質濃度の時間的空間的変動

3-1 気中有害物質濃度分布	78
3-1-1 対数正規分布仮説	78
3-1-2 作業環境濃度	78
3-1-3 曝露濃度	80
3-2 濃度変動の大きさ	86
3-2-1 平均化時間の重要性	86
3-2-2 作業環境濃度の変動の大きさ	87
3-2-3 曝露濃度の変動の大きさ	91
3-3 気中有害物質濃度の自己相関	98
3-3-1 短時間曝露濃度の自己相関	98
3-3-2 8時間曝露濃度の自己相関	100
3-3-3 自己相関を考慮したサンプリング計画	101
3-3-4 換気と自己相関	102
3-4. 平均化時間の変化による分布の変化	105
3-4-1 理論的考察	105
3-4-2 Larsen の変換式	108

3-5. 混合曝露	111
3-5-1 2物質が混合して使用される場合	111
3-5-2 2物質が別の工程で使用される場合	112
第3章の参考文献	113
第3章のまとめ	114

第4章 作業場濃度の測定と評価法

4-1 作業環境濃度の変動モデル	116
4-1-1 モデル	116
4-1-2 パラメータの推定	118
4-2 作業環境濃度の測定	121
4-2-1 全体の流れ	121
4-2-2 単位作業場所の設定	121
4-2-3 測定日	123
4-2-4 A測定	123
4-2-5 B測定	124
4-3 作業環境濃度の評価法	126
4-3-1 作業環境評価基準における統計記号	126
4-3-2 A測定の評価	126
4-3-3 B測定の評価	128
4-3-4 総合評価	128
4-3-5 管理濃度	128
4-3-6 測定値の取扱い	128
4-3-7 評価結果の解釈	129
第4章の参考文献	133
第4章のまとめ	134

第5章 個人曝露濃度の測定と評価法

5-1 時間加重平均としての個人曝露濃度	136
5-2 職業性曝露限界（OEL）	137
5-2-1 OELの設定機関	137
5-2-2 OEL等の種類	137
5-2-3 適用時の注意点	139
5-3 個人曝露濃度の評価法の概要	141
5-3-1 欧米で公表されている評価法	141
5-3-2 国内で公表されている評価法	142
5-3-3 各評価法の特徴	142

5-4 米国労働安全衛生研究所（米国 NIOSH）の曝露評価法	144
5-4-1 全体の流れ	144
5-4-2 サンプルング方式	145
5-4-3 評価法	147
5-4-4 アクションレベル	153
5-5 米国産業衛生協会の曝露評価法	155
5-5-1 全体の流れ	155
5-5-2 目標の明確化	156
5-5-3 情報収集	156
5-5-4 曝露評価	157
5-5-5 定期再評価	159
5-5-6 評価の効率性と統計的手法	160
5-6 欧州規格（EN 689-2018）の曝露評価法	161
5-6-1 全体の流れ	161
5-6-2 基本特性評価	161
5-6-3 曝露測定と評価	163
5-6-4 定期再評価の実施	164
5-6-5 適合テスト	165
5-6-6 リスク低減対策	167
5-7 英国労働衛生学会およびオランダ労働衛生学会の曝露評価法	168
5-7-1 日間変動と作業員間変動	168
5-7-2 全体の構成	168
5-7-3 曝露評価	169
5-7-4 定期評価	172
5-7-5 各適合テストに用いる判定式の導出法	172
5-8 日本産業衛生学会・産業衛生技術部会の曝露評価法	175
5-8-1 全体の流れ	175
5-8-2 再評価・再測定	177
5-9 曝露区分評価法（1）測定日の8時間平均曝露濃度の評価	178
5-9-1 測定した日における測定対象者の曝露評価	178
5-9-2 測定した日における作業員グループの曝露評価	181
5-10 曝露区分評価法（2）日間変動を考慮した作業員グループの評価	187
5-10-1 評価式の導出	187
5-10-2 評価	189
第5章の参考文献	191
第5章のまとめ	193

第6章 作業環境測定と個人曝露測定

6-1 単位作業場所の管理区分と個人曝露濃度の関係	198
---------------------------	-----

6-2 気中濃度測定と労働衛生管理	201
6-2-1 測定と管理の関係	201
6-2-2 作業別曝露測定	202
6-2-3 リアルタイム測定器による測定	203
6-3 今後の気中濃度測定制度	204
第6章の参考文献	205
第6章のまとめ	206
付録・資料	
付録1 正規分布	208
付録2 対数正規分布	211
資料1 作業環境測定評価	215
資料2 日本産業衛生学会の「許容濃度等の勧告（2022年度）」	217

イラスト（図 1.9, 図 4.5） 永石有香

統計に関する記号

分布

μ	平均 (母平均)
σ^2	分散 (母分散)
σ	標準偏差
$CV = \frac{\sigma}{\mu}$	変動係数
m	標本平均
s^2	標本分散
s_{n-1}^2	不偏分散推定値
s	標本標準偏差
s_{n-1}	標本標準偏差 (不偏分散の平方根)
μ_g	幾何平均
σ_g	幾何標準偏差
m_g	標本幾何平均
$m_{g,i}$	i 番目の標本幾何平均
s_g	標本幾何標準偏差
$s_{g(n-1)}$	標本幾何標準偏差
$s_{g(n-1),i}$	i 番目の標本幾何標準偏差
X_{mode}	最頻値
X_{50}	50% 値、中央値
X_{95}	95% 値
$Pr(a \leq X \leq b)$	$a \leq X \leq b$ の確率

日内分布

$\mu_{g,wd,i}$	i 日目の日内分布の幾何平均
$\sigma_{g,wd}$	日内分布の幾何標準偏差
$m_{g,wd,i}$	i 日目の日内分布の標本幾何平均
$s_{g(n-1),wd,i}$	i 日目の日内分布の標本幾何標準偏差
$s_{g(n-1),wd}$	日内分布の標本幾何標準偏差

日間分布

$\mu_{g,bd}$	日間分布の幾何平均
$\sigma_{g,bd}$	日間分布の幾何標準偏差
$m_{g,bd}$	日間分布の標本幾何平均
$s_{g(n-1),bd}$	日間分布の標本幾何標準偏差

作業仲間分布

$\mu_{g,bw}$	作業仲間分布の幾何平均
$\sigma_{g,bw}$	作業仲間分布の幾何標準偏差

日内・日間分布

$\mu_{g,Tol}$	日内・日間分布の幾何平均
$\sigma_{g,Tol}$	日内・日間分布の幾何標準偏差
$m_{g,Tol}$	日内・日間分布の標本幾何平均
$s_{g,Tol}$	日内・日間分布の標本幾何標準偏差
m_{Tol}	日内・日間分布の平均の推定値
$X_{95,Tol}$	日内・日間分布の 95% 値の推定値

日内・作業仲間分布

$\mu_{g,wd \cdot bw}$	日内・作業仲間分布の幾何平均
$\sigma_{g,wd \cdot bw}$	日内・作業仲間分布の幾何標準偏差

日間・作業仲間分布

$\mu_{g,bd \cdot bw}$	日間・作業仲間分布の幾何平均
$\sigma_{g,bd \cdot bw}$	日間・作業仲間分布の幾何標準偏差
$m_{g,bd \cdot bw}$	日間・作業仲間分布の標本幾何平均
$s_{g(n-1),bd \cdot bw}$	日間・作業仲間分布の標本幾何標準偏差

T時間平均濃度の分布

$\mu_{g,wd}(T)$	T 時間平均濃度の日内分布の幾何平均
$\sigma_{g,wd}(T)$	T 時間平均濃度の日内分布の幾何標準偏差
$m_{g,bw}(T)$	T 時間平均濃度の作業仲間分布の標本幾何平均
$s_{g(n-1),bw}(T)$	T 時間平均濃度の作業仲間分布の標本幾何標準偏差

相関分析

ρ	Pearson の相関係数, 自己相関係数
r	標本相関係数, 標本自己相関係数

第 1 章

序論

第1章 序論

1-1 気中有害物質濃度測定と評価の重要性

1-1-1 有害物質曝露による健康影響事例

現在は労働安全衛生に関する法体系が整備され、産業現場で一定の有害物質を使用する場合、事業主には作業環境測定や特殊健康診断の実施と、その結果に基づく対策の実施が義務付けられている。このため、以前と比較すれば、劣悪な作業環境は減少し、その結果として重篤な健康影響事例は少なくなってきた。しかし、今日でも死亡を含む健康影響事例は発生している。このような健康影響を予防するためには、気中有害物質濃度の測定と評価の実施が不可欠であり、その重要性を理解するためには、過去の事例に学ぶことが必要である。

1) ベンゼン中毒

ベンゼンとは、炭素原子 6 個が環状に結合し、各炭素原子に水素原子 1 個が結合した化合物であり、常温で液体である。

1958 年 7 月に、ベンゼンを含むゴム糊を使ったサンダル製造に従事していた 17 歳の女性が、鼻血が止まらないため病院に入院し、10 日後に再生不良性貧血で死亡するという事件が起きた（文献 1-1）。作業場は集合住宅の 1 軒で、2 部屋を板の間にして、4 人の女性がサンダルを製造しており、繁忙期には、1 日に 1 人約 2L のベンゼンを使用していたという。その後、作業場の気中ベンゼン濃度を測定したところ 80～250ppm（当時の許容濃度は 25ppm）もあり、健診では、全員に血液の異常が認められた。



図1.1 1958年頃のサンダル製造作業場

行政機関による調査が行われ、同地域では、1 年前にも、別の事業所の作業員 1 人が中毒で死亡していたことが判明した。また、本事件の後、さらにサンダル製造作業員 2 人の死亡事故が発生した。履物工業 20 社を対象とした調査では、気中ベンゼン濃度は 200～400ppm であり、約 200 人の作業員の 8 割以上に貧血や白血球減少が認められた。そのため、①ゴム糊の溶剤をベンゼンからトルエンに変更、②換気装置の設置、③定期健診の実施を行った結果、貧血などの改善が見られた。結果的には、1962 年の 7 例目を最後に死亡者は発生しなくなったが、この事件は多くの教訓を残すこととなった。

中毒の発生要因としては、①毒性の強いベンゼンを使用したこと、②気中ベンゼン濃度測定による曝露状況の把握をしていなかったこと、③換気などの対策を行っていなかったことである。

この事例を受けて、1960年にベンゼン入りゴム糊の製造・使用が法的に禁止され、1961年には有機溶剤中毒予防規則が制定された。その後、1971年に特定化学物質等障害予防規則が制定され、ベンゼンは法的には「有機溶剤」から「特定化学物質」となり、より厳しい規制を受けることとなった。

2) 石綿がん

石綿とはアスベストともいい、天然で繊維状の鉱物である。耐熱性、耐摩耗性、耐薬品性、電気絶縁性などが優れ、様々な産業分野で使用されてきた。

2005年に旧石綿工場の周辺住民に多数の中皮腫患者が発生していることが判明し社会問題になった。中皮腫とは、肺を取り囲む胸膜、あるいは内臓を取り囲む腹膜の悪性腫瘍であり、石綿の吸入により引き起こされる疾患である。この問題がきっかけとなって、埋もれた多数の石綿被害者がいることが明らかになった。働いている時には、石綿の毒性について教えられていなかったため、退職後に肺がんや中皮腫になっても、仕事が原因であることがわからなかった人たちが、新聞報道などでその事実を知り、声を上げ始めたのである（文献1-2）。

石綿への最初の曝露から肺がんを発症するまでの潜伏期間は15～60年、中皮腫を発症するまでは14～75年などの報告がある（文献1-3, 1-4）。このように、発がん物質は初回曝露から発症するまでに長期間がかかるため、発症が退職後になることもめずらしくない。したがって、実際に取り扱っていた時期の曝露状況が不明となり、原因究明が不十分となる。また、石綿を取り扱っても直ぐには症状が出ないため、現場での対策に繋がりにくい面もある。このように、潜伏期間の壁のため、発がん物質の対策は後手に回ることが多い。したがって発がん物質をやむを得ず取り扱う場合は予防対策が不可欠であり、実施した対策の適切さを確認するためには気中有害物質濃度の測定と評価が重要となる。



図1.2 青石綿(クロシドライト)



図1.3 建設現場での粉塵曝露

3) 現在も発生している職業病

①じん肺

じん肺とは、不溶・難溶性の粉じんが肺胞に蓄積することによって起きる肺の疾患である。じん肺は江戸時代から鉱山などで見られた古典的な職業病であるが、現在でも新たな患者が発生している。特に、建設業であるトンネル掘削やビル解体作業などでは粉じんが大量に発生する上、日々作業場そのものが変化していくことも相まって、発生源対策の導入が進まず、作業者が高濃度の粉じんに曝露されている（文献 1-5）。じん肺には根本的な治療法はなく、しかも粉じん曝露を中断しても病状が進行することがある。そして病状が進むと、酸素ボンベを携帯しての生活を余儀なくされる。また続発性気管支炎や肺がんなどの合併症の発症リスクも高くなるなど、とても悲惨な病である。

②2-ブロモプロパンによる中毒

2-ブロモプロパンとは、炭素原子3個が直鎖状に結合し、それに臭素1個と水素7個が結合した物質であり、常温で液体である。

韓国の電子機器メーカーにおいて、1994年から2-ブロモプロパンを電子部品の浸漬工程で使用し始めたが、1995年に、女性労働者25人中17人が月経停止など卵巣機能低下症となり、うち6人は骨髄機能低下も併発し、また男性労働者8人中5人が無精子・精子減少など精子形成機能低下症となり、うち1人は骨髄機能低下も併発したというものである（文献1-6）。月経停止の女性労働者のうち4人に実施した卵巣の生検では、卵巣皮質には限局性またはび漫性の繊維増多がみられ、各種発育段階の卵胞はみられず、始原卵胞は不規則に萎縮し、その数は1例を除いて著しく減少していることが判明した（文献1-7）。使用された2-ブロモプロパンは、日本の化学メーカーがオゾン層保護の観点からフロン代替品として販売したものであり、動物実験などによる十分な毒性調査を行っていなかったが、その後に行われた動物実験によって、2-ブロモプロパンの生殖毒性と血液毒性が確認された。

事後に行われた模擬作業における気中2-ブロモプロパン濃度は9～20ppmであり、日本産業衛生学会の現在の許容濃度1ppmの10倍のレベルであった。この模擬作業は局所排気装置を稼働させて実施したものであるが、この職場では、当初、浸漬槽の局所排気装置が未設置であり、また浸漬液自動注入装置がなく、手作業で液の供給、混合をしていたため、もっと高濃度であったと考えられている。また、浸漬槽のトラブル時には局所排気装置のフード内に顔を入れて浸漬槽内を覗くが、模擬作業では浸漬液表面から1m上での2-ブロモプロパン濃度は4100ppmであったとのことである。（文献1-8）。

③インジウム錫酸化物による中毒

インジウムとは原子番号49の元素であり、従来から歯科用インプラントとして使用され、比較的安全な金属と考えられてきた。ところが、近年、わが国の電子機器メーカーにおいて、インジウム錫酸化物曝露による中毒が発生している。

インジウムは1990年代になって、化合物半導体であるインジウムリンとインジウム砒素の製造に使用され始め、さらに1990年代中頃から液晶ディスプレイやプラズマディスプレイの透明導電膜製造にインジウム錫酸化物が大量に使用され始めた。そのような中で、1994年よりインジウム錫酸化物の研磨作業を行っていた27歳の男性労働者が、1998年初めから乾性咳嗽と自覚症状を訴え、間質性肺炎と診断され、その後の治療にもかかわらず、2001年4月に両側気胸で死亡したのである（文献1-9）。その後の疫学調査と動物実験により、インジウム錫酸化物の肺障害性が明らかとなるとともに、国内および海外で他にも中毒事例が発生していることが判明した。また動物を用いた発がん試験から肺がんを引き起こすことがわかり（文献1-10）、気中濃度の基準値の見直しが進められている。

④1,2-ジクロロプロパンによる胆管がん

1,2-ジクロロプロパンとは、炭素原子3個が直鎖状に結合し、それに塩素2個と水素6個が結合した物質であり、常温で液体である。

2012年に、大阪市内の校正印刷会社において、多数の労働者が胆管がんを発症していることが発覚し社会問題になった（文献1-11,1-12）。その後の調査により、患者全員がインクの洗浄剤に含まれていた1,2-ジクロロプロパンに曝露されていたことが判明した。当時、この物質には法規制がなく、適切な対策を実施しないまま使用していたため、高濃度の曝露を受けていたのである。同社の労働者95人を対象とした疫学調査では、胆管がんの罹患リスクが一般人の1171倍に達していた（文献1-13）。また、1,2-ジクロロプロパンの累積曝露量（曝露濃度×曝露期間）が増加するとともに、胆管がん罹患率が上昇しており、量-反応関係が明確に示された。その後2013年から、1,2-ジクロロプロパンは特定化学物質になり、法的規制を受けることになった。また2014年には、国際がん研究機関（IARC）からグループ1「ヒトに対して発がん性がある物質」に分類された。

1-1-2 健康影響が発生する前に対策を

有害物質曝露による健康影響を予防するためにもっとも重要なことは、使用前に対象物質の性質や毒性をよく調べることである。当たり前のことのようにあるが、上記の2-ブロモプロパン、インジウム錫酸化物、1,2-ジクロロプロパンによる中毒事例では、十分な毒性調査をしないまま産業現場に導入され、作業者に重篤な健康影響が発生している。

2番目に重要なことは、作業環境の状態を把握し、そのまま作業を続けても健康影響が発生しないのか否かを確認することである。そのためのツールが気中有害物質濃度測定とその評価であり、その重要性が理解できる。

3番目は、気中有害物質濃度の評価により、現在の作業環境が不適切であると判断されれば、改善対策を実施することである。対策として優先順位の高いのは、毒性の低い代替品への変更、工程の変更、発生源の密閉化、局所排気装置の設置、全体換気装置の設置などの作業環境管理である。次いで、適切な作業要領、防塵マスクや防毒マスクの着用などの

作業管理である。また、作業者の健康影響を確認するための健康調査も必要である。

毒性情報を作業者に知らせることも重要である。事業者の立場からは、作業者に知らせると、怖がって作業をしなくなるのではないか、様々な要求がでて困るのではないかと思うかもしれないが、怖がるということは、自分の健康について考え始めることであり、作業者の要求は職場改善のために大いに参考になると考えるべきである。そして、作業者自身が自分の健康について考え、改善対策を真剣に検討し実行する職場風土を作ることが何よりも重要である。さらに付け加えるならば、自分達が使用する物質の毒性を知ることは作業者の権利でもある。

1-2 気中有害物質の状態と濃度表示

1-2-1 有害物質の状態

空気中の有害物質はその存在状態により、粉塵、ヒューム、ミストなどの粒子状物質と、ガス・蒸気状物質に分けられる。

粉塵は粉体の取り扱いや固形物の粉碎・研磨・研削などにより発生した微粒子が空気中を浮遊しているもので、粒径は1~150 μm 程度である。ヒュームは金属の蒸気などが空気中で冷却されて、あるいは化学変化を起こし微粒子となり空気中を浮遊しているもので、粒径は0.1~1 μm 程度である。また、ミストは液体の微細な粒子が空気中を浮遊しているものであり、メッキ液や研削液などが機械的な作用を受けて液滴が空気中に飛散し、あるいは蒸気が空気中で冷却されて液滴となり発生する。粒径は5~100 μm 程度である。

ガスと蒸気はいずれも気体であり、常温常圧(25 $^{\circ}\text{C}$ 、1気圧)で気体のものをガスといい、常温常圧では液体あるいは固体であるが、それが蒸発あるいは昇華して気体になったものを蒸気ということが多い。ただし、蒸気も含めてガスということもある。

1-2-2 濃度の表示法

1) 質量濃度

空気1 m^3 中に含まれる物質の質量を mg/m^3 あるいは $\mu\text{g}/\text{m}^3$ の単位で表示する。例えば、粉塵であれば、空気1 m^3 中に含まれる粉塵の質量である。粉塵の中に鉛が含まれており、気中鉛濃度を表示するのであれば、空気1 m^3 中に含まれる鉛の質量として示す。また、トルエン蒸気が含まれているのであれば、空気1 m^3 中に含まれるトルエンの質量として示す。どのような物質でも表わすことができる基本的な表示法である。

表1.1 濃度の表示法

表示法	単位
質量濃度	mg/m^3
	$\mu\text{g}/\text{m}^3$
比率濃度	% 100分の1
	ppm 1000000分の1
	ppb 1000000000分の1
個数濃度	個/ m^3
	繊維/ cm^3

2) 比率濃度

比率濃度の単位としてもっとも馴染みがあるのは% (100分の1) である。例えば、空気中の酸素濃度は21%であるが、それは、空気1 m^3 中の酸素だけを取り出して集めると、その体積が0.21 m^3 、つまり全体の21%を占めることを意味している。

ただし、有害物質の濃度を表示するには%では大きすぎる。そこでよく使用されるのがppmという単位である。これは1,000,000分の1のことである。例えば、トルエン蒸気が含まれる空気1 m^3 からトルエンだけを取り出して集めると、その体積が0.00002 m^3 (=20 mL)であったとする。この場合、トルエン蒸気の体積は空気全体の体積の1,000,000分の20なので、トルエン濃度は20ppmと表示される。濃度がもっと低い場合は、ppbという単位が使用される。これは1,000,000,000分の1のことであり、ppmの1000分の1である。粒子状物質の場合は体積換算が困難なので、ppmやppbの単位は使用しない。

mg/m³はシャルルの法則を用いて ppm に換算できる。例えばトルエンについて考えてみよう。気体の一般的な性質として、標準状態（0℃、1 気圧）では物質 1mol の体積は 22.4L（理想気体では 22.414L）である。物質 1mol の質量は分子量の数値にグラムを付けた量なので、トルエンでは 92.1g である。したがって、トルエン 92.1g の蒸気は 22.4L を占める。作業環境測定分野では、25℃、1 気圧（常温、常圧）を基本とするので、シャルルの法則から 1mol の体積は 24.47L ($= \frac{22.414 \times (273.15 + 25)}{273.15}$) となる。したがって、空気 1m³ 中にトルエン蒸気 1mol が存在している場合の濃度は 92100mg/m³ であり、かつ 24500ppm とも表示できる。これが換算の手順である。一般化すると以下のようになる。

$$x \text{ mg/m}^3 \Rightarrow \frac{24.47 x}{M} \text{ ppm}$$

$$y \text{ ppm} \Rightarrow \frac{M y}{24.47} \text{ mg/m}^3$$

ここで、 M は分子量である。

3) 個数濃度

粒子状物質の濃度は質量濃度で表わされることが多いが、粒子の個数濃度で表示される場合もある。空気 1m³ 当たりの粒子個数で表わされ、単位は個/m³ である。精密機器を製造するクリーンルームなどでは、質量濃度では管理ができないため、個数濃度が使用される。また同じ化学組成の粒子でも、ナノサイズ（1nm は 1mm の 1000,000 分の 1）の粒子は通常の粒子（マイクロサイズ）と毒性が異なる場合があるが、質量が小さいため、質量濃度測定器では把握できず、個数濃度測定器が使用されることがある。

また、石綿などの繊維状物質は、空気 1cm³ 当たりの繊維数で表わされ、単位は繊維/cm³ である。この場合、計測する繊維の形状には規定があり、石綿の場合は、長さ 5μm 以上、径 3μm 未満、長さとの径の比 3:1 以上のものを計数する。この条件は気中石綿濃度を測定する際の約束事であって、それ以外の形状の石綿繊維が無害という意味ではない。

4) 相対濃度

上の 3 つの濃度はいずれも絶対濃度と呼ばれるものであり、一定の体積の空気中に存在している有害物質の絶対量を示している。一方、相対濃度とは絶対濃度に比例する量であるが、有害物質の絶対量は示していない。例えば、粉塵が漂っている空間に光を当てると、光が散乱して粉塵が見える。この現象を利用したものが光散乱方式の粉塵測定器である。同種類で同粒径の粉塵であれば、気中濃度に比例して散乱光が強くなるので、散乱光の強さを測ることで粉塵濃度を示すのである。その他にも様々な方式の物があるが、いずれも絶対濃度への変換係数を求めて、測定値を絶対濃度に変換することで、有害物質濃度の評価ができるようになる。

1-3 体内への取り込みと体内での挙動

1-3-1 取り込み経路

① 経気道的取り込み

図 1.4 に呼吸器の構造を示す。呼吸により吸い込まれた空気は、鼻腔、咽頭、喉頭、気管、気管支、細気管支などの気道を通して呼吸細気管支および肺胞に達する。肺胞は径 0.1～0.3mm の袋で周囲を毛細血管が取り囲んでおり、この部位で酸素が肺胞空気から血液に取り込まれ、逆に二酸化炭素が血液から肺胞空気に排出される。肺胞は 7～15 億個あり、その表面積は 90～140m² に達する。空気中の有害物質はこの経路を通して体内に取り込まれる。これを経気道的取り込みという。

図 1.5 に、粒子状物質の粒径と呼吸器の各部位での沈着率を示す。粒径（空気動学的径）が 10 μ m 以上ものは大部分が鼻腔・口腔・咽頭・喉頭などの上気道に付着し、肺胞領域まで到達しない。上気道に付着した粒子は、その後、口から飲み込まれれば消化管に入り、溶解性のもは体内に吸収される。粒径が 10 μ m 以下になると、気道に付着するものも多いが、一部は肺胞領域まで到達する。気道壁面に付着したものは繊毛運動により口に排出され、飲み込まれれば消化管に入る。粒径がさらに小さくなると肺胞までの到達率が高くなり、そこで肺胞に沈着するか、あるいは呼気とともに再排出される。

肺胞への沈着率は粒径が 2 μ m 前後でピークとなり、それより小さくなると少し低下するが、0.5 μ m より小さくなると再び上昇し 0.02 μ m 前後で最大となる。肺胞に沈着した粒子状物質の中で可溶性のものは、血液やリンパ液に溶け込み全身に送られる。一方、難溶性のものは肺胞や呼吸細気管支に滞留する。

ガス・蒸気状物質の場合は、一部が気道壁面の粘液に溶け込むが、大部分は肺胞まで到達し、血液に溶解して全身に送られたり、一部はそのまま呼気により再排出される。

② 経口的取り込み

有害物質が付着した手で食事や喫煙をすると、それが口腔に入り、さらに飲み込まれ

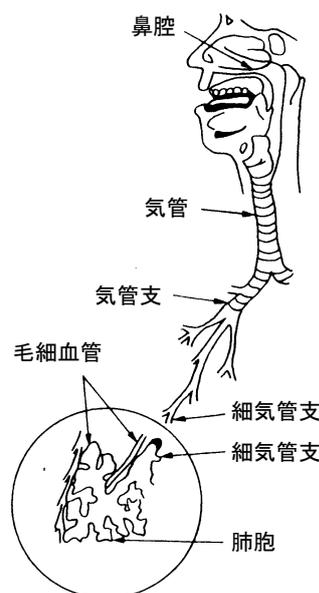


図1.4 呼吸器の構造
(文献1-14より)

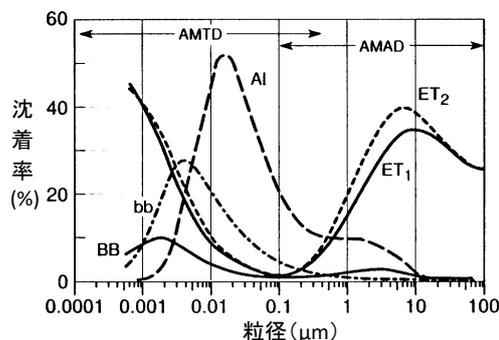


図1.5 粒子状物質の粒径と呼吸器への沈着率

ET₁: 前鼻腔, ET₂: 鼻腔・口腔・咽頭・喉頭
BB: 気管・気管支, bb: 細気管支・終末気管支
AI: 呼吸細気管支・肺胞
(文献1-15より)

ると消化管に達する。そこで溶解性の有害物質は小腸から吸収され、血流により一度肝臓に運ばれ、さらに全身に送られる。この経路を経口的取り込みという。難溶解性のものは糞便とともに排泄される。

③経皮的取り込み

図 1.6 に皮膚の構造を示す。表皮は厚さ 0.1～0.3mm で表面は角質層で覆われている。その下に厚さ 0.3～2.4mm の真皮がある。皮膚に付着した有害物質は毛嚢、汗腺、皮脂腺などを通して体内に侵入し、毛細血管に取り込まれて、全身に送られる。この経路を経皮的取り込みという。水や油への溶解性が大きい物質が取り込まれやすい。特に夏季は汗をかくため、毛嚢や汗腺の開口部が開いており有害物質は容易に侵入しやすい。

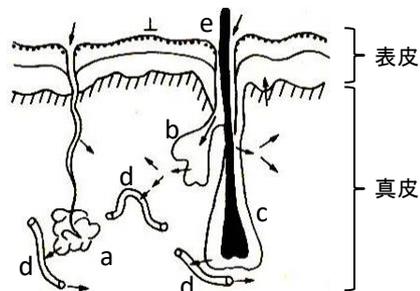


図1.6 皮膚からの取り込み
a: 汗腺と導管, b: 皮脂腺
c: 毛嚢, d: 毛細血管
e: 毛 →: 取り込み経路
(文献1-14より)

1-3-2 体内での挙動

有害物質による健康影響が生じるには2つの経路がある。ひとつは有害物質が皮膚や粘膜に接触した部位に刺激感、炎症、発赤、腐食などの直接の影響が出現するものであり、もうひとつは有害物質が体内に取り込まれて特定の臓器に影響が出現するものである。肺胞に沈着した粒子状物質の中で難溶解性のものは、滞留して肺胞や呼吸細気管支の線維化など様々な障害を与える。一方、肺胞、皮膚あるいは消化管から取り込まれた有害物質は血流を通して全身に運ばれ、親和性の高い臓器に蓄積して障害を与える。また、肝臓などで別の物質に代謝されるものもあり、物質によっては代謝物の毒性が元の物質の毒性よりも強くなることもある。そして腎臓あるいは肝臓を介して尿や胆汁とともに体外に排出される。

1-4 有害物質濃度測定の方法

1-4-1 日本の方式と欧米の方式

わが国では、労働安全衛生法により職場で使用する有害物質の適切な管理が義務付けられており、その一環として同法第 65 条に作業環境測定の定期的な実施とその評価が定められている。このため、作業環境測定士や企業の産業保健スタッフは、職場の気中濃度の測定と評価といえ、第 65 条で定められたものを思い浮かべることが多いと考えられる。いわゆる「場の測定」「場の評価」といわれるものである。ただし、欧米では、個人曝露測定とその評価が基本であり、国際的には大きく 2 つの方式があることは理解しておくべきである。また、場の測定だけでは適切な管理に結び付かない場面もあり、個人曝露測定との併用、あるいはその場面にあった方式を選択して、作業場のリスク管理に生かしていくことが重要であり、本書ではいずれの方式も同等に取り扱うことにする。

1-4-2 用語の定義

本書で使用する「作業環境測定」および「作業環境評価」という用語の定義を明確にしておく。作業環境というのは、作業場内の空間であって、作業者が曝される環境のことである。労働安全衛生法では、作業環境測定という用語を、第 2 条において「作業環境の実態を把握するため空気環境その他の作業環境について行うデザイン、サンプリング、及び分析（解析を含む）をいう」と定義している。この定義を満たす作業環境測定のひとつとして、労働安全衛生法第 65 条で定める作業環境測定がある。作業環境測定基準（労働省告示第 46 号（昭和 51 年 4 月 22 日），資料 1）に従って実施する方式であり、上記の「場の測定」のことである。一方、個人曝露測定は、第 2 条の作業環境測定の定義を満たせば、作業環境測定に含まれる。したがって、第 2 条の作業環境測定には、第 65 条で定める作業環境測定も個人曝露測定も含むことになる。

このため、「作業環境測定」という語を使用した時に、第 2 条のものを指すのか、第 65 条のものを指すのかを明確にしておかなければ、混乱を生じる可能性がある。そこで本書では、「作業環境測定」という語を第 65 条の作業環境測定を表現するものとして使用する。そして第 2 条で定義する広い意味での作業環境測定を「気中濃度測定」と呼ぶことにする。つまり「気中濃度測定」の中に「作業環境測定」と「個人曝露測定」を含み、それ以外の方式でも適切に作業環境を測定できるものも含むものとする。例えば、発生源の周囲に数点の測定点を選び、有害物質濃度を測定するような方式も含める。同様に、「作業環境評価」という語を第 65 条の作業環境評価を表現するものと

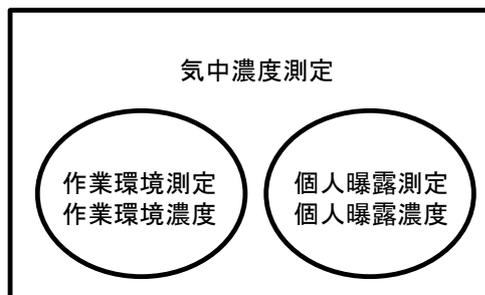


図1.7 本書での作業環境測定と作業環境濃度の定義

して使用する。そして作業環境測定および個人曝露測定の結果の評価、その他に適切な気中濃度測定の方式があればその結果の評価も含むものとして、つまり全ての気中濃度測定の結果の評価を含むものを「気中濃度評価」と呼ぶことにする。また、作業環境測定により測定する濃度を「作業環境濃度」、個人曝露測定により測定する濃度を「個人曝露濃度」あるいは単に「曝露濃度」と呼ぶ。

1-4-3 作業環境測定（4章参照）

作業環境測定は作業場（単位作業場所）内の気中有害物質濃度を評価するために行われる。図 1.8 に示すように、作業場（単位作業場所）において、縦横に 6m 以下の等間隔の平行線を引き、その交点を測定点とし、有害物質濃度を測定する。これが作業環境測定基準で定める A 測定である。縦と横の平行線の間隔は同じである必要はない。測定点は 5 点以上設定する必要があるが、作業場が著しく狭く、かつ有害物質濃度がほぼ均一である場合は、5 点未満でもよい。ただし、その場合は各測定点で繰り返し測定を行い、測定値の総数が 5 個以上になるようにしなければならない。例えば、測定点を 1 点とし 5 回以上繰り返し測定する。あるいは、測定点を 3 点とし、各測定点で 2 回以上ずつ測定するといった方法である。高さは床上 0.5～1.5m である。

各測定点でのサンプリング時間は 10 分以上が基本であり、1 つの作業場で最初のサンプリング開始から、最後のサンプリング終了までの時間を 1 時間以上とする。

作業環境測定には、A 測定の他に B 測定がある。①作業者が発生源とともに移動しながら作業を行う場合、②有害物質の発散を伴う作業を間欠的に行う場合、③作業者が発生源に近接して作業を行う場合には、作業者の周辺で有害物質濃度が高くなる可能性があるため、もっとも高くなると考えられる時間にもっとも高くなると考えられる位置で有害物質濃度を測定する。サンプリング時間は継続する 10 分間と定められている。

作業環境測定の結果は統計的な処理を行い、管理濃度と比較して作業場の評価を行う。この管理濃度は、行政が作業環境測定の結果を評価する目的で設定しているもので、数値が変更される場合がある。評価では、

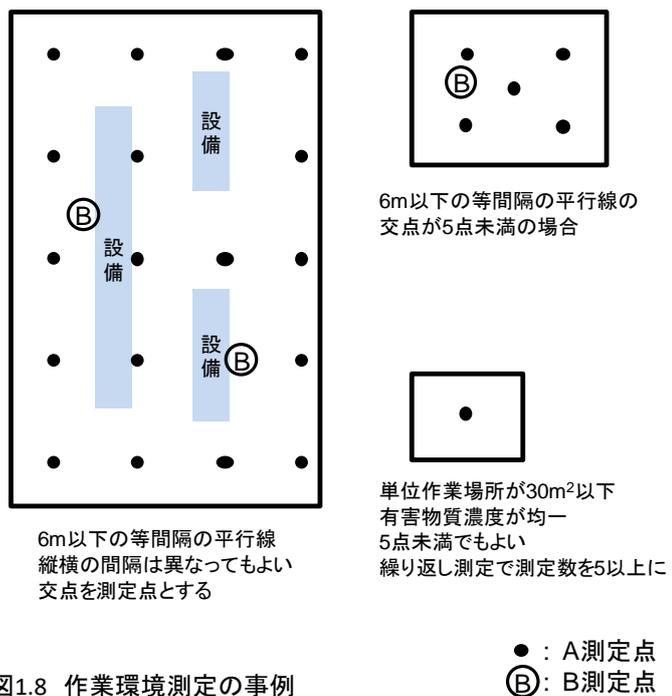


図1.8 作業環境測定の事例

作業場が第 1 管理区分、第 2 管理区分、または第 3 管理区分に判定され、それに従い適切な措置が求められる。

1-4-4 個人曝露測定（5章参照）

個人曝露測定は作業者の呼吸域の気中有害物質濃度を評価するために行われる。図 1.9 のように、作業者の襟元などに捕集器具を装着し、呼吸域の空気をサンプリングして有害物質濃度を測定する。これが個人曝露測定である。基本的な測定時間は 8 時間である。その他に、短時間の高濃度曝露を把握するために、15 分間の測定や、対象となる作業だけに絞って測定する方式などもある。

測定値の評価には職業性曝露限界を使用する。職業性曝露限界（OEL: Occupational Exposure Limit）という用語は一般的な名称であり、各機関により様々な名称が使用されている。わが国では、日本産業衛生学会が勧告している「許容濃度」が OEL に相当する。国際的には、米国の American Conference of Governmental Industrial Hygienists（ACGIH 米国産業衛生監督官会議）が勧告している Threshold Limit Value（TLV 閾値限界値）がよく知られている。8 時間平均濃度を評価する曝露限界や 15 分間平均濃度を評価する曝露限界、あるいは瞬間的にでも超えてはならない曝露限界などが定められている。

測定値を OEL と直接比較して評価することが多いが、濃度測定時の誤差、あるいは曝露濃度の日内変動、日間変動、作業者間変動を考慮して評価する方法も提案されている。

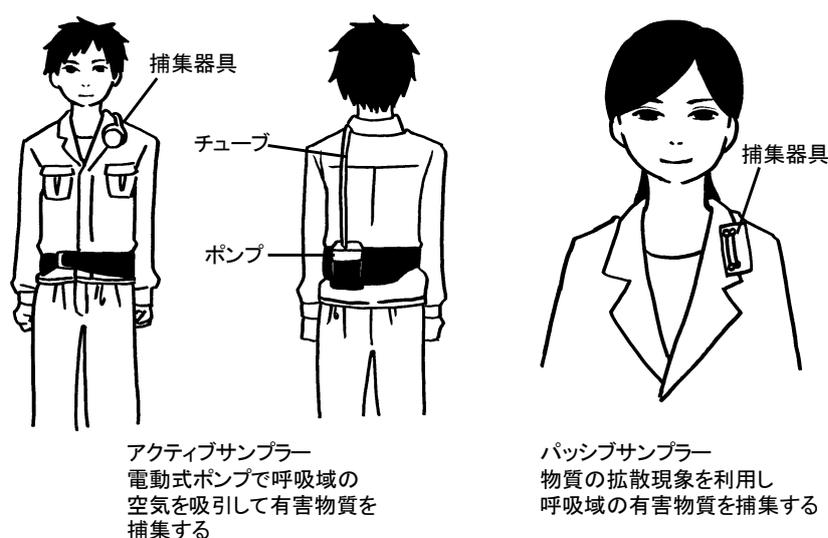


図1.9 個人曝露測定の事例

1-5 濃度分布

1-5-1 濃度分布には2種類ある

気中有害物質濃度の分布について考えてみよう。気中有害物質濃度分布という言葉は長いので、「濃度分布」と呼ぶことにする。

ある作業場で測定点を12点選び、有害物質の濃度を測定したところ、図1.10の結果が得られた。発生源付近で濃度が高く、そこから離れるにしたがって低くなっていることがわかる。地図で言う等高線のようなものが描けそうである。これが濃度分布のひとつのタイプであり、作業場内の有害物質の広がりを示している。この本では、このような分布を「拡散分布」と呼ぶことにする。12点を同時に測定すれば、その時刻における有害物質濃度の拡散分布が得られる。1点ずつ時間をずらして測定すれば、有害物質濃度の時間的な変動を含む拡散分布が得られる。

図1.10の濃度を0~9ppm、10~19ppm、20~29ppm、30~39ppmに分類すると、それぞれ2個、6個、3個、1個になる(図1.11)。これらの数値を度数といい、この作業場内では、有害物質濃度が10~19ppmの場所がもっとも多く、次いで20~29ppmの場所が多いことがわかる。これが濃度分布のもうひとつのタイプであり、「度数分布」と呼ばれる。度数分布は、一定の濃度範囲の有害物質濃度が多いか少ないか、つまり頻度を表わしているが、作業場のどのあたりの濃度が高いのかは示していない。12点を同時に測定すれば、その時刻における有害物質濃度の度数分布が得られる。1点ずつ時間をずらして測定すれば、有害物質濃度の時間的な変動を含む度数分布が得られるのは拡散分布と同様である。

さて、どちらの濃度分布の方が情報量が多いのであろうか。図1.10のような拡散分布がわかれば、それを基に図1.11の度数分布を作成することができる。しかし、度数分布から拡散分布を導くことはできない。したがって、拡散分布の方が情報量が多い。ただし、この本では主に度数分布について考える。したがって、以後、「濃度分布」という時は度数分布を指すことになる。



図1.10 A作業場の気中有害物質濃度 (ppm)

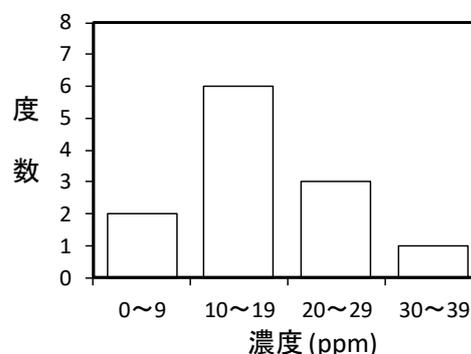


図1.11 気中有害物質濃度の度数分布

1-5-2 なぜ濃度分布を学ぶのか

図 1.10 を見れば、発生源の近くが 30ppm ともっとも濃度が高く、平均は 15.8ppm であることがわかる。仮に、この有害物質の基準値が 30ppm であったとすれば、最高値がその値以下であり、よく管理されていると言えそうである。しかし、濃度がわかったのは、作業場の中の無限にある点の中で 12 点にすぎない。測定していない場所、たとえば発生源の近くにはもっと濃度の高い場所があるかもしれない。また、測定していない場所の濃度も含めて平均すれば、15.8ppm より高くなるかもしれない。したがって、作業場の中のすべての場所の濃度を含めた濃度分布が分かれば、より正しい判断ができる。そのためにもっとも良いのは測定点を増やすことである。しかし、いくら増やしても、作業場内のすべての点の濃度を知ることはできない。そこで、測定値を基に、測定していない場所も含めた濃度の分布を推定することが行われる。そのためには、濃度分布の性質を知ることが必要である。

1-5-3 個人曝露濃度にも分布がある

これまでは作業環境濃度の分布について説明してきたが、曝露濃度にも分布がある。例えば、曝露濃度は時間とともに変動しており、ある作業者の 15 分間平均曝露濃度を連続して 8 時間測定すれば、32 個の測定値が得られる。それら曝露濃度を一定の濃度幅で分類すれば度数分布となる。あるいは作業者の 8 時間平均曝露濃度を 1 カ月間にわたり測定すれば約 20 個の測定値が得られるので、度数分布が作成できる。また、同じ作業をしている作業者のグループを設定し、各人の 8 時間平均曝露濃度を測定すれば、やはり度数分布が得られる。欧米では、このようにして得られた度数分布を使って曝露の評価を行っている。

1-6 数学記号

1-6-1 統計

この本では、統計数学の分野で一般に使用されている数学記号を用いる。敢えてこのことを言うのは、わが国の作業環境測定分野で使用されている数学記号が一般のものとは異なっているためである。例えば、幾何平均を M とし、幾何標準偏差を σ と表記する。しかし、一般にはこれらは平均（算術平均）および標準偏差に使用される記号である。通常は、幾何平均は μ_g を、幾何標準偏差は σ_g を使用する。添字に g を付けることで幾何 *geometric* の意味を持たせており、平均 μ および標準偏差 σ とは明確に区別している。また欧米の作業環境測定分野では、算術平均 M （あるいは AM ）、標準偏差 SD 、幾何平均 GM 、幾何標準偏差 GSD の記号も使用され、やはり明確に区別している。

さらに、幾何平均 M 、幾何標準偏差 σ という場合、大文字のローマ文字と小文字のギリシャ文字が混じっており、整合性もよくない。数学の分野では、母集団の平均（真の平均）を μ 、母集団から抽出した標本から推定した標本平均（推定値）を m とすることが多く、ギリシャ文字とローマ文字を使い分けている。したがって、作業環境測定分野以外の方が、幾何平均 M や幾何標準偏差 σ という記号を見ると混乱を生じる。このため、本書では数学記号を表 1.2 のように定める。各パラメータ（分布を規定する変数）の意味については、第 2 章で説明する。

1-6-2 対数

対数には、底に e を使用する自然対数と、 10 を使用する常用対数がある。数学分野では、それぞれ「 \log 」および「 \log_{10} 」が使用され、自然対数では底が省略される。一方、物理分野では、それぞれ「 \ln 」および「 \log 」が使用されることがある。わが国の作業環境測定分野では後者のものが用いられている。これら使用法の問題点は、どちらにも \log だけで底を省略した記述があり、それが異なる意味で使われていることである。そこで、この本ではどちらにも底を書き、自然対数を「 \log_e 」、常用対数を「 \log_{10} 」と明確にすることとした。

表1.2 分布のパラメータの記号

パラメータ	記号
母集団（真の値）	
平均	μ
分散	σ^2
標準偏差	σ
幾何平均	μ_g
幾何標準偏差	σ_g
推定値	
標本平均	m
標本分散	s^2
標本分散（不偏分散）	s_{n-1}^2
標本標準偏差	s, s_{n-1}
標本幾何平均	m_g
標本幾何標準偏差	$s_g, s_{g(n-1)}$

第1章の参考文献

- 1- 1 原一郎, 西島茂一. 大阪におけるビニル履物製造作業者のベンゼン中毒 その経過と問題点について. 労働科学季報 1960;8 (3・4):2-6.
- 1- 2 大島秀利. アスベスト, 広がる被害. 東京: 岩波書店, 2011.
- 1- 3 Kishimoto T, Ohnishi K, Saito Y. Clinical study of asbestos-related lung cancer. Ind Health 2003; 41:94-100.
- 1- 4 Bianchi C, Brollo A, Ramani L, et al. Asbestos exposure in malignant mesothelioma of the pleura: A survey of 557 cases. Ind Health 2001;39:161-167.
- 1- 5 熊谷信二, 松浦良和, 車谷典男. じん肺に罹患したハツリ工の健康障害—52例の解析—. 労働科学 2009;85:167-177.
- 1- 6 Park JS, Kim Y, Park DW, et al. An outbreak of hematopoietic and reproductive disorders due to solvents containing 2-bromopropane in an electronic factory, South Korea: Epidemiological survey. J Occup Health 1997;39:138-143.
- 1- 7 Koh JM, Kim CH, Hong SK, et al. Primary ovarian failure caused by a solvent containing 2-bromopropane. Eur J Endocrinol 1998;138:554-556.
- 1- 8 久永直見, 加藤桂一, 菅野誠一郎. フロン代替有機溶剤「2-ブロモプロパン」に生殖毒性が!. 労働安全衛生広報 1997;29 (666),28-31.
- 1- 9 Momma T, Ueno T, Sekizawa K, et al. Interstitial pneumonia developed in a worker dealing with particles containing indium-tin oxide. J Occup Health 2003;45:137-139.
- 1-10 Nagano K, Gotoh K, Kasai T, et al. Two- and 13-week inhalation toxicities of indium-tin oxide and indium oxide in rats. J Occup Health 2011;53:51-63.
- 1-11. Kumagai S, N Kurumatani, A Arimoto, et al. Cholangiocarcinoma among offset colour proof-printing workers exposed to 1,2-dichloropropane and/or dichloromethane. Occup Environ Med 2013;70:508-510.
- 1-12. Kubo S, Nakanuma Y, Takemura S, et al. Case series of 17 patients with cholangiocarcinoma among young adult workers of a printing company in Japan. J Hepatobiliary Pancreat Sci 2014;21:479-488.
- 1-13. Kumagai S, T Sobue, T Makiuchi, et al. Relationship between cumulative exposure to 1,2-dichloropropane and incidence risk of cholangiocarcinoma among offset printing workers. Occup Environ Med 2016;73:545-552.
- 1-14 労働省労働衛生課. これからの衛生管理. 東京: 中央労働災害防止協会, 1983.
- 1-15 Lippmann M. Size-selective health hazard sampling. In “Air sampling instruments, 8th Edition” edited by Cohen BS and Hering SV. Cincinnati: ACGIH, 1995.

第1章のまとめ

気中有害物質濃度測定と評価の重要性

・過去の健康影響事例に学ぶ

ベンゼン中毒

石綿がん

現在も発生している職業病

じん肺, 2-プロモプロパン中毒, インジウム錫酸化物中毒, 1,2-ジクロロプロパン胆管がん

・健康影響が発生する前に対策を

使用する前に有害物質の毒性を知る

作業環境状態を把握する ⇒ 気中濃度測定と評価はそのためのツールとして位置づけられる

改善対策を実施する

毒性情報を作業者に知らせる

気中有害物質の状態

・粒子状物質

粉塵 粉体の取り扱いや固形物の粉砕・研磨・研削などにより発生

粒径 1~150 μm 程度

ヒューム 金属の蒸気などが空気中で冷却されて微粒子となり発生

粒径 0.1~1 μm 程度

ミスト 液体の微細な粒子であり、メッキ液や研削液などが機械的な作用を受けて液滴が

空気中に飛散し、あるいは蒸気が空気中で冷却されて液滴となり発生

粒径 5~100 μm 程度

・ガス・蒸気状物質

ガス 常温常圧 (25 $^{\circ}\text{C}$ 、1 気圧) で気体のもの

蒸気 常温常圧では液体あるいは固体であるが、蒸発あるいは昇華して気体になったもの

ただし、ガスという語で蒸気も含む場合もある

気中有害物質濃度の単位

・質量濃度 空気 1 m^3 中に含まれる物質の質量を mg/m^3 あるいは $\mu\text{g}/\text{m}^3$ で表示する

・比率濃度 空気全体の体積とそこに含まれる物質の体積の比率を ppm (100 万分の 1) で表示する

質量濃度と比率濃度の換算式

$$x \text{ mg}/\text{m}^3 \Rightarrow \frac{24.47 x}{M} \text{ ppm}$$

$$y \text{ ppm} \Rightarrow \frac{M y}{24.47} \text{ mg}/\text{m}^3$$

ここで M は分子量

・個数濃度 空気 1 m^3 当たりの粒子個数を個/ m^3 で表示する

空気 1 cm^3 当たりの繊維数を繊維/ cm^3 で表示する

・相対濃度 一定体積の空気中の有害物質の絶対量を示すのではなく、絶対量に比例する量を示す

有害物質の取り込み経路

・経気道的取り込み 有害物質が気道を通って肺胞に達し、体内に取り込まれる

・経口的取り込み 有害物質が口腔に入り、さらに消化管を通して体内に取り込まれる

・経皮的取り込み 有害物質が皮膚の毛嚢、汗腺、皮脂腺などを通して体内に取り込まれる

気中濃度測定・評価の2つの方式

- ・日本は「場の測定」「場の評価」が法的に定められている
- ・欧米は「曝露の測定」「曝露の評価」が基本

気中濃度測定の定義

- ・労働安全衛生法第2条では、作業環境測定を「作業環境の実態を把握するため空気環境その他の作業環境について行うデザイン、サンプリング、及び分析（解析を含む）をいう」と定義している
- ・この本では、労働安全衛生法第65条方式の作業環境測定を「作業環境測定」と呼ぶ
- ・この本では、「気中濃度測定」の中に「作業環境測定」と「個人曝露測定」を含み、それ以外の方式でも適切に作業環境を測定できるものも含むものとする
- ・作業環境測定により測定する濃度を作業環境濃度と呼ぶ
- ・個人曝露測定により測定する濃度を個人曝露濃度と呼ぶ

作業環境測定

- ・A測定 作業場において、縦横に等間隔の平行線を引き、その交点の有害物質濃度を測定する
- ・B測定 移動作業、間欠作業および近接作業時には、作業者の周辺で有害物質濃度が高くなる可能性があるため、もっとも高くなる時間および位置で有害物質濃度を測定する
- ・作業環境測定の結果は統計的な処理を行い、管理濃度と比較して作業場の評価を行う
- ・作業場は第1、第2または第3管理区分に分類され、それに従い適切な措置が求められる

個人曝露測定

- ・作業者の呼吸域の空気をサンプリングして有害物質濃度を測定する
- ・測定値の評価には職業性曝露限界 OEL を使用する
- ・測定誤差や、日内変動、日間変動あるいは作業者間変動を考慮して評価する手法が提案されている

濃度分布

- ・濃度分布には拡散分布と度数分布がある
- ・拡散分布は、作業場内の有害物質の広がりを示している
- ・度数分布は、一定の濃度範囲の有害物質濃度の出現頻度を表わしているが、作業場のどのあたりの濃度が高いのかは示していない
- ・度数分布よりも拡散分布の方が情報量が多いが、本書では主に度数分布について考える

濃度分布の重要性

- ・測定値だけでは、測定していない場所の濃度はわからない
- ・発生源の近くには濃度が高くなる場所があるかもしれない
- ・測定値を基に、測定していない場所も含めた濃度の分布を推定する

曝露濃度の分布

- ・曝露濃度にも分布がある
- ・8時間の間には15分間平均曝露濃度が32個あり、一定の濃度幅で分類すれば度数分布となる
- ・8時間平均曝露濃度は日々変動しており、一定の濃度幅で分類すれば度数分布となる
- ・同じ作業をしている作業者でも曝露濃度は異なり、一定の濃度幅で分類すれば度数分布となる

数学記号

- ・統計数学の分野で一般に使用されている数学記号を用いる
- ・対数については、底を明確にするため、自然対数を「 \log_e 」、常用対数を「 \log_{10} 」と記述する

第2章

測定値の取扱いの基礎

第2章 測定値の取扱いの基礎

2-1 度数分布 (frequency distribution)

2-1-1 度数分布の基礎知識

1) 度数分布とは

度数分布をわかりやすく説明するために、一度、有害物質濃度の話から離れよう。

表 2.1 は、A 大学の 1 年生 1 クラスの 30 人全員の走り幅跳びの記録である。表 2.2 はその記録を短い順に並べたものである。これを基に記録を 1m ずつに分類すると表 2.3 が得られる。走り幅跳びの記録を 3m 以上 4m 未満、4m 以上 5m 未満、5m 以上 6m 未満の 3 つに分類しているが、これらを「階級」といい、1m を「階級幅」という。また、階級の中央、つ

表2.1 A大学30人の幅跳びの距離

No.	距離 (m)	No.	距離 (m)	No.	距離 (m)
1	4.28	11	4.72	21	3.95
2	4.50	12	3.82	22	4.47
3	4.05	13	5.22	23	4.75
4	4.80	14	4.41	24	4.11
5	5.52	15	4.57	25	4.88
6	4.35	16	4.18	26	4.45
7	4.92	17	4.98	27	4.66
8	5.04	18	5.31	28	4.25
9	4.65	19	4.52	29	5.03
10	4.55	20	4.62	30	4.21

表2.2 幅跳びの距離を短い順に並べた記録 (m)

記録 (m)		
3.82	4.45	4.75
3.95	4.47	4.80
4.05	4.50	4.88
4.11	4.52	4.92
4.18	4.55	4.98
4.21	4.57	5.03
4.25	4.62	5.04
4.28	4.65	5.22
4.35	4.66	5.31
4.41	4.72	5.52

表2.3 度数分布表(階級幅1m)

階級 (m)	階級値 (m)	度数
以上 未満		
3 ~ 4	3.5	2
4 ~ 5	4.5	23
5 ~ 6	5.5	5
計		30

表2.4 度数分布表(階級幅0.3m)

階級 (m)	階級値 (m)	度数
以上 未満		
3.55 ~ 3.85	3.70	1
3.85 ~ 4.15	4.00	3
4.15 ~ 4.45	4.30	6
4.45 ~ 4.75	4.60	10
4.75 ~ 5.05	4.90	7
5.05 ~ 5.35	5.20	2
5.35 ~ 5.65	5.50	1
計		30

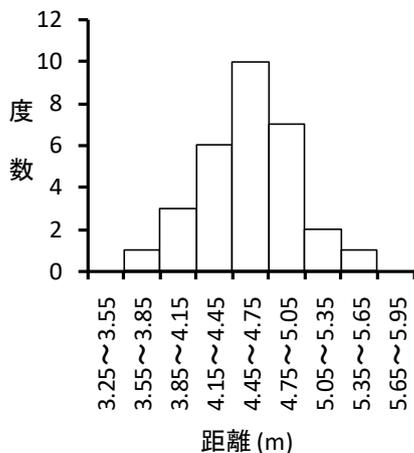


図2.1 走り幅跳びのヒストグラム
A大学30人 階級幅0.3m

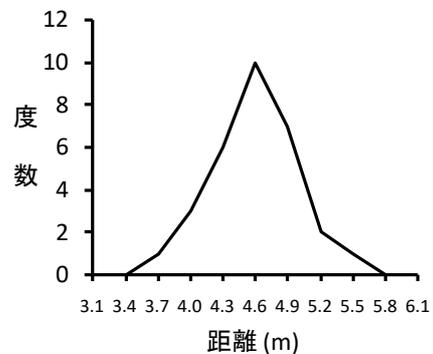


図2.2 走り幅跳びの度数分布多角形
A大学30人 階級幅0.3m

まり、3.5m、4.5m、5.5mを「階級値」と呼ぶ。そして各階級に分類された記録の個数を「度数」と呼ぶ。このようにデータを一定幅の階級に分類して、その個数を示したものが度数分布である。表 2.4 は、同じデータを階級幅 0.3m で分類した度数分布である。同じデータでも、階級幅が変われば度数分布は異なることがわかる。度数分布は図示するとわかりやすい。図 2.1 をヒストグラム、図 2.2 を度数分布多角形と呼ぶ。

2) 度数分布の比較

2つの集団の比較について考えよう。A 大学と同様に、B 大学の1年生1クラスの60人全員が走り幅跳びを行い、表 2.5 が得られた。A 大学と B 大学では、どちらの学生の方がよく跳んだと言えるであろうか。このような場合、度数分布を比較するとよい。上で見たように、同じデータであっても、階級幅が変わると度数分布が変わるので、比較するにあたっては階級幅を同じにしなければならない。表 2.6 は、階級幅 0.3m で分類した度数分布表である。図 2.3 は表 2.4 と表 2.6 を基にして、2つの大学の度数分布多角形をひとつのグラフにまとめたものである。B 大学の方が総数が60人と多いので、各階級の度数も多く、このままではどちらの大学の学生がよく跳んだのかはわかりにくい。

表2.5 B大学60人の幅跳びの距離

No.	距離 (m)										
1	3.93	11	4.90	21	4.71	31	4.66	41	4.18	51	4.11
2	4.67	12	5.01	22	4.27	32	4.37	42	4.09	52	4.40
3	4.46	13	4.14	23	4.32	33	4.75	43	4.74	53	4.67
4	4.12	14	4.40	24	3.56	34	5.36	44	5.02	54	4.73
5	4.41	15	4.88	25	4.31	35	4.82	45	4.51	55	4.42
6	4.49	16	3.89	26	4.68	36	4.58	46	4.69	56	4.81
7	4.76	17	4.44	27	4.73	37	4.43	47	4.35	57	5.27
8	4.21	18	4.78	28	4.55	38	4.48	48	4.11	58	3.83
9	4.07	19	4.97	29	5.14	39	4.87	49	4.74	59	4.62
10	4.60	20	4.57	30	4.42	40	3.76	50	4.57	60	5.06

表2.6 B大学60人の度数分布表

階級 (m)	階級値 (m)	度数
以上 未満		
3.55 ~ 3.85	3.70	3
3.85 ~ 4.15	4.00	8
4.15 ~ 4.45	4.30	14
4.45 ~ 4.75	4.60	20
4.75 ~ 5.05	4.90	11
5.05 ~ 5.35	5.20	3
5.35 ~ 5.65	5.50	1
計		60

表2.7 2大学の相対度数分布表(階級幅0.3m)

階級 (m)	階級値 (m)	A大学 30人		B大学 60人	
		度数	相対度数	度数	相対度数
以上 未満					
3.55 ~ 3.85	3.70	1	0.033	3	0.050
3.85 ~ 4.15	4.00	3	0.100	8	0.133
4.15 ~ 4.45	4.30	6	0.200	14	0.233
4.45 ~ 4.75	4.60	10	0.333	20	0.333
4.75 ~ 5.05	4.90	7	0.233	11	0.183
5.05 ~ 5.35	5.20	2	0.067	3	0.050
5.35 ~ 5.65	5.50	1	0.033	1	0.017
計		30	1.000	60	1.000

そこで、度数を総数で割った値、すなわち「相対度数」を算出してみよう。表 2.7 に相対度数分布表を、図 2.4 に相対度数分布多角形を示す。図を見ると、A 大学の学生の方が右側に寄っており、B 大学の学生よりもよく跳ぶことがわかる。このように、2 つの集団を比較する場合は、相対度数が便利である。相対度数は度数を総数で割ったものなので、相対度数の総和は必ず 1 になる（表 2.7 最下段）。

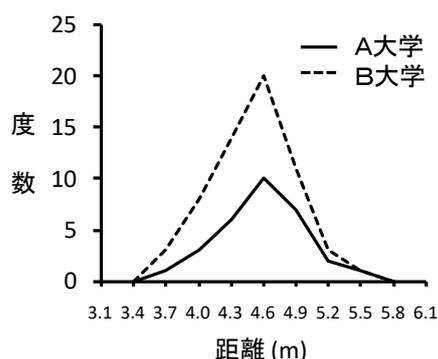


図2.3 2大学の度数分布多角形
階級幅0.3m

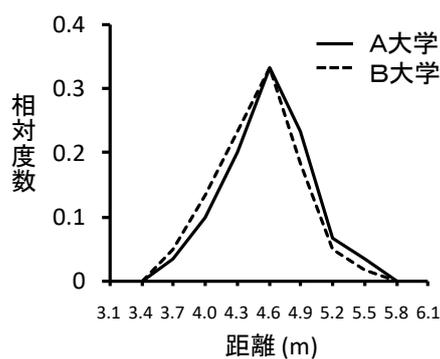


図2.4 2大学の相対度数分布多角形
階級幅0.3m

3) 累積度数分布

表 2.8 の 5 列目には、B 大学の 60 人について低い階級の度数から順に足し合わせた数値を示したが、これを「累積度数」と呼ぶ。例えば、4 段目の数値は 45 であるが、これは 4.75m 未満の学生が 45 人いたことを表わしている。これを総数 60 人で割った値が、6 列目の「累積相対度数」である。累積相対度数は最大で 1 になる。図 2.5 に累積相対度数分布を示す。相対度数は 100 を掛けて % で表わすこともある。その場合は、縦軸の最大は 100% になる。

表2.8 累積度数分布表(B大学の60人)

階級 (m)	階級値 (m)	度数	相対度数	累積度数	累積相対度数
以上 未満					
3.55 ~ 3.85	3.70	3	0.050	3	0.050
3.85 ~ 4.15	4.00	8	0.133	11	0.183
4.15 ~ 4.45	4.30	14	0.233	25	0.417
4.45 ~ 4.75	4.60	20	0.333	45	0.750
4.75 ~ 5.05	4.90	11	0.183	56	0.933
5.05 ~ 5.35	5.20	3	0.050	59	0.983
5.35 ~ 5.65	5.50	1	0.017	60	1.000
計		60	1.000		

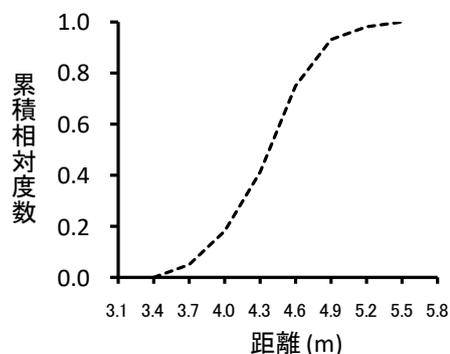


図2.5 B大学の累積相対度数分布
階級幅0.3m

2-1-2 分布のパラメータ (分布を規定する変数)

次に分布を規定する変数、すなわちパラメータについて考える。

1) 分布の代表値

①平均 (mean)

表 2.9 は、A 大学と C 大学の 1 年生 1 クラスの全員それぞれ 30 人の走り幅跳びの記録を学生番号順に並べたものである (A 大学の記録は表 2.1 と同じ)。また、表 2.10 は短い順に並べ替えたものである。図 2.6 は 2 つの大学の度数分布である。これらの分布を代表するパラメータとしてまずあげられるのが、次式で算出する平均 μ である。算術平均 (arithmetic mean) とも言う。

$$\mu = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{式 2.1}$$

ここで $X_i = i$ 番目の値、 $n =$ 総数である。A 大学および C 大学ではそれぞれ $\mu = 4.59$ および 4.58 (m)となる。

度数分布のみが示されている場合は、次式で算出する。

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^k Y_j n_j}{n} \quad \text{式 2.2}$$

ここで $k =$ 階級の数、 $Y_j = j$ 番目の階級の階級値、 $n_j = j$ 番目の階級の度数である。A 大学 (表 2.4) では $\mu = 4.59$ (m)となる。

式 2.2 から次式が導ける。

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^k Y_j n_j}{n} = \sum_{j=1}^k Y_j \frac{n_j}{n} = \sum_{j=1}^k Y_j f_{Rj} \quad \text{式 2.3}$$

ここで $f_{Rj} = j$ 番目の階級の相対度数である。

②中央値 (medium)

中央値とは X_i を小さい順に並べた時に、 i が奇数の場合は中央に位置する値であり、 i が偶数の場合は真ん中の 2 つの値の平均である。A 大学であれば、4.55 と 4.57 の平均 4.56 (m)が中央値となり、C 大学であれば、4.52 と 4.62 の平均 4.57 (m)が中央値となる。

度数分布のみが示されている場合は、中央に位置する値が属する階級の階級値が中央値となる。A 大学および C 大学であれば、中央に位置

表 2.9 2大学の記録

No.	A大学 (m)	C大学 (m)
1	4.28	4.17
2	4.50	3.56
3	4.05	4.94
4	4.80	4.47
5	5.52	5.01
6	4.35	3.21
7	4.92	4.52
8	5.04	5.73
9	4.65	4.06
10	4.55	4.63
11	4.72	5.31
12	3.82	4.35
13	5.22	5.12
14	4.41	4.45
15	4.57	3.42
16	4.18	4.86
17	4.98	5.06
18	5.31	5.97
19	4.52	3.89
20	4.62	4.62
21	3.95	3.85
22	4.47	5.61
23	4.75	4.37
24	4.11	4.98
25	4.88	4.74
26	4.45	3.77
27	4.66	5.37
28	4.25	4.23
29	5.03	4.83
30	4.21	4.43

表 2.10 並べ替え

A大学 (m)	C大学 (m)
3.82	3.21
3.95	3.42
4.05	3.56
4.11	3.77
4.18	3.85
4.21	3.89
4.25	4.06
4.28	4.17
4.35	4.23
4.41	4.35
4.45	4.37
4.47	4.43
4.50	4.45
4.52	4.47
4.55	4.52
4.57	4.62
4.62	4.63
4.65	4.74
4.66	4.83
4.72	4.86
4.75	4.94
4.80	4.98
4.88	5.01
4.92	5.06
4.98	5.12
5.03	5.31
5.04	5.37
5.22	5.61
5.31	5.73
5.52	5.97

する値はいずれも 4.45~4.75 に属することがわかるので (図 2.6)、その階級値 4.60 (m) が中央値となる。ただし階級幅が異なると中央値も異なり、A 大学の場合、階級幅が 1m (表 2.3) であれば 4.50 (m) になる。

③最頻値 (mode)

度数がもっとも多い階級の階級値が最頻値である。A 大学と C 大学はともに 4.45~4.75 (m) の度数がもっとも多く、その階級値 4.60 (m) が最頻値となる。ただし階級幅が異なると最頻値も異なり、A 大学の場合、階級幅が 1m (表 2.3) であれば 4.50 (m) になる。

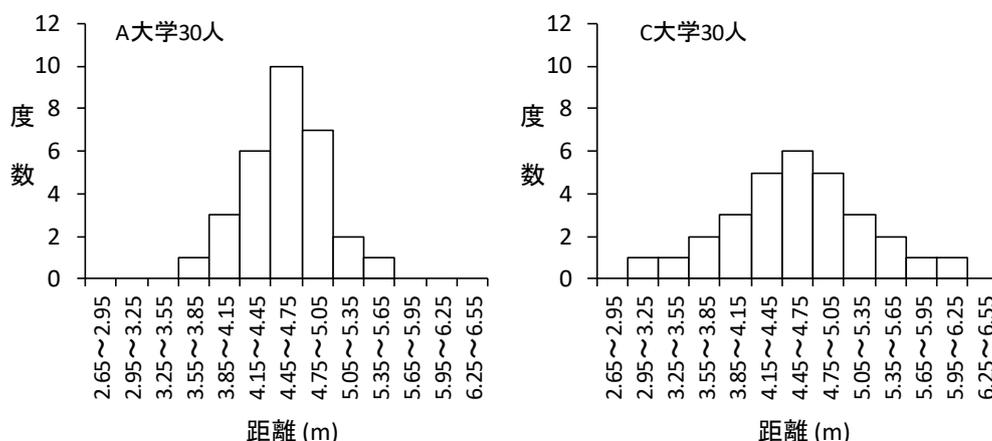


図2.6 2大学の走り幅跳びの度数分布の比較 (階級幅0.3m)

2) 分布の散らばり

①分散 (variance)

前項では、A 大学と C 大学の学生の走り幅跳びの距離の分布の代表値を算出したが、2 つの大学の値はほぼ同程度であった。しかし度数分布 (図 2.6) を比べると、C 大学の方が左右に広がっていることがわかる。言い換えれば、C 大学の方が記録が学生間でばらついている。このようなばらつきの程度、あるいは散らばりの程度を数値で表わすにはどうすればいいであろうか。

図 2.7 は各学生の走り幅跳びの記録を学生番号順に示したものである。散らばりの程度ということであれば、各学生の記録 X_i (m) から平均 μ (m) までの距離 $|X_i - \mu|$ が指標となるだろう。ここで $| \quad |$ は絶対値の記号である。そして全学生の $|X_i - \mu|$ の平均

$$\frac{|X_1 - \mu| + |X_2 - \mu| + \dots + |X_n - \mu|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \mu|}{n}$$

が集団全体の散らばりの程度を表わしている。ただし絶対値は数学的に扱いにくいので、その代わりに $(X_i - \mu)^2$ を用いると次式になる。

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n} \quad \text{式 2.4}$$

σ^2 を分散と呼び、分布の散らばりを表わす指標である。A 大学および C 大学ではそれぞれ $\sigma^2 = 0.16$ および $0.44 \text{ (m}^2\text{)}$ となり、C 大学の方が約 3 倍大きい。

度数分布のみが示されている場合は、式 2.5 で算出する。A 大学 (表 2.4) では $\sigma^2 = 0.15 \text{ (m}^2\text{)}$ となる。

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (Y_j - \mu)^2 n_j}{n} \quad \text{式 2.5}$$

分散は相対度数から次式を用いて算出することもできる。

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^k (Y_j - \mu)^2 f_{Rj} \quad \text{式 2.6}$$

②標準偏差 (standard deviation)

標準偏差 σ は分散の平方根である。A 大学および C 大学ではそれぞれ $\sigma = 0.40$ および 0.67 (m) となる。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}} \quad \text{式 2.7}$$

ところで、試験の成績を表わす指標として、点数とは別に「偏差値」が使われるが、これは標準偏差と関連がある。偏差値は次式で算出する。

$$\text{偏差値} = 50 + 10 \times \frac{X_i - \mu}{\sigma}$$

ここで X_i は点数、 μ および σ は試験を受けた全員の平均と標準偏差である。例えば、1000 人が数学の試験を受けて、全員の平均が 62 点、標準偏差が 13 点であったとする。ある学生の成績が 85 点とすれば、 $\mu = 62$ 、 $\sigma = 13$ および $X_i = 85$ を上式に代入して、偏差値 = 67.7 が算出される。もし平均と同じ 62 点であれば偏差値 = 50 となり、平均 + 標準偏差の 75 点であれば偏差値 = 60 となり、平均 - 標準偏差の 49 点であれば偏差値 = 40 となる。つまり平均を偏差値 = 50 とし、平均 + 標準偏差を偏差値 = 60、平均 - 標準偏差を偏差値 = 40 となるようにしたものが偏差値である。したがって、偏差値の平均は必ず 50 に、偏差値の標準偏差は 10 になっている。

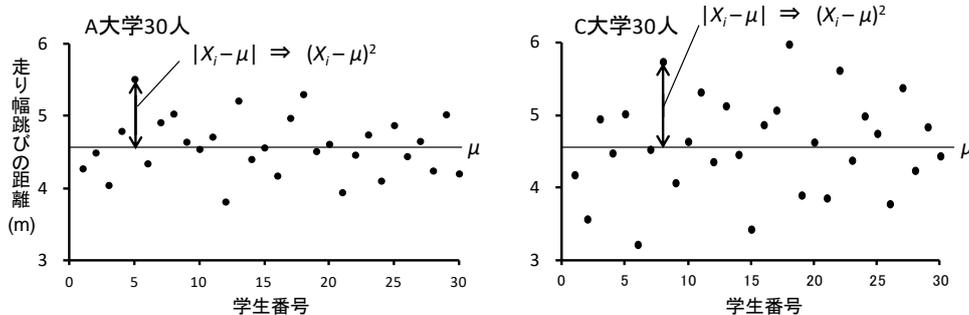


図2.7 各学生の走り幅跳びの記録の散らばり

2-1-3 確率密度分布 (probability density distribution)

ここまでは、各大学の1年生1クラスの全学生の分布について考えてきた。例えば、A大学であれば、図2.6左図のヒストグラムは1クラスの30人全員の分布であり、2-1-2で算出した平均、分散、標準偏差はこの30人の分布のパラメータである。さて、ここからはA大学の1年生が非常に多く、その中から無作為に(ランダムに)抽出した30人について考える。そしてその30人の度数分布が図2.6左図であったとしよう。つまり、これは学生全体の中から抽出された標本(サンプル)の分布であり、学生全体の分布とは完全には一致しない。

1) 相対度数をより深く考えよう

①階級幅をさらに狭くすると

図2.8の上段左図は、A大学の1年生から無作為に抽出された学生30人の走り幅跳びの距離を階級幅0.3mで分類したヒストグラムである。さて、階級幅を0.3mからさらに狭くして0.1mにするとどうなるであろうか。そのヒストグラムを図2.8の上段中央に示すが、歯抜けの部分が出てくる。サンプルサイズが小さいため、階級幅を狭くして階級の数を増やすと、度数が0になる階級が出てくるためである。階級幅0.3mの分布(図2.8の上段左図)と比較すると、分布の形がスムーズでない。

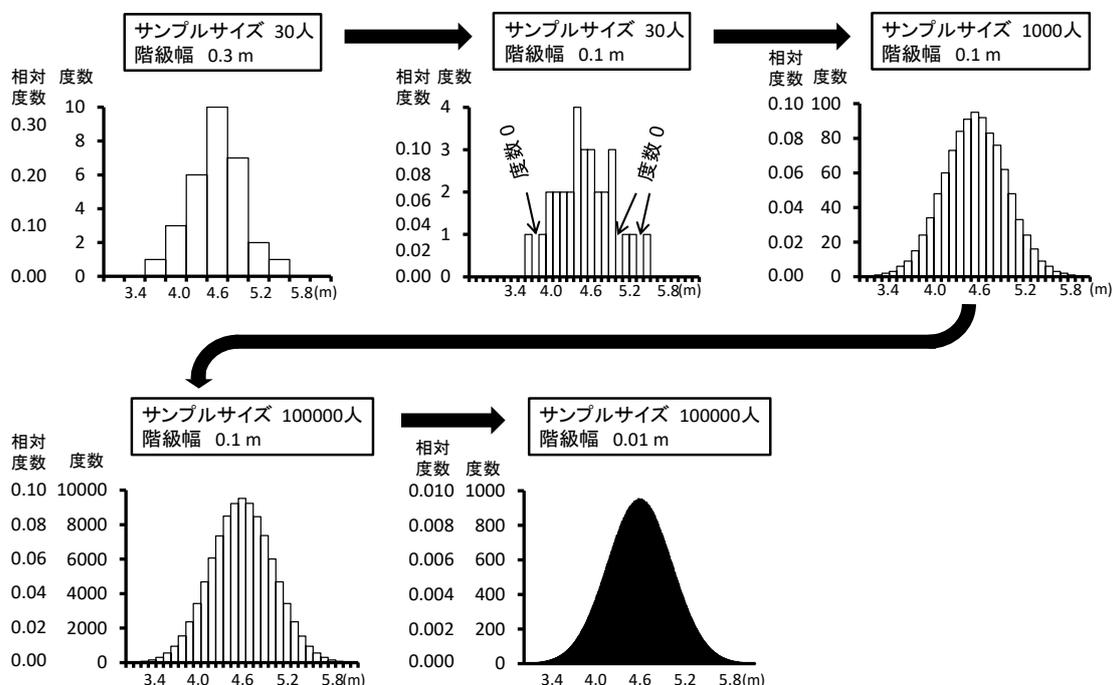


図2.8 サンプルサイズおよび階級幅の変化による相対度数分布の変化

②サンプルサイズを大きくすると

そこで、抽出する学生数を 1000 人に増やし測定した。ヒストグラム（上段右図）は釣鐘型のきれいな形になっている。さらに学生数を 100000 人に増やし測定した（1 学年に 10 万人もいる大学は日本にはないが）。度数分布（下段左図）の形は 1000 人の場合とほとんど変わらないが、各階級の度数がそれぞれ 100 倍程度になっている（縦軸の度数の目盛りが 100 倍になっている）。そこで縦軸を相対度数で表わすと、目盛りも形もほぼ同一になる。このように測定する人数をある程度以上に増やすと、相対度数分布はほとんど変わらなくなる。

③もう一度、階級幅を狭くする

サンプルサイズが 100000 人であれば、階級幅を 0.01m に狭くしても、度数分布（下段右図）が歯抜けにならず、形が崩れることはなくなる。ただし、階級幅 0.1m の場合（下段左図）と比較すると、形はほぼ同一であるが、各階級の相対度数は低くなる（縦軸の相対度数の目盛りが 1/10 になっている）。サンプルサイズは変わらないのに、階級の数が増え、各階級の度数が少なくなったためである。

2) 確率密度はサンプルサイズと階級幅に影響を受けない

①確率密度 (probability density)

上記のように、サンプルサイズがある程度以上になると、相対度数分布は、階級幅が同一であればほとんど変化しない。しかし、階級幅が異なると、相対度数分布の形は変わらないのに、縦軸の目盛りが変化する。

そこで、サンプルサイズにも階級幅にもあまり影響を受けないものとして確率密度を導入する。度数をサンプルサイズで割り、さらに階級幅で割ったものである。つまり、相対度数を階級幅で割った値であり、単位階級幅当たりの相対度数とすることができる。図 2.8 の縦軸を相対度数から確率密度に変えたものが図 2.9 である。サンプルサイズが 1000 人（上段右図）から 100000 人（下段左図）に増加しても、階級幅が 0.1m（下段左図）から 0.01m（下段中央図）に狭くなっても、確率密度分布はほとんど変化しない。

②階級幅を 0 に、サンプルサイズを無限大に近づける

こんなことは現実的ではないが、頭の中で考えてみよう。階級幅を 0.01m から 0.001m、さらに 0.0001m とどんどん小さくしていき 0 に近づける。そうすると、各階級の度数は減少して 0 に近づくので、0 にならないようにサンプルサイズをどんどん大きくしていく。こうして階級幅を限りなく 0 に近づけ、サンプルサイズを限りなく大きくしていくと、階級は連続変数になり、連続変数の確率密度分布（図 2.9 の下段右図）ができあがる。この例では確率密度の最大値は 0.95 付近であるが、この値は分布により異なる。

この連続変数は確率変数のひとつである。確率変数とは、ある集団から標本を無作為に抽出した時に一定の割合（確率）で抽出される数値のことである。確率変数を表わすのに X 、 Y などの大文字を用いることが多い。また、確率変数 X の確率密度を x の関数 $f(x)$ として

表わしたものを確率密度関数と呼ぶ。定義により、確率密度に階級幅を掛けると相対度数になるので、その総和は1になる。つまり、階級幅を Δx とすると、 $f(x)\Delta x$ は相対度数になり、その総和は $\sum f(x)\Delta x = 1$ となる。 Δx を限りなく0に近づけると、積分の形になり、 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ となる。これは確率密度関数と x 軸に挟まれた部分の面積は、分布の型にかかわらず、1であることを示している。また、 $\int_a^b f(x)dx$ は a 以上 b 以下の階級の相対度数になり、それは確率変数 X が a と b の間に存在する確率 $Pr(a \leq X \leq b)$ を示している。

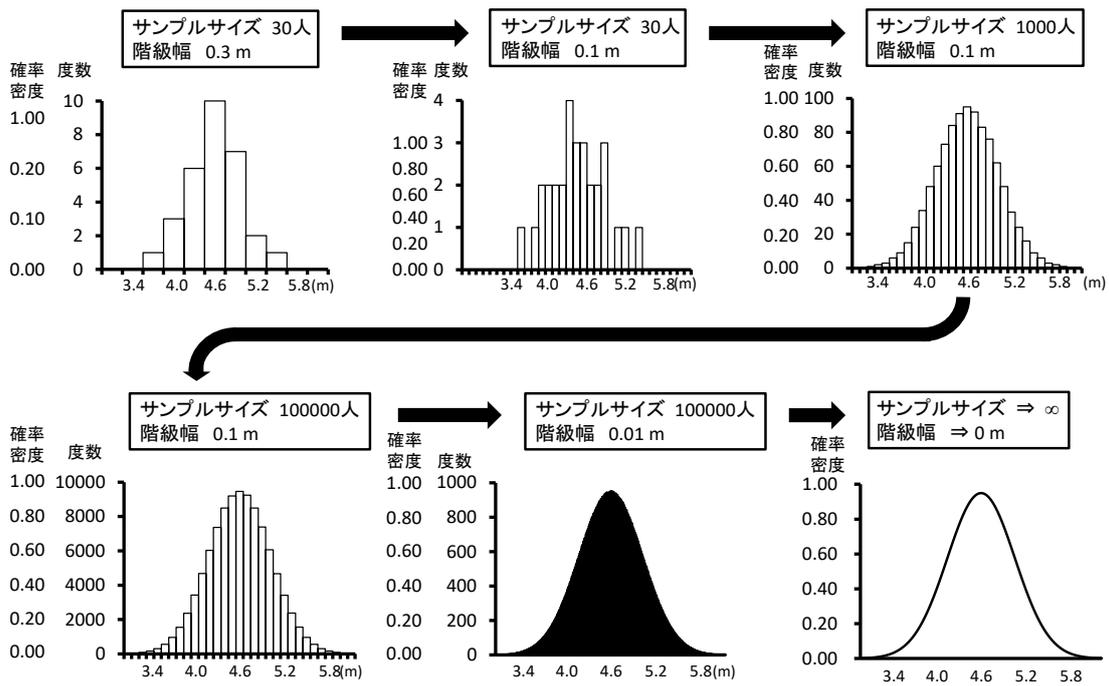


図2.9 サンプルサイズおよび階級幅の変化による確率密度分布の変化

2-2 正規分布 (normal distribution)

2-2-1 正規分布の確率密度関数

図 2.9 の下段右図の分布のように、左右対称の釣鐘型を示す確率密度分布の代表的なものに正規分布がある。連続変数の確率密度分布の 1 つであり、もっとも代表的なものである。ガウス分布とも呼ばれる。正規分布に従う確率変数 X の確率密度関数 $f(x)$ は次式で表わされる。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{式 2.8}$$

ここで μ および σ は、次の 2-2-2 で説明するように、平均および標準偏差であり、正規分布を規定する 2 つのパラメータである。

実際に、 μ および σ に数値を代入し、 x の数値を変化させてグラフを書いてみよう。パソコンの表計算ソフト (EXCEL など) を使えば、簡単にできる。表 2.11 は、式 2.8 に $\mu = 4.60$ 、 $\sigma = 0.42$ を代入し、 $x = 3.0$ から 6.2 まで 0.1 間隔で $f(x)$ を計算したものである。図 2.10 はそれをプロットしたものであるが、左右対称の釣鐘型であることがわかる。正規分布の確率密度関数は連続関数なので、実際には点ではなく曲線になる。

表2.11 $\mu = 4.60, \sigma = 0.42$

x	$f(x)$
3.0	0.00067
3.1	0.00161
3.2	0.00367
3.3	0.00789
3.4	0.01603
3.5	0.03077
3.6	0.05580
3.7	0.09562
3.8	0.15482
3.9	0.23685
4.0	0.34238
4.1	0.46764
4.2	0.60353
4.3	0.73599
4.4	0.84805
4.5	0.92332
4.6	0.94986
4.7	0.92332
4.8	0.84805
4.9	0.73599
5.0	0.60353
5.1	0.46764
5.2	0.34238
5.3	0.23685
5.4	0.15482
5.5	0.09562
5.6	0.05580
5.7	0.03077
5.8	0.01603
5.9	0.00789
6.0	0.00367
6.1	0.00161
6.2	0.00067

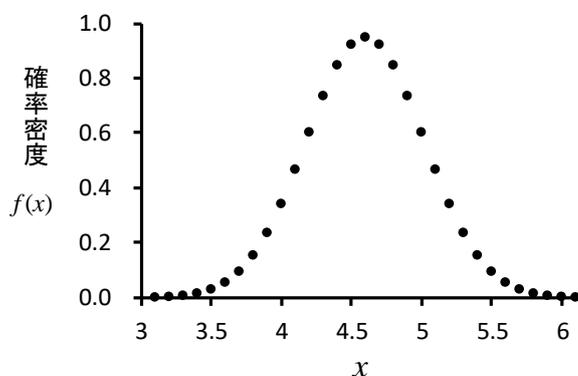


図2.10 表2.9の数値をプロット
実際は正規分布は点ではなく、曲線になる

2-2-2 正規分布のパラメータ

1) 平均 (mean)

正規分布は左右対称の釣鐘型なので、確率変数 X の平均は対象軸の x の値になり、関数 (式 2.8) からそれが μ であることがわかる。

より数学的に説明すると次のようになる。確率密度 $f(x)$ は相対度数 f_{Rj} を階級幅 Δx で割っ

たものなので、相対度数 f_{Rj} は $f(x) \Delta x$ で表わされる。相対度数を使用して平均を算出する式 2.3 の f_{Rj} に $f(x) \Delta x$ を代入し、階級値 Y_j に x を代入すると、 $\sum x f(x) \Delta x$ となる。ここで Δx を限りなく 0 に近づけると、積分の形になり、連続変数の平均は $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ と表わされる。正規分布の場合は次式のようになり、計算すると μ になる（付録 1 参照）。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \mu$$

2) 分散および標準偏差 (variance, standard deviation)

同様に、相対度数を使用して分散を算出する式 2.6 の f_{Rj} に $f(x)\Delta x$ を、階級値 Y_j に x を代入すると、 $\sum (x - \mu)^2 f(x) \Delta x$ となる。 Δx を限りなく 0 に近づけると積分の形になり、連続変数の分散は $\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$ と表わされる。正規分布の場合は次式のようになり、計算すると σ^2 になる（付録 1 参照）。標準偏差は分散の平方根なので σ になる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - \mu)^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2$$

3) 最頻値 (mode)

最頻値 X_{mode} とは、もっとも頻度の大きい確率変数 X の値である。つまり確率密度関数 (式 2.8) がもっとも大きくなる x の値であり、関数 (式 2.8) から μ であることがわかる。

$$X_{\text{mode}} = \mu$$

2-2-3 様々な正規分布

1) 標準正規分布

平均が 0 および標準偏差が 1 の正規分布を「標準正規分布」という。確率密度関数は式 2.8 に $\mu = 0$ および $\sigma = 1$ を代入して次式が得られる。図 2.11 に標準正規分布を示す。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{式 2.9}$$

2) 一般の正規分布

平均は 0 のままで、標準偏差が変化すると分布の形はどうなるであろうか。標準偏差が 1、2、5 および 10 の正規分布を図 2.12 左図に示す。釣鐘のピークの x の位置は変わらないが、標準偏差が大き

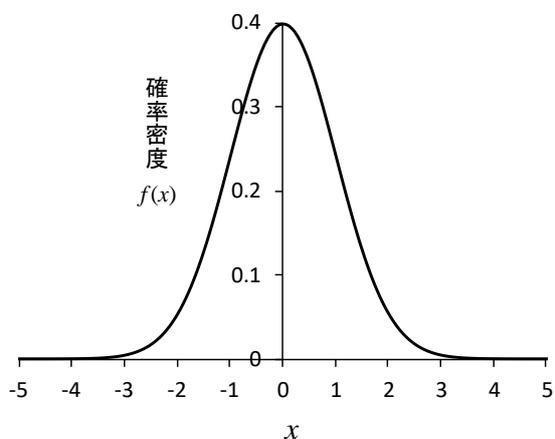


図2.11 標準正規分布 ($\mu = 0, \sigma = 1$)

くなるほど、釣鐘が左右に広がりピークの高さが低くなっている。

標準偏差はそのまま、平均が変化するとどうなるであろうか。平均が 10 で、標準偏差が 1、2、5 および 10 の正規分布を図 2.12 右図に示す。左図と比較すると、釣鐘の形は変わらないが、ピークの x の位置が右側に移動している。

以上より、平均はピークの x の位置を決定し、標準偏差は釣鐘の広がりとピークの高さを決定していることがわかる。

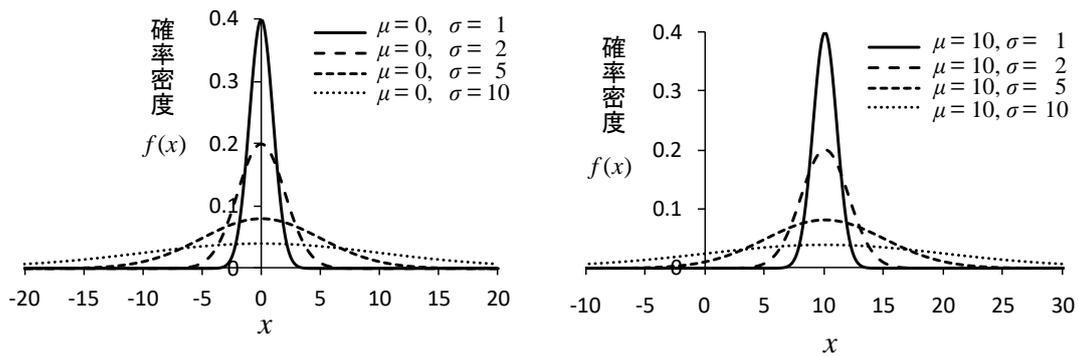


図2.12 様々な正規分布

2-2-4 正規分布の面積

1) 面積と確率

図 2.13 の灰色部分の面積は次式により算出される。

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad \text{式 2.10}$$

この面積は何を表わしているのであろうか。確率密度関数を a から b まで積分するということは、 a から b までを Δx 間隔で分割して $\sum f(x)\Delta x$ を計算したものである。 $f(x)\Delta x$ は確率密度に階級幅を掛けたものであり、それは相対度数である。

したがって灰色部分の面積は $a \leq X \leq b$ の相対度数である。つまり、確率変数 X が正規分布に従う時、 $a \leq X \leq b$ の相対度数は式 2.10 で算出できる。それは正規分布に従う確率変数 X が a と b の間に存在する確率 $Pr(a \leq X \leq b)$ を示している。

$$Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad \text{式 2.11}$$

2-1-3 で、確率密度関数を $x = -\infty$ から ∞ まで積分すると、どのような分布であっても 1 に

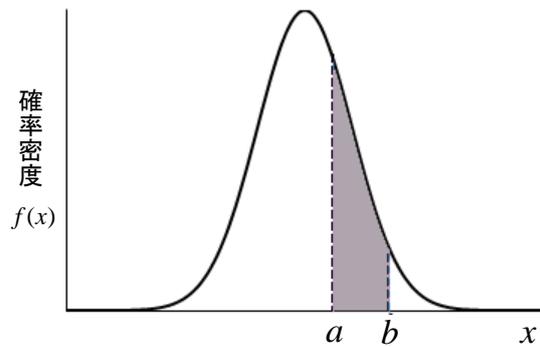


図2.13 正規分布の $a \leq x \leq b$ の面積

なることを学んだ。これは正規分布でも成り立つ（付録1参照）。

$$\Pr(-\infty \leq X \leq +\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

この式は正規分布に従う確率変数 X が $-\infty$ から $+\infty$ の間に存在する確率が1であることを示している。

2) 正規分布表

標準正規分布について、 $x = 0$ から b まで積分すると、図 2.14 の灰色部分の面積、つまり $0 \leq X \leq b$ の相対度数が算出される。様々な b について計算し、まとめたものが正規分布表（表 2.12）である。

$$\text{正規分布表の値} = \int_0^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

ただし、正規分布表には、 $a \leq X \leq \infty$ の相対度数を示したものもあるので、確認して使用することが必要である。

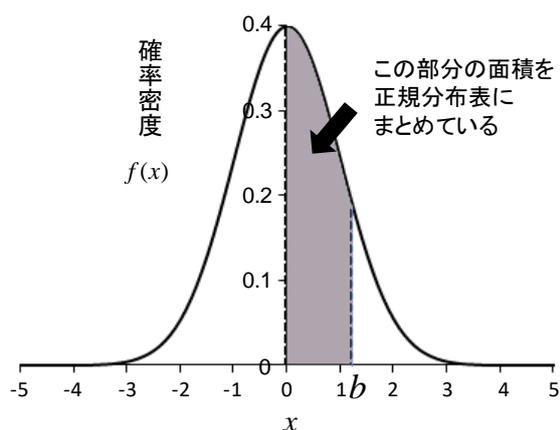


図2.14 標準正規分布の $0 \leq x \leq b$ の面積

3) 正規分布表の使い方

①標準正規分布の場合

例えば、 $0 \leq X \leq 0.84$ の相対度数であれば、正規分布表（表 2.12）の左端の数値が 0.8 の行と、上段の数値が 0.04 の列が交わるセルを見ればよく、その値は 0.29955 である。 $-0.23 \leq X \leq 0.53$ の相対度数であれば、 $-0.23 \leq X \leq 0$ の相対度数と $0 \leq X \leq 0.53$ の相対度数をそれぞれ求め、その和を計算する。実際には、左右対称であるから $0 \leq X \leq 0.23$ の相対度数と $0 \leq X \leq 0.53$ の相対度数の和を計算する。

逆に相対度数から b の値を求めることもできる。例えば 0 から積分して相対度数が 0.24 になる b を求めるには、まずこの値に近いセルを探す。 $b = 0.64$ の相対度数が 0.23891、 $b = 0.65$ の相対度数が 0.24215 なので、 b は 0.64 と 0.65 の間にあることがわかる。 b が 0.64 から 0.65 まで 0.01 増加すると、相対度数が 0.00324 増加しているので、比例計算をすると $b = 0.643$ 付近で相対度数が 0.26 になることがわかる。ただし、相対度数の増加は直線的ではないので、正確には比例計算ではないが、狭い範囲なので、これでほぼ正確に計算できる。

②標準ではない正規分布の場合

上で述べたように、 $a \leq X \leq b$ の相対度数は式 2.10 で算出される。ここで $y = \frac{x-\mu}{\sigma}$ とおくと、 $dy = \frac{1}{\sigma} dx$ なので、式 2.10 は次式に変換される。

$$\int_{(a-\mu)/\sigma}^{(b-\mu)/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

つまり標準正規分布の確率密度関数を $x = \frac{a-\mu}{\sigma}$ から $\frac{b-\mu}{\sigma}$ まで積分した値である。したがって、正規分布表により対応する面積を求めればよい。

表2.12 正規分布表 $Pr(0 \leq X \leq b)$

b	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34849	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41309	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42785	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997

例えば、大学1年生の走り幅跳びの距離の分布が平均4.60m、標準偏差0.42mの正規分布であったとする。4.80m以上5.00m未満の相対度数はいくらか。 $\mu = 4.60$ 、 $\sigma = 0.42$ 、 $a = 4.80$ 、 $b = 5.00$ を代入すると、 $\frac{a-\mu}{\sigma} = 0.476$ 、 $\frac{b-\mu}{\sigma} = 0.952$ となる。正規分布表から $0 \leq X \leq 0.476$ の相対度数が0.1830、 $0 \leq X \leq 0.952$ の相対度数が0.3294なので、 $0.476 \leq X \leq 0.952$ の相対度数は0.1464 (= 0.3294 - 0.1830)になる。したがって、大学1年生1000人の中で4.80m以上5.00m未満のものは146人いることになる。あるいは、大学1年生の中から無作為に1人を選んだ場合、4.80m以上5.00m未満である確率は0.146であるとも言える。

4) 中央値 (medium)

中央値 X_{50} とは、小さい順に並べた時に真ん中に位置する数値である。正規分布は左右対称の釣鐘型なので、対象軸の x の値が中央値になり、平均と同じく μ である。

$$X_{50} = \mu \quad \text{式 2.12}$$

5) (平均 - 標準偏差) $\leq X \leq$ (平均 + 標準偏差) の相対度数

$\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma$ の相対度数 (図 2.15 左) は次式で計算される。

$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

ここで $y = \frac{x-\mu}{\sigma}$ とおくと次式に変換され、

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 2 \times \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

正規分布表から 0.683 であることがわかる。

$$Pr(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0.683 \quad \text{式 2.13}$$

6) 95%値 (95 percentile)

95%値 X_{95} とは、小さい順に並べた時に前から 95%に位置する値である。つまり確率密度関数を $x = -\infty$ から b まで積分したときに、0.95 になる b の値である (図 2.15 右)。標準正規分布の場合は $x = 0$ を中心に左右対称なので、 $x = -\infty$ から 0 までの積分値は 0.5 であり、したがって $x = 0$ から b まで積分したときに、0.45 になる b の値を求めればよく、正規分布表から直接求めることができる。まず面積が 0.45 に近いセルを探す。 $b = 1.64$ の面積が 0.44950、 $b = 1.65$ の面積が 0.45053 なので、 b は 1.64 と 1.65 の間にあることがわかる。 b が 1.64 から 1.65 まで 0.01 増加すると、面積が 0.00103 増加しているので、比例計算をすると $b = 1.645$ 付近で面積が 0.05 になることがわかる。したがって、標準正規分布の 95%値は小数点以下 3 桁で丸めると 1.645 になる。一般の正規分布の場合は、 $\frac{b-\mu}{\sigma} = 1.645$ なので、95%値は $\mu + 1.645\sigma$ となる。

$$X_{95} = \mu + 1.645\sigma \quad \text{式 2.14}$$

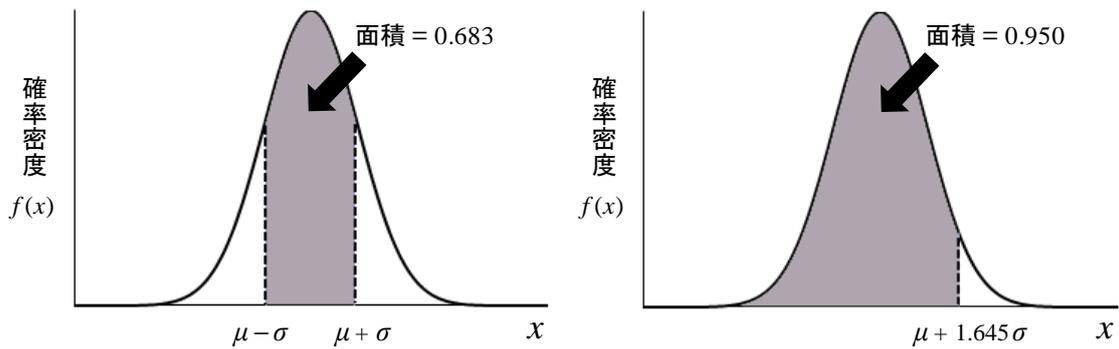


図2.15 正規分布における $\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma$ の面積、および $X \leq \mu + 1.645\sigma$ の面積

2-2-5 正規分布への適合度

1) 正規確率紙を用いる方法

2-1-1 で大学生の幅跳びの距離の相対度数分布多角形 (図 2.4) を作成したところ釣鐘型になった。したがって正規分布で表わせようであるが、本当にそうだろうか。このような場合によく使用されるのが、図 2.16 に示す正規確率紙である。縦軸は累積相対度数であり、等間隔ではなく、最初から目盛が記入してある。横軸は確率変数であり、自分で目盛を記入する。

正規確率紙を使用して、大学生の幅跳びの距離 (表 2.1) が正規分布で表わせるか検討してみよう。

①測定値を並び変える

測定値を小さい順に並べる (表 2.2)。

②横軸の目盛を決める

測定値は 3.82m から 5.52m までなので、それが入るように横軸の目盛を決める。この場合は 3m から 6m とした。

③各測定値の累積相対度数の算出

サンプルサイズ n の測定値を小さい順に並べた時、 i 番目の測定値の累積相対度数を $i/(n+1)$ とす

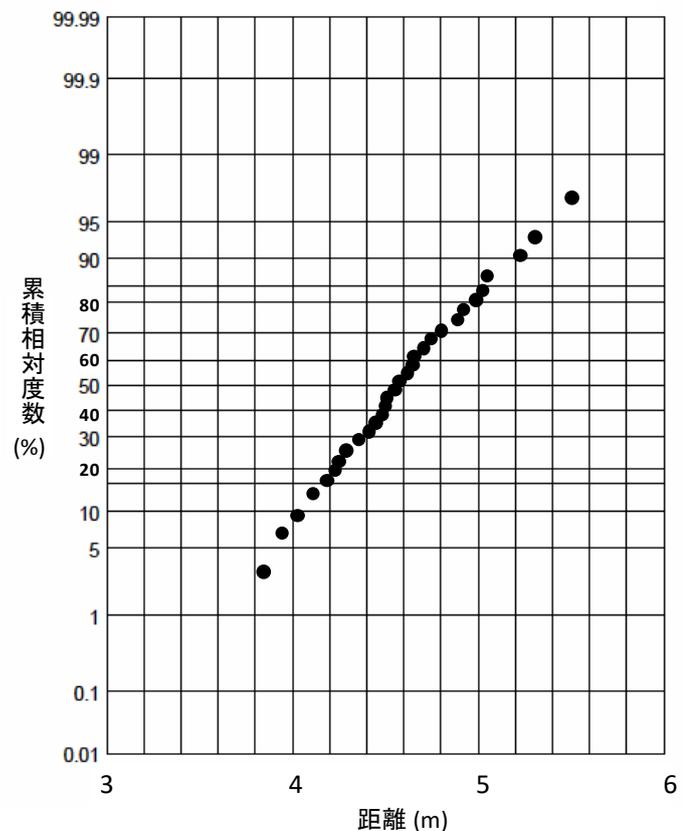


図2.16 正規確率紙による正規分布への適合度の検討

る。この場合は $n = 30$ なので、割り当て値は順に 0.032、0.065、0.097 … 0.968 となる。図 2.16 では、 $i/(n + 1)$ に 100 を掛けて % で表わしている。

なお、2-1-1 において示した累積相対度数の定義に従えば、 i/n になるが、この式は n 個だけで考える場合に使用するものである。つまり、学生 30 人だけの累積相対度数を考えれば、最高値のもの累積相対度数は $30/30 = 1$ になる。しかし、多くの学生の中から 30 人を抽出したと考えれば、30 人の中の最高値よりもっと跳ぶものがあると考え、30 人の中の最高値の累積相対度数を $30/(30 + 1) = 0.968$ にするのである。なお、正規確率紙にプロットする場合に使用する累積相対度数の計算には別の方法もある。

④プロットする

横軸は測定値、縦軸は累積相対度数として、各測定点をプロットする。

⑤判定する

この場合はほぼ直線になっているので、正規分布で表わすことができる。

2) Shapiro-Wilk 検定

正規確率紙では正規分布への適合度を視覚的に判定するが、適合度を数値で表わす方法もあり、よく使用されるのが Shapiro-Wilk 検定（文献 2-1, 2-2）である。

次式により検定統計量 W を算出し、表 2.13 の棄却限界値と比較し、小さい場合に、正規分布仮説が棄却される。

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^k a_{ni} (x_{n-i+1} - x_i))^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}$$

式 2.15

ここで、 x_i は測定値を小さい順に並べた i 番目の値、 m は標本平均（式 2.16）である。 a_{ni} は n と i によって決定される係数であり、表 2.14 に示す。また、 n が偶数の時は $k = n/2$ 、 n が奇数のときは $k = (n - 1)/2$ である。なお、式 2.15 は原文に示された式を変形している。

大学生の幅跳びの距離（表 2.1）が正規分布で表わせるかを Shapiro-Wilk 検定で検

表 2.13 Shapiro-Wilk 検定における検定統計量 W の棄却限界値

n	$p = 0.01$	$p = 0.05$	$p = 0.10$	n	$p = 0.01$	$p = 0.05$	$p = 0.10$
				26	0.891	0.920	0.933
				27	0.894	0.923	0.935
3	0.753	0.767	0.789	28	0.896	0.924	0.936
4	0.687	0.748	0.792	29	0.898	0.926	0.937
5	0.686	0.762	0.806	30	0.900	0.927	0.939
6	0.713	0.788	0.826	31	0.902	0.929	0.940
7	0.730	0.803	0.838	32	0.904	0.930	0.941
8	0.749	0.818	0.851	33	0.906	0.931	0.942
9	0.764	0.829	0.859	34	0.908	0.933	0.943
10	0.781	0.842	0.869	35	0.910	0.934	0.944
11	0.792	0.850	0.876	36	0.912	0.935	0.945
12	0.805	0.859	0.883	37	0.914	0.936	0.946
13	0.814	0.866	0.889	38	0.916	0.938	0.947
14	0.825	0.874	0.895	39	0.917	0.939	0.948
15	0.835	0.881	0.901	40	0.919	0.940	0.949
16	0.844	0.887	0.906	41	0.920	0.941	0.950
17	0.851	0.892	0.910	42	0.922	0.942	0.951
18	0.858	0.897	0.914	43	0.923	0.943	0.951
19	0.863	0.901	0.917	44	0.924	0.944	0.952
20	0.868	0.905	0.920	45	0.926	0.945	0.953
21	0.873	0.908	0.923	46	0.927	0.945	0.953
22	0.878	0.911	0.926	47	0.928	0.946	0.954
23	0.881	0.914	0.928	48	0.929	0.947	0.954
24	0.884	0.916	0.930	49	0.929	0.947	0.955
25	0.888	0.918	0.931	50	0.930	0.947	0.955

（文献2-1より）

討してみよう。まず、式 2.15 の係数 a_i を表 2.14 から確定する。 $n = 30$ なので、 $a_{30,1} = 0.4254$ 、 $a_{30,2} = 0.2944 \cdots a_{30,15} = 0.0076$ である。式 2.15 に測定値および $a_{n,i}$ を代入すると、 $W = 0.9889$ となり、表 2.13 の $n = 30$ のいずれの棄却限界値よりも大きいので、正規分布仮説は棄却されず、正規分布と仮定してもよいと判定される。Shapiro-Wilk 検定を搭載した統計ソフトが市販されているので、使用すれば簡単に判定できる。

表2.14 Shapiro-Wilk検定で使用する係数 $a_{n,i}$

	n									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$i = 1$	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739	
2		0.0000	0.1677	0.2413	0.2806	0.3031	0.3164	0.3244	0.3291	
3				0.0000	0.0875	0.1401	0.1743	0.1976	0.2141	
4						0.0000	0.0561	0.0947	0.1224	
5								0.0000	0.0399	
	n									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$i = 1$	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886	0.4808	0.4734
2	0.3315	0.3325	0.3325	0.3318	0.3306	0.3290	0.3273	0.3253	0.3232	0.3211
3	0.2260	0.2347	0.2412	0.2460	0.2495	0.2521	0.2540	0.2553	0.2561	0.2565
4	0.1429	0.1586	0.1707	0.1802	0.1878	0.1939	0.1988	0.2027	0.2059	0.2085
5	0.0695	0.0922	0.1099	0.1240	0.1353	0.1447	0.1524	0.1587	0.1641	0.1686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7			0.0000	0.0240	0.0433	0.0593	0.0725	0.0837	0.0932	0.1013
8					0.0000	0.0196	0.0359	0.0496	0.0612	0.0711
9							0.0000	0.0163	0.0303	0.0422
10									0.0000	0.0140
	n									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$i = 1$	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254
2	0.3185	0.3156	0.3126	0.3098	0.3069	0.3043	0.3018	0.2992	0.2968	0.2944
3	0.2578	0.2571	0.2563	0.2554	0.2543	0.2533	0.2522	0.2510	0.2499	0.2487
4	0.2119	0.2131	0.2139	0.2145	0.2148	0.2151	0.2152	0.2151	0.2150	0.2148
5	0.1736	0.1764	0.1787	0.1807	0.1822	0.1836	0.1848	0.1857	0.1864	0.1870
6	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630
7	0.1092	0.1150	0.1201	0.1245	0.1283	0.1316	0.1346	0.1372	0.1395	0.1415
8	0.0804	0.0878	0.0941	0.0997	0.1046	0.1089	0.1128	0.1162	0.1192	0.1219
9	0.0530	0.0618	0.0696	0.0764	0.0823	0.0876	0.0923	0.0965	0.1002	0.1036
10	0.0263	0.0368	0.0459	0.0539	0.0610	0.0672	0.0728	0.0778	0.0822	0.0862
11	0.0000	0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697
12			0.0000	0.0107	0.0200	0.0284	0.0358	0.0424	0.0483	0.0537
13					0.0000	0.0094	0.0178	0.0253	0.0320	0.0381
14							0.0000	0.0084	0.0159	0.0227
15									0.0000	0.0076

(文献2-1より、原文では a_{n-i+1} の値として示されているが、式2.15を変形したので、 $a_{n,i}$ とした)

表2.14 Shapiro-Wilk検定で使用する係数 $a_{n,i}$ (続き)

	n									
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$i = 1$	0.4220	0.4188	0.4156	0.4127	0.4096	0.4068	0.4040	0.4015	0.3989	0.3964
2	0.2921	0.2898	0.2876	0.2854	0.2834	0.2813	0.2794	0.2774	0.2755	0.2737
3	0.2475	0.2463	0.2451	0.2439	0.2427	0.2415	0.2403	0.2391	0.2380	0.2368
4	0.2145	0.2141	0.2137	0.2132	0.2127	0.2121	0.2116	0.2110	0.2104	0.2098
5	0.1874	0.1878	0.1880	0.1882	0.1883	0.1883	0.1883	0.1881	0.1880	0.1878
6	0.1641	0.1651	0.1660	0.1667	0.1673	0.1678	0.1683	0.1686	0.1689	0.1691
7	0.1433	0.1449	0.1463	0.1475	0.1487	0.1496	0.1505	0.1513	0.1520	0.1526
8	0.1243	0.1265	0.1284	0.1301	0.1317	0.1331	0.1344	0.1356	0.1366	0.1376
9	0.1066	0.1093	0.1118	0.1140	0.1160	0.1179	0.1196	0.1211	0.1225	0.1237
10	0.0899	0.0931	0.0961	0.0988	0.1013	0.1036	0.1056	0.1075	0.1092	0.1108
11	0.0739	0.0777	0.0812	0.0844	0.0873	0.0900	0.0924	0.0947	0.0967	0.0986
12	0.0585	0.0629	0.0669	0.0706	0.0739	0.0770	0.0798	0.0824	0.0848	0.0870
13	0.0435	0.0485	0.0530	0.0572	0.0610	0.0645	0.0677	0.0706	0.0733	0.0759
14	0.0289	0.0344	0.0395	0.0441	0.0484	0.0523	0.0559	0.0592	0.0622	0.0651
15	0.0144	0.0206	0.0262	0.0314	0.0361	0.0404	0.0444	0.0481	0.0515	0.0546
16	0.0000	0.0068	0.0131	0.0187	0.0239	0.0287	0.0331	0.0372	0.0409	0.0444
17			0.0000	0.0062	0.0119	0.0172	0.0220	0.0264	0.0305	0.0343
18					0.0000	0.0057	0.0110	0.0158	0.0203	0.0244
19							0.0000	0.0053	0.0101	0.0146
20									0.0000	0.0049

	n									
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$i = 1$	0.3940	0.3917	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3789	0.3770	0.3751
2	0.2719	0.2701	0.2684	0.2667	0.2651	0.2635	0.2620	0.2604	0.2589	0.2574
3	0.2357	0.2345	0.2334	0.2323	0.2313	0.2302	0.2291	0.2281	0.2271	0.2260
4	0.2091	0.2085	0.2078	0.2072	0.2065	0.2058	0.2052	0.2045	0.2038	0.2032
5	0.1876	0.1874	0.1871	0.1868	0.1865	0.1862	0.1859	0.1855	0.1851	0.1847
6	0.1693	0.1694	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	0.1692	0.1691
7	0.1531	0.1535	0.1539	0.1542	0.1545	0.1548	0.1550	0.1551	0.1553	0.1554
8	0.1384	0.1392	0.1398	0.1405	0.1410	0.1415	0.1420	0.1423	0.1427	0.1430
9	0.1249	0.1259	0.1269	0.1278	0.1286	0.1293	0.1300	0.1306	0.1312	0.1317
10	0.1123	0.1136	0.1149	0.1160	0.1170	0.1180	0.1189	0.1197	0.1205	0.1212
11	0.1004	0.1020	0.1035	0.1049	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
12	0.0891	0.0909	0.0927	0.0943	0.0959	0.0972	0.0986	0.0998	0.1010	0.1020
13	0.0782	0.0804	0.0824	0.0842	0.0860	0.0876	0.0892	0.0906	0.0919	0.0932
14	0.0677	0.0701	0.0724	0.0745	0.0765	0.0783	0.0801	0.0817	0.0832	0.0846
15	0.0575	0.0602	0.0628	0.0651	0.0673	0.0694	0.0713	0.0731	0.0748	0.0764
16	0.0476	0.0506	0.0534	0.0560	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
17	0.0379	0.0411	0.0442	0.0471	0.0497	0.0522	0.0546	0.0568	0.0588	0.0608
18	0.0283	0.0318	0.0352	0.0383	0.0412	0.0439	0.0465	0.0489	0.0511	0.0532
19	0.0188	0.0227	0.0263	0.0296	0.0328	0.0357	0.0385	0.0411	0.0436	0.0459
20	0.0094	0.0136	0.0175	0.0211	0.0245	0.0277	0.0307	0.0335	0.0361	0.0386
21	0.0000	0.0045	0.0087	0.0126	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
22			0.0000	0.0042	0.0081	0.0118	0.0153	0.0185	0.0215	0.0244
23					0.0000	0.0039	0.0076	0.0111	0.0143	0.0174
24							0.0000	0.0037	0.0071	0.0104
25									0.0000	0.0035

2-2-6 標本を用いた分布のパラメータの推定

正規分布に従う確率変数から無作為に抽出した標本（ランダムサンプル）を用いて、分布のパラメータを推定する方法を以下に示す。

1) 点推定

①平均の推定値（標本平均 sample mean）

次式により標本平均 m を算出し、平均 μ の推定値とする。なお、標本平均と区別するため、真の平均 μ を「母平均」と言う。

$$m = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{式 2.16}$$

ここで $X_i = i$ 番目の標本値、 $n =$ サンプルサイズである。この式の右式は式 2.1 の右式と同一なのに、左辺は m と μ と異なる文字を使っている。式 2.1 の場合は、集団の中の全ての標本の数値を用いて計算するため、真の平均が算出できるが、式 2.16 の場合は、集団の中から抽出された標本の数値を用いて計算するため、必ずしも真の平均とは一致しない。

このような区別をするために、真のパラメータはギリシヤ文字で、推定値はローマ文字で示すことが多い。

日本の大学 1 年生全員の走り幅跳びの距離の分布が正規型と仮定する。その中から無作為に 20 人を選び、走り幅跳びを行ったところ表 2.15 の記録が得られた。大学 1 年生の走り幅跳びの平均の推定値 m は式 2.16 より 4.60 (m) となる。

表2.15 大学1年生20人の幅跳びの距離

No.	距離 (m)	No.	距離 (m)
1	4.63	11	4.52
2	4.24	12	4.12
3	5.52	13	4.93
4	4.29	14	4.77
5	4.49	15	3.80
6	4.03	16	5.01
7	5.04	17	4.54
8	4.73	18	5.22
9	4.19	19	4.35
10	5.15	20	4.43

②分散の推定値（標本分散 sample variance、不偏分散推定値）

次式により標本分散 s^2 を算出し、分散 σ^2 の推定値とする。なお、標本分散と区別するため、真の分散 σ^2 を「母分散」と言う。

$$s^2 = \frac{(X_1 - m)^2 + (X_2 - m)^2 + \dots + (X_n - m)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n} \quad \text{式 2.17}$$

分散の推定値としては、次式により不偏分散推定値 s_{n-1}^2 を算出することもある。

$$s_{n-1}^2 = \frac{(X_1 - m)^2 + (X_2 - m)^2 + \dots + (X_n - m)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n-1} \quad \text{式 2.18}$$

不偏推定値とは以下のようなものである。例えば、ある分布から 20 個の標本を無作為に抽出して式 2.17 を用いて標本分散を算出する。この試行を無限回繰り返すと無限個の標本分散が算出される。その平均を計算すると元の分布の分散 σ^2 にはならず、 $\frac{19}{20} \times \sigma^2$ になる。一般化すると、 n 個の標本の抽出を無限回繰り返して得た無限個の標本分散の平均は

$\frac{n-1}{n} \times \sigma^2$ になる（無限個の標本を抽出して標本分散を算出すると、標本分散は σ^2 になるが、このこととは異なることに注意しよう）。したがって、式 2.17 の n の代わりに $n-1$ を用いて、つまり式 2.18 を用いて計算し、それを無限回繰り返せば、その平均は標本分散 σ^2 に一致する。

このように同じ試行を無限回繰り返して得られた無限個のパラメータの推定値の平均がパラメータの真の値と一致する場合、そのような推定値の 1 つ 1 つを不偏推定値という。したがって、式 2.18 により算出した値は分散の不偏推定値である。なお、式 2.16 の標本平均は平均の不偏推定値である。

③標準偏差の推定値（標本標準偏差 sample standard deviation）

分散の推定値として標本分散と不偏分散推定値があるので、標準偏差の推定値にも次の 2 つのものがある。どのような場合にどちらを使用するかについては明確な基準はない。

標本標準偏差 s は分散の平方根である。

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n}} \quad \text{式 2.19}$$

標本標準偏差 s_{n-1} は不偏分散推定値の平方根である。

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n-1}} \quad \text{式 2.20}$$

大学 1 年生の走り幅跳びの標準偏差の推定値 s は式 2.19 より 0.43 (m)、推定値 s_{n-1} は式 2.20 より 0.44 (m) となる。

④95%値の推定値

式 2.14 の μ および σ にそれぞれ m および s （あるいは s_{n-1} ）を代入する。すなわち、次のいずれかの式により 95% 値 X_{95} の推定値を算出する。

$$X_{95} = m + 1.645 s \quad \text{式 2.21}$$

$$X_{95} = m + 1.645 s_{n-1} \quad \text{式 2.22}$$

大学 1 年生の走り幅跳びの 95% 値の推定値は式 2.21 であれば 5.31 (m)、式 2.22 であれば 5.32 (m) となる。

2) 区間推定

①平均の信頼区間（confidence interval）

式 2.16 により算出した標本平均 m は不偏推定値であるが、1 つ 1 つの標本平均は真の平均とは必ずしも一致しない。そこで、真の平均を含む範囲を推定するのが区間推定である。そのためには、新たに t 分布（「Student の t 分布」とも言う）を導入しなければならない。

平均 μ および標準偏差 σ の正規分布から無作為に n 個の標本を抽出し、その標本平均 m および標本標準偏差 s_{n-1} を算出する。そして、次式により T を算出する。

$$T = \frac{\mu - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}}$$

このような操作を無限回繰り返すと、無限個の T が得られるが、この変数は自由度 $n-1$ の t 分布に従う。例えば、 $n=5$ の場合は自由度 4 の t 分布に、 $n=10$ の場合は自由度 9 の t 分布に従う。

自由度 ν の t 分布の確率密度関数は次式で表わされる。

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2})} (1 + \frac{t^2}{\nu})^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad \text{式 2.23}$$

ここで、 $\Gamma(\lambda)$ はガンマ関数と呼ばれ、次の定積分で定義される。

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\lambda-1} dx$$

図 2.17 に t 分布の確率密度関数を示す。左右対称であり、自由度が大きくなると標準正規分布に近づく。

次に t 分布の面積について考えよう。自由度 ν の t 分布を $t = -\infty$ から b まで積分した値が $\alpha/2$ である場合、そのような b を $t_{\nu, \alpha/2}$ とする (図 2.18)。つまり

$$\int_{-\infty}^{t_{\nu, \alpha/2}} f(t) dt = \frac{\alpha}{2}$$

である。上記のように、 $T = \frac{\mu - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}}$ は自由度

$n-1$ の t 分布に従うので、

$$Pr\left(t_{n-1, \alpha/2} \leq \frac{\mu - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}} \leq t_{n-1, 1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

が成り立つ (図 2.18)。上式を変形すると

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq \mu \leq m + \frac{t_{n-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.24}$$

となる。この式は、区間 $[m + \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}, m + \frac{t_{n-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}]$ が真の平均 μ を含む確率が $1 - \alpha$ であることを意味している。例えば $\alpha = 0.05$ であれば、 $1 - \alpha = 0.95$ なので、下式が成り立つ。

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, 0.025}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq \mu \leq m + \frac{t_{n-1, 0.975}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 0.95$$

この区間 $[m + \frac{t_{n-1, 0.025}}{\sqrt{n}} s_{n-1}, m + \frac{t_{n-1, 0.975}}{\sqrt{n}} s_{n-1}]$ のことを平均 μ の 95% 信頼区間と言う。

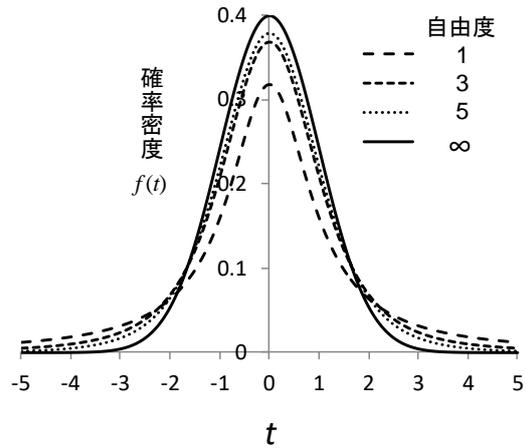


図2.17 t 分布の確率密度関数

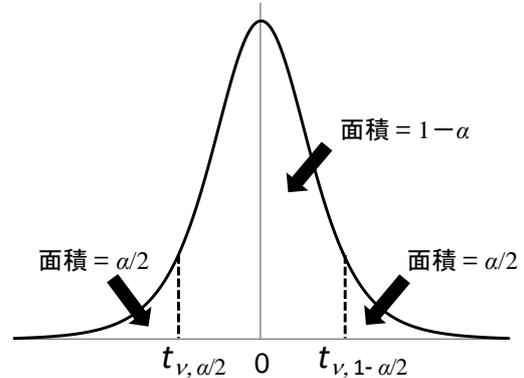


図2.18 t 分布における面積

ところで信頼区間の意味は以下のものである。例えば、正規分布から標本 20 個を抽出して m および s_{n-1} を算出して上式に代入し、 μ の 95% 信頼区間 $[5.21, 5.43]$ が得られたとする。これは「 μ が 5.21 と 5.43 の間にいる確率が 95% である」という意味ではない。なぜなら μ は未知であるが決まった定数であって、誤差が生じているのは 5.21 と 5.43 の数値の方だからである。正しい意味は、このような操作（標本 20 個を抽出して 95% 信頼区間を計算する）を無限回繰り返して無限個の区間を算出した時に、その中で 95% の区間は μ を含んでいるということである。つまり、区間 $[5.21, 5.43]$ はそのようにして得られる無限個の区間の中の 1 個であり、したがってその区間が μ を含んでいるという判断が正しい確率が 95% であるという意味である。

式 2.24 で $K_{\mu,n,\alpha/2} = \frac{t_{n-1,\alpha/2}}{\sqrt{n}}$ とおくと、

$$Pr(m + K_{\mu,n,\alpha/2} s_{n-1} \leq \mu \leq m + K_{\mu,n,1-\alpha/2} s_{n-1}) = 1 - \alpha$$

と書ける。したがって $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$[m + K_{\mu,n,\alpha/2} s_{n-1}, m + K_{\mu,n,1-\alpha/2} s_{n-1}] \tag{式 2.25}$$

となる。表 2.16 にサンプルサイズ $n = 2 \sim 50$ の $K_{\mu,n,0.05}$ と $K_{\mu,n,0.95}$ 、 $K_{\mu,n,0.025}$ と $K_{\mu,n,0.975}$ 、 $K_{\mu,n,0.005}$

表 2.16 正規分布の平均の信頼区間を算出するための K_{μ} 値

n	90% 信頼区間		95% 信頼区間		99% 信頼区間		n	90% 信頼区間		95% 信頼区間		99% 信頼区間	
	$K_{\mu,n,0.05}$	$K_{\mu,n,0.95}$	$K_{\mu,n,0.025}$	$K_{\mu,n,0.975}$	$K_{\mu,n,0.005}$	$K_{\mu,n,0.995}$		$K_{\mu,n,0.05}$	$K_{\mu,n,0.95}$	$K_{\mu,n,0.025}$	$K_{\mu,n,0.975}$	$K_{\mu,n,0.005}$	$K_{\mu,n,0.995}$
							26	-0.335	0.335	-0.404	0.404	-0.547	0.547
2	-4.464	4.464	-8.985	8.985	-45.012	45.012	27	-0.328	0.328	-0.396	0.396	-0.535	0.535
3	-1.686	1.686	-2.484	2.484	-5.730	5.730	28	-0.322	0.322	-0.388	0.388	-0.524	0.524
4	-1.177	1.177	-1.591	1.591	-2.920	2.920	29	-0.316	0.316	-0.380	0.380	-0.513	0.513
5	-0.953	0.953	-1.242	1.242	-2.059	2.059	30	-0.310	0.310	-0.373	0.373	-0.503	0.503
6	-0.823	0.823	-1.049	1.049	-1.646	1.646	31	-0.305	0.305	-0.367	0.367	-0.494	0.494
7	-0.734	0.734	-0.925	0.925	-1.401	1.401	32	-0.300	0.300	-0.361	0.361	-0.485	0.485
8	-0.670	0.670	-0.836	0.836	-1.237	1.237	33	-0.295	0.295	-0.355	0.355	-0.477	0.477
9	-0.620	0.620	-0.769	0.769	-1.118	1.118	34	-0.290	0.290	-0.349	0.349	-0.469	0.469
10	-0.580	0.580	-0.715	0.715	-1.028	1.028	35	-0.286	0.286	-0.344	0.344	-0.461	0.461
11	-0.546	0.546	-0.672	0.672	-0.956	0.956	36	-0.282	0.282	-0.338	0.338	-0.454	0.454
12	-0.518	0.518	-0.635	0.635	-0.897	0.897	37	-0.278	0.278	-0.333	0.333	-0.447	0.447
13	-0.494	0.494	-0.604	0.604	-0.847	0.847	38	-0.274	0.274	-0.329	0.329	-0.440	0.440
14	-0.473	0.473	-0.577	0.577	-0.805	0.805	39	-0.270	0.270	-0.324	0.324	-0.434	0.434
15	-0.455	0.455	-0.554	0.554	-0.769	0.769	40	-0.266	0.266	-0.320	0.320	-0.428	0.428
16	-0.438	0.438	-0.533	0.533	-0.737	0.737	41	-0.263	0.263	-0.316	0.316	-0.422	0.422
17	-0.423	0.423	-0.514	0.514	-0.708	0.708	42	-0.260	0.260	-0.312	0.312	-0.417	0.417
18	-0.410	0.410	-0.497	0.497	-0.683	0.683	43	-0.256	0.256	-0.308	0.308	-0.411	0.411
19	-0.398	0.398	-0.482	0.482	-0.660	0.660	44	-0.253	0.253	-0.304	0.304	-0.406	0.406
20	-0.387	0.387	-0.468	0.468	-0.640	0.640	45	-0.250	0.250	-0.300	0.300	-0.401	0.401
21	-0.376	0.376	-0.455	0.455	-0.621	0.621	46	-0.248	0.248	-0.297	0.297	-0.397	0.397
22	-0.367	0.367	-0.443	0.443	-0.604	0.604	47	-0.245	0.245	-0.294	0.294	-0.392	0.392
23	-0.358	0.358	-0.432	0.432	-0.588	0.588	48	-0.242	0.242	-0.290	0.290	-0.387	0.387
24	-0.350	0.350	-0.422	0.422	-0.573	0.573	49	-0.240	0.240	-0.287	0.287	-0.383	0.383
25	-0.342	0.342	-0.413	0.413	-0.559	0.559	50	-0.237	0.237	-0.284	0.284	-0.379	0.379

と $K_{\mu,n,0.995}$ を示す。それぞれ平均の 90%信頼区間、95%信頼区間および 99%信頼区間を算出するための値である。

表 2.15 の大学 1 年生 20 人の走り幅跳びの記録について考えてみる。標本平均 m は 4.60 (m)、標本標準偏差 s_{n-1} は 0.44 (m) であったが、これは点推定値である。それでは大学 1 年生全体について、その真の平均 μ の 95%信頼区間を求めてみよう。 $1 - \alpha = 0.95$ なので、 $\alpha/2 = 0.025$ である。 $n = 20$ なので、表 2.16 から $K_{\mu,20,0.025} = -0.468$ および $K_{\mu,20,0.975} = 0.468$ がわかり、式 2.25 に $m = 4.60$ 、 $s_{n-1} = 0.44$ 、 $K_{\mu,20,0.025} = -0.468$ および $K_{\mu,20,0.975} = 0.468$ を代入すると、平均 μ の 95%信頼区間 $[4.39 \text{ (m)}, 4.81 \text{ (m)}]$ が得られる。

ここでいう平均の 95%信頼区間というのは 95%値 X_{95} とは異なる概念である。95%値とは、小さい順に並べた時に下から 95%に相当する値であり、分布の 95%の値がその値以下になる数値である。それに対して、平均の 95%信頼区間は分布の平均の区間推定値である。

②95%値の信頼区間

上記のように、95%値 X_{95} とは、小さい順に並べた時に下から 95%に相当する値である。その推定値は式 2.21 あるいは式 2.22 より算出するが、真の 95%値とは必ずしも一致しない。

そこで、95%値を含む区間を推定するのが区間推定である。そのためには、 t 分布を拡張した非心 t 分布を導入しなければならない。

平均 μ および標準偏差 σ の正規分布から無作為に n 個の標本を抽出し、その標本平均 m および標本標準偏差 s_{n-1} を算出する。そして、次式により T_δ を算出する。

$$T_\delta = \frac{\mu + \delta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}}$$

ここで δ は定数である。このような操作を無限回繰り返すと、無限個の T_δ が得られるが、この変数は自由度 $n - 1$ 、非心度 δ の非心 t 分布に従う。

図 2.19 に自由度 5 の非心 t 分布を示す (文献 2-3)。非心度が 0 の時は t 分布である。非心度が大きくなるとピークが右に移動するとともに、左右対称でなくなる。

次に非心 t 分布の面積について考えよう。

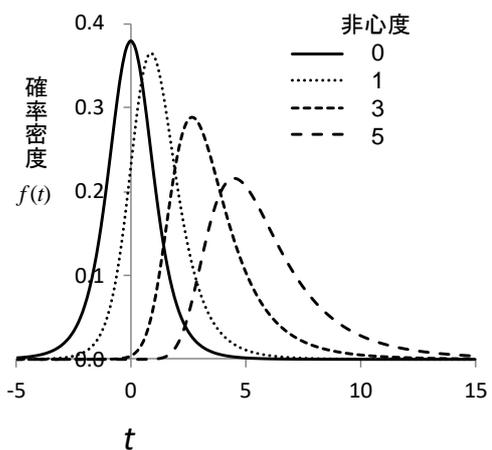


図2.19 自由度 5 の非心 t 分布の確率密度関数

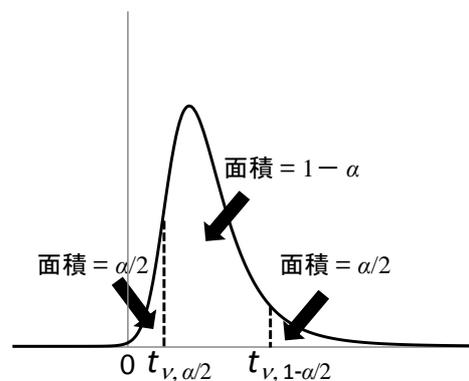


図2.20 非心 t 分布における面積

自由度 ν 、非心度 δ の非心 t 分布を $t = -\infty$ から b まで積分した値が $\alpha/2$ である場合、そのような b を $t_{\nu, \delta, \alpha/2}$ とする (図 2.20)。つまり

$$\int_{-\infty}^{t_{\nu, \delta, \alpha/2}} f(t) dt = \frac{\alpha}{2}$$

である。上記のように、 $T = \frac{\mu + \delta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}}$ は自由度 $n - 1$ 、非心度 δ の非心 t 分布に従うので、

$$Pr\left(t_{n-1, \delta, \alpha/2} \leq \frac{\mu + \delta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - m}{\frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}} \leq t_{n-1, \delta, 1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

が成り立つ (図 2.20)。上式を変形すると

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, \delta, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq \mu + \frac{\delta}{\sqrt{n}} \sigma \leq m + \frac{t_{n-1, \delta, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.26}$$

となる。ここで、 $\delta = 1.645\sqrt{n}$ とすると、

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq \mu + 1.645 \sigma \leq m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 1 - \alpha$$

となり、さらに $X_{95} = \mu + 1.645 \sigma$ なので、

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq X_{95} \leq m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.27}$$

となる。この式は、区間 $\left[m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}, m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right]$ が分布の 95% 値 X_{95} を含んでいるという判断が正しい確率が $1 - \alpha$ であることを意味している。例えば $\alpha = 0.05$ であれば、 $1 - \alpha = 0.95$ なので、次の不等式が 95% の確率で成り立つ。

$$Pr\left(m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.025}}{\sqrt{n}} s_{n-1} \leq X_{95} \leq m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.975}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right) = 0.95$$

この区間 $\left[m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.025}}{\sqrt{n}} s_{n-1}, m + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.975}}{\sqrt{n}} s_{n-1}\right]$ のことを 95% 値の 95% 信頼区間と言う。

式 2.27 で $K_{95, n, \alpha/2} = \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}}$ とおくと、

$$Pr(m + K_{95, n, \alpha/2} s_{n-1} \leq X_{95} \leq m + K_{95, n, 1-\alpha/2} s_{n-1}) = 1 - \alpha$$

と書ける。したがって $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$\left[m + K_{95, n, \alpha/2} s_{n-1}, m + K_{95, n, 1-\alpha/2} s_{n-1}\right] \quad \text{式 2.28}$$

となる。表 2.17 にサンプルサイズ $n = 2 \sim 50$ の $K_{95, n, 0.05}$ と $K_{95, n, 0.95}$ 、 $K_{95, n, 0.025}$ と $K_{95, n, 0.975}$ 、 $K_{95, n, 0.005}$ と $K_{95, n, 0.995}$ を示す。それぞれ 95% 値の 90% 信頼区間、95% 信頼区間および 99% 信頼区間を算出するための値である。

大学 1 年生の走り幅跳びの距離の 95% 値について考えてみよう。20 人の記録から算出した標本平均 m が 4.60 (m)、標本標準偏差 s_{n-1} が 0.44 (m) なので、95% 値の推定値は式 2.22 より 5.32 (m) となるが、これは点推定値である。次に 1 年生全体の分布について、その真の 95% 値 X_{95} の 95% 信頼区間を求めてみよう。 $n = 20$ なので、表 2.17 から $K_{95, 20, 0.025} = 1.096$ および $K_{95, 20, 0.975} = 2.576$ がわかり、式 2.28 に $m = 4.60$ 、 $s_{n-1} = 0.44$ 、 $K_{95, 20, 0.025} = 1.096$ および $K_{95, 20, 0.975} = 2.576$ を代入すると、95% 値 $\mu + 1.645 \sigma$ の 95% 信頼区間 $[5.08 \text{ (m)}, 5.73 \text{ (m)}]$ が得られる。

表2.17 正規分布の95%値の信頼区間を算出するための K_{95} 値

n	90%信頼区間		95%信頼区間		99%信頼区間		n	90%信頼区間		95%信頼区間		99%信頼区間	
	$K_{95,n,0.05}$	$K_{95,n,0.95}$	$K_{95,n,0.025}$	$K_{95,n,0.975}$	$K_{95,n,0.005}$	$K_{95,n,0.995}$		$K_{95,n,0.05}$	$K_{95,n,0.95}$	$K_{95,n,0.025}$	$K_{95,n,0.975}$	$K_{95,n,0.005}$	$K_{95,n,0.995}$
							26	1.225	2.275	1.153	2.421	1.022	2.743
2	0.475	26.262	0.273	52.564	-0.273	262.884	27	1.231	2.260	1.161	2.402	1.032	2.713
3	0.639	7.657	0.479	10.928	0.163	24.611	28	1.238	2.246	1.168	2.384	1.041	2.686
4	0.743	5.144	0.601	6.602	0.336	11.513	29	1.244	2.233	1.175	2.367	1.050	2.660
5	0.818	4.203	0.687	5.125	0.448	7.902	30	1.250	2.220	1.182	2.351	1.058	2.636
6	0.875	3.708	0.752	4.386	0.531	6.293	31	1.256	2.208	1.189	2.336	1.066	2.614
7	0.920	3.400	0.805	3.940	0.596	5.393	32	1.261	2.197	1.195	2.322	1.073	2.593
8	0.958	3.188	0.848	3.641	0.649	4.817	33	1.266	2.186	1.201	2.309	1.081	2.573
9	0.990	3.031	0.884	3.424	0.693	4.417	34	1.271	2.176	1.206	2.296	1.088	2.554
10	1.017	2.911	0.915	3.259	0.731	4.121	35	1.276	2.167	1.212	2.284	1.095	2.536
11	1.041	2.815	0.943	3.129	0.765	3.894	36	1.280	2.158	1.217	2.273	1.101	2.519
12	1.063	2.737	0.967	3.024	0.795	3.713	37	1.285	2.149	1.222	2.262	1.107	2.503
13	1.082	2.671	0.989	2.936	0.821	3.565	38	1.289	2.141	1.227	2.251	1.113	2.488
14	1.099	2.615	1.008	2.861	0.845	3.441	39	1.293	2.133	1.232	2.242	1.119	2.474
15	1.114	2.566	1.026	2.798	0.866	3.336	40	1.297	2.126	1.236	2.232	1.125	2.460
16	1.128	2.524	1.042	2.742	0.886	3.246	41	1.300	2.118	1.241	2.223	1.130	2.447
17	1.141	2.486	1.057	2.693	0.905	3.167	42	1.304	2.112	1.245	2.215	1.135	2.434
18	1.153	2.453	1.071	2.650	0.921	3.098	43	1.308	2.105	1.249	2.206	1.140	2.422
19	1.164	2.423	1.084	2.611	0.937	3.037	44	1.311	2.099	1.253	2.198	1.145	2.410
20	1.175	2.396	1.096	2.576	0.952	2.982	45	1.314	2.093	1.257	2.191	1.150	2.399
21	1.184	2.372	1.107	2.544	0.965	2.932	46	1.318	2.087	1.260	2.183	1.155	2.389
22	1.193	2.349	1.117	2.516	0.978	2.888	47	1.321	2.081	1.264	2.176	1.159	2.378
23	1.202	2.329	1.127	2.489	0.990	2.847	48	1.324	2.076	1.268	2.169	1.163	2.369
24	1.210	2.309	1.136	2.465	1.001	2.809	49	1.327	2.070	1.271	2.163	1.168	2.359
25	1.218	2.292	1.145	2.442	1.012	2.775	50	1.330	2.065	1.274	2.157	1.172	2.350

2-2-7 正規分布の標本の和の分布と標本平均の分布

1) 標本の和の分布

互いに独立した正規分布 1 および正規分布 2 があり、平均がそれぞれ μ_x および μ_y 、分散が σ_x^2 および σ_y^2 とする。これらの分布から無作為にそれぞれ 1 つずつ標本 X および Y を抽出し、 $Z = X + Y$ を求める。この操作を無限回繰り返すと無限個の Z ができるが、その分布について考えよう。

Z の確率密度関数を求めるためには、 $Pr(a \leq Z \leq b)$ を算出する式を導けばよい。正規分布 1 および正規分布 2 の確率密度関数をそれぞれ $f(x)$ および $g(y)$ とすれば、

$$Pr(a \leq Z \leq b) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{a-y}^{b-y} f(x) g(y) dx dy$$

となる。上式は、最初に $f(x) g(y)$ を x で積分するのであるが、 x と y は互いに独立なので、この時は y を定数と考えてよい。 $z = x + y$ なので、 $dz = dx$ であり、上式は次のように変換できる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_a^b f(z-y) g(y) dz dy$$

正規分布の確率密度関数を代入すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{(z-y-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) dz dy$$

となる。ここで、

$$\exp\left(-\frac{(z-y-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) = e^{-\frac{(z-y-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\exp\left(-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) = e^{-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}$$

である。積分範囲に z と y が使用されていないので、積分する順番を次のように入れ替えることができる。

$$\begin{aligned} & \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{(z-y-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(z-y-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)y^2 - (2z\sigma_x^2 - 2\mu_x\sigma_x^2 + 2\mu_y\sigma_y^2)y + (\sigma_x^2z^2 + \sigma_y^2\mu_x^2 - 2\sigma_x^2z\mu_x + \sigma_x^2\mu_y^2)}{2\sigma_x^2\sigma_y^2}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)\left(y - \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\right)^2 + \frac{\sigma_x^2\sigma_y^2(z - (\mu_x+\mu_y))^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}}{2\sigma_x^2\sigma_y^2}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{\left(y - \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\right)^2}{\frac{2\sigma_x^2\sigma_y^2}{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}} - \frac{(z - (\mu_x+\mu_y))^2}{2(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{\left(y - \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\right)^2}{\frac{2\sigma_x^2\sigma_y^2}{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}}\right) \exp\left(-\frac{(z - (\mu_x+\mu_y))^2}{2(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \sqrt{2\pi} \frac{\sqrt{\sigma_x^2\sigma_y^2}}{\sqrt{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}} \exp\left(-\frac{(z - (\mu_x+\mu_y))^2}{2(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\sqrt{\sigma_x^2\sigma_y^2}}{\sqrt{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}}} \exp\left(-\frac{\left(y - \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\right)^2}{\frac{2\sigma_x^2\sigma_y^2}{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}}\right) dy dz \\ &= \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}} \exp\left(-\frac{(z - (\mu_x+\mu_y))^2}{2(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\sqrt{\sigma_x^2\sigma_y^2}}{\sqrt{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}}} \exp\left(-\frac{\left(y - \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2}\right)^2}{\frac{2\sigma_x^2\sigma_y^2}{(\sigma_x^2+\sigma_y^2)}}\right) dy dz \end{aligned}$$

上式の y による積分は平均 $= \frac{z\sigma_x^2 - \mu_x\sigma_x^2 + \mu_y\sigma_y^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ 、分散 $= \frac{\sigma_x^2\sigma_y^2}{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}$ の正規分布の確率密度関数を $-\infty$ から ∞ まで積分する形であり積分値は 1 となる。したがって最終的に次式が導かれる。

$$Pr(a \leq Z \leq b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}} \exp\left(-\frac{(z - (\mu_x + \mu_y))^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right) dz$$

この式が成り立つということは、被積分関数が Z の確率密度関数 $h(z)$ であることを意味している。つまり

$$h(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}} \exp\left(-\frac{(z - (\mu_x + \mu_y))^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right)$$

である。これは平均 $= \mu_x + \mu_y$ 、分散 $= \sigma_x^2 + \sigma_y^2$ の正規分布の確率密度関数である。このように、互いに独立した 2 つの正規分布からそれぞれ 1 つずつ無作為に抽出された標本の和は、正規分布となり、その平均は 2 つの平均の和となり、その分散は 2 つの分散の和とな

る。さらに拡張すると、互いに独立した n 個の正規分布から 1 つずつ無作為に抽出された標本の和は、正規分布となり、その平均は各正規分布の平均の和となり、その分散は各正規分布の分散の和となることが証明できる。

2) 標本平均の分布

上記の証明から、平均 μ および分散 σ^2 の正規分布から無作為に抽出された n 個の標本 X_1, X_2, \dots, X_n の和の分布は、平均 $n\mu$ および分散 $n\sigma^2$ の正規分布になることがわかる。さらに和を n で割ると標本平均 m となるが (式 2.16)、その分布は平均 μ および分散 $\frac{\sigma^2}{n}$ の正規分布になる。つまり、標本平均の分布も正規分布になり、その平均は元の分布と同じであるが、分散は $\frac{1}{n}$ になる。これは正規分布の標本平均の重要な性質である。

ところで、ここでは証明は省略するが、標本平均の分布の平均が元の分布と同一で、分散が元の分散の $\frac{1}{n}$ になることは、正規分布に限らず、どのような分布でも成り立つ。ただし、分布型は元の分布型と異なることが多い。例えば 2-3 で学ぶ対数正規分布の標本平均の分布は対数正規分布にはならない。

2-3 対数正規分布 (lognormal distribution)

2-3-1 濃度の度数分布と対数変換

有害物質を使用する作業場における気中有害物質濃度の度数分布は図 2.21 のように左右対称にならず、低濃度側に偏り、高濃度側に裾を引っ張っている形になる。このような場合、対数変換すると左右対称になることがある。

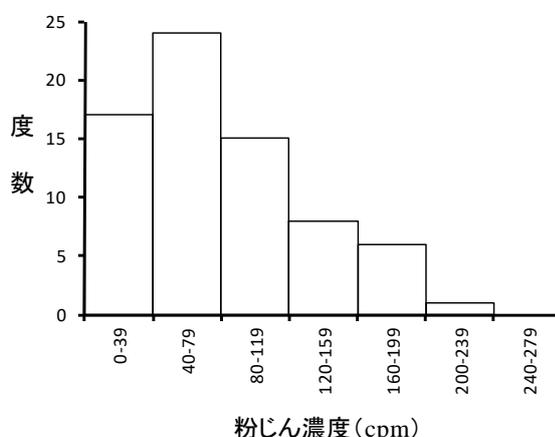


図2.21 鑄造作業場の粉じん濃度の度数分布

図 2.22 を参考にしながら、この点を少し詳しく考えてみよう。まず、測定値が 1ppm 以上の場合である。

例えば、階級幅が 1ppm の度数分布であれば、1~20ppm には 19 個の階級が、20~400ppm には 380 個の階級が、400~8000ppm には 7600 個の階級がある。対数変換 $\log_e X$ によって 1、20、400、8000ppm はそれぞれ 0、3、6、9 に変換される。対数変換値の度数分布を考え、階級幅を 1 とすれば、0~3、3~6、6~9 はいずれも 3 個の階級となる。つまり、元の分布の 1~20ppm には 19 個の階級があったのに、対数変換によりそれら全ての階級がまとまり 3 個の階級になり、したがって度数が増加する。20~400ppm および 400~8000ppm について同様に考えると、それぞれ 380 個および 7600 個の階級があったのに、対数変換によりそれら全ての階級がまとまりそれぞれ 3 個の階級になり、やはり度数が増加する。対数変換によりまとまる階級の数、高濃度になるほど多くなるので、度数の増加の割合も大きくなる。

一方、測定値が 1ppm 以下の場合、逆のことが起こる。つまり、0~1ppm には 1 個の階級しかないのに、対数変換すると、0 は $-\infty$ になり、結果として無限個の階級に分かれる。

このようにして、1ppm 以上では、元の分布で度数が少なかった高濃度側でより多くの階級がまとまり、低濃度側ではより少ない階級がまとまる。一方、1ppm 以下では、逆に低濃度になるほど多くの階級に分割される。こうして分布は左右対称に近づくのである。

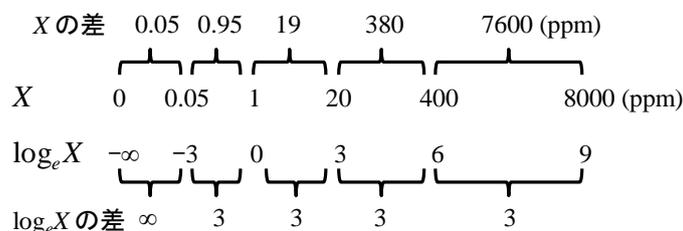


図2.22 対数変換による数値間隔の変化
 $0 < X < 1$ では、対数変換により間隔が大きくなる
 $1 < X$ では、対数変換により間隔が小さくなる

2-3-2 対数正規分布の定義と確率密度関数

確率変数 X の対数変換値が正規分布に従う時、元の変数 X の分布を対数正規分布という。その確率密度関数は次式で表わされる。なお、確率変数 X は負数はとれない。

$$x = 0 \text{ の時 } f(x) = 0,$$

$$x > 0 \text{ の時 } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} \quad \text{式 2.29}$$

ここで、 μ_g および σ_g は、次の 2-3-3 で説明するように、それぞれ幾何平均および幾何標準偏差であり、対数正規分布を規定する 2 つのパラメータである。幾何平均は正数、幾何標準偏差は 1 より大きい正数である。正規分布の確率密度関数（式 2.8）と異なる部分は、 x 、 μ および σ の代わりにそれぞれ $\log_e x$ 、 $\log_e \mu_g$ および $\log_e \sigma_g$ が使用されていることと、分母に x が入っていることである。

2-3-3 対数正規分布のパラメータ (1)

1) 幾何平均 (geometric mean)

幾何平均とは、確率変数 X を対数変換して平均を算出し、その値を真数に戻したものである。数式で説明すると次のようになる。まず、対数変換値 $\log_e X$ の平均を次式で求める。

$$\int_0^{\infty} \log_e x f(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{\log_e x}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

ここで $y = \log_e x$ とおくと、 $dy = \frac{1}{x} dx$ となり、上式は次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(y - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} dy$$

これは平均 $\log_e \mu_g$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の平均を算出する式であり、したがって、 $\log_e X$ の平均は $\log_e \mu_g$ であり、この値の真数 μ_g が幾何平均である。

2) 幾何標準偏差 (geometric standard deviation)

幾何標準偏差とは、確率変数 X を対数変換して標準偏差を算出し、その値を真数に戻したものである。数式で説明すると次のようになる。まず、対数変換値 $\log_e X$ の分散を次式で求める。

$$\int_0^{\infty} (\log_e x - \log_e \mu_g)^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

ここで $y = \log_e x$ とおくと、 $dy = \frac{1}{x} dx$ となり、上式は次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y - \log_e \mu_g)^2}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(y - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} dy$$

これは平均 $\log_e \mu_g$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の分散を算出する式であり、したがって、

$\log_e X$ の分散は $(\log_e \sigma_g)^2$ であり、この値の平方根 $\log_e \sigma_g$ の真数 σ_g が幾何標準偏差である。

2-3-4 様々な対数正規分布

図 2.23 の左図に幾何平均が 1、幾何標準偏差が 1.2、1.5、2.0 および 3.0 の対数正規分布を示す。左右対称ではなく、低濃度側に片寄り、高濃度側に裾を引っ張る形になっており、幾何標準偏差が大きいほど、その傾向が強くなる。逆に幾何標準偏差が小さい場合は、左右対称に近づき、正規分布のように見える。確率密度がもっとも大きくなる X の値（最頻値）は、幾何平均である 1 よりも小さく、幾何標準偏差が大きいほど、小さくなる。

図 2.23 の右図に幾何平均が 1、2、5 および 10、幾何標準偏差が 2.0 の対数正規分布を示す。幾何標準偏差が同一でも、幾何平均が大きくなるほど、分布の広がりが大きくなり、最頻値も大きくなる。

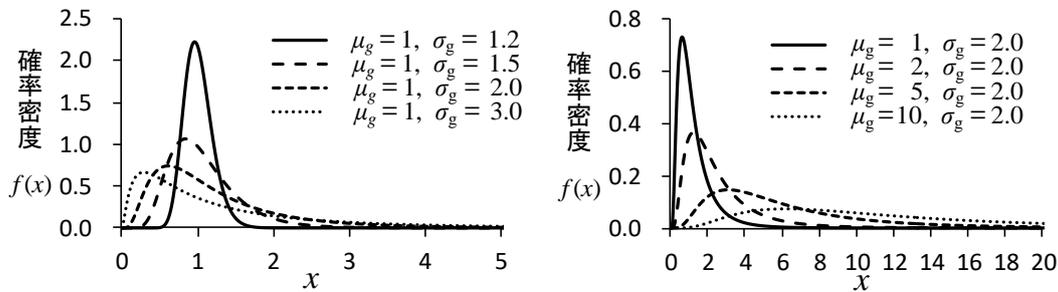


図2.23 様々な対数正規分布

2-3-5 対数正規分布のパラメータ (2)

対数正規分布の基本的なパラメータは幾何平均 μ_g および幾何標準偏差 σ_g である。ただし、対数正規分布にも平均（幾何平均と区別するため「算術平均」という場合もある）、分散、標準偏差および最頻値がある。

1) 平均 (mean)

どのような分布であっても、平均 μ は $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ で計算される。ここで、 $f(x)$ は確率密度関数である。対数正規分布の場合は確率変数 X は 0 以上なので、積分範囲は 0 から ∞ になる。関数を代入すると次のようになる。

$$\mu = \int_0^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

これを計算すると、

$$\mu = e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)} \tag{式 2.30}$$

となる（付録 2 参照）。あるいは

$$\log_e \mu = \log_e \mu_g + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g)^2 \quad \text{式 2.31}$$

とも表わされる。常用対数であれば次のようになる。

$$\mu = 10^{(\log_{10} \mu_g + 1.151 (\log_{10} \sigma_g)^2)} \quad \text{式 2.32}$$

$$\log_{10} \mu = \log_{10} \mu_g + 1.151 (\log_{10} \sigma_g)^2 \quad \text{式 2.33}$$

2) 分散および標準偏差 (variance, standard deviation)

どのような分布であっても、分散 σ^2 は $\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$ で計算され、対数正規分布の場合は次のようになる (付録 2 参照)。

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_0^{\infty} \frac{(x - \mu)^2}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} dx \\ &= (e^{(\log_e \sigma_g)^2} - 1) e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} \end{aligned} \quad \text{式 2.34}$$

標準偏差 σ は分散の平方根なので次式になる。

$$\sigma = \sqrt{(e^{(\log_e \sigma_g)^2} - 1) e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)}} \quad \text{式 2.35}$$

3) 最頻値 (mode)

最頻値 X_{mode} は確率密度がもっとも大きくなる確率変数 X の値である。一般に、連続関数が最大値を示す x を求めるためには、 x で微分し、導関数 (微分により導かれた関数) が 0 になる x を求める (正確には「極大値」あるいは「極小値」を示す x を求めることになる)。対数正規分布の確率密度関数を微分すると

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} \left(-\frac{1}{x^2} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} - \frac{1}{x^2} \frac{2(\log_e x - \log_e \mu_g)}{2 (\log_e \sigma_g)^2} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} \right) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi} x^2 \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} \left(1 + \frac{\log_e x - \log_e \mu_g}{(\log_e \sigma_g)^2} \right) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi} x^2 \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2 (\log_e \sigma_g)^2}} \left(\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)}{(\log_e \sigma_g)^2} \right) \end{aligned}$$

となる。したがって、最頻値は次式になる。

$$\log_e X_{\text{mode}} = \log_e \mu_g - (\log_e \sigma_g)^2 \quad \text{式 2.36}$$

4) 平均および標準偏差から幾何平均および幾何標準偏差を算出する式

式 2.30 および式 2.35 は、幾何平均および幾何標準偏差から平均および標準偏差を算出するのに使用するが、逆に平均および標準偏差から幾何平均および幾何標準偏差を算出する式を以下に示す。

$$\mu_g = \frac{\mu^2}{\sqrt{\mu^2 + \sigma^2}} \quad \text{式 2.37}$$

$$\sigma_g = e^{\sqrt{\log_e(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2})}}$$

式 2.38

5) 幾何平均、平均、最頻値の関係

ここで、対数正規分布における平均、幾何平均および最頻値の関係を見ておこう。式 2.30 および式 2.36 から、最頻値 $X_{\text{mode}} < \text{幾何平均 } \mu_g < \text{平均 } \mu$ であることがわかる。図 2.24 に、幾何平均が 5.0、幾何標準偏差が 1.5、2.0 および 3.0 の対数正規分布の平均、幾何平均および最頻値を示した。幾何平均が同一であれば、幾何標準偏差が大きくなるほど、平均は大きくなり、最頻値は小さくなることがわかる。

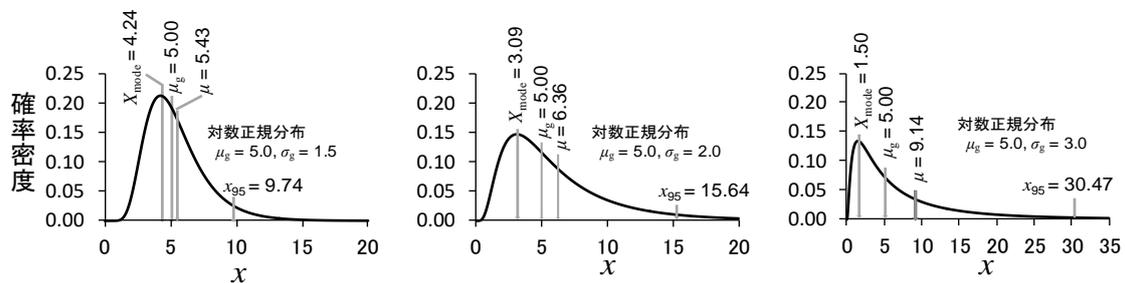


図2.24 対数正規分布における幾何平均、平均、最頻値および95%値の関係

2-3-6 平均および標準偏差が同じ対数正規分布と正規分布

対数正規分布は幾何平均と幾何標準偏差とにより規定されるが、上記のように平均と標準偏差も算出できる。一方、正規分布は平均と標準偏差により規定されるが、確率変数が $-\infty$ から $+\infty$ までの数値をとるため、負の値が対数変換できず、幾何平均と幾何標準偏差は算出できない。

図 2.25 は、平均および標準偏差が同じ正規分布と対数正規分布を重ねて示したものである。左図は、幾何平均 5.00 および幾何標準偏差 1.20 の対数正規分布と、それと同じ平均 5.08 および標準偏差 0.93 を持つ正規分布であるが、ほぼ一致している。このように幾何標準偏差が小さい場合は、対数正規分布は正規分布で近似できる。中央の図は、幾何平均 5.00 および幾何標準偏差 1.50 の対数正規分布と、それと同じ平均 5.43 および標準偏差 2.29 を持つ

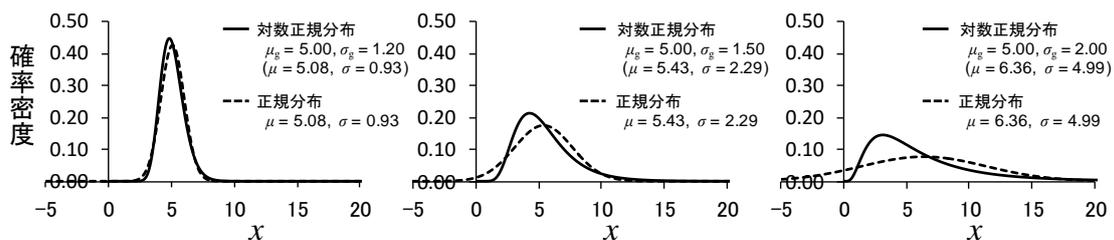


図2.25 平均および標準偏差が同一の対数正規分布と正規分布

正規分布であるが、ずれが大きくなっている。右図は、幾何平均 5.00 および幾何標準偏差 2.00 の対数正規分布と、それと同じ平均 6.36 および標準偏差 4.99 を持つ正規分布であるが、まったく異なった形状になっている。

2-3-7 対数正規分布の面積

1) 面積

正規分布の場合と同様に、対数正規分布の確率密度関数について x が A から B までの部分の面積（図 2.26 の灰色部分）について考えてみよう。この面積は、2-2-4 で説明したように、確率変数 X が対数正規分布に従う時に、 $A \leq X \leq B$ の相対度数を表わしており、それは確率 $Pr(A \leq X \leq B)$ に相当する。値は次式で算出できる。

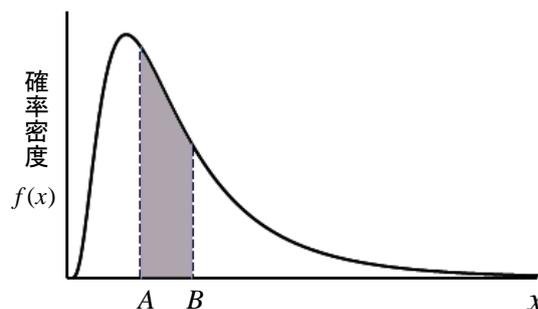


図2.26 対数正規分布の $A \leq x \leq B$ の面積

$$\int_A^B \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx \quad \text{式 2.39}$$

ここで、 $y = \frac{\log_e x - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ とおくと、 $dy = \frac{1}{x \log_e \sigma_g} dx$ となり、上式は次のようになる。

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

ここで $a = \frac{\log_e A - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ および $b = \frac{\log_e B - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ である。

この式は標準正規分布の確率密度関数の積分であり、正規分布表（表 2.12）から求めることができる。

例えば、幾何平均 5.3 および幾何標準偏差 2.5 の対数正規分布について、 $0 \leq X \leq 4.5$ の相対度数を算出してみよう。 $a = \frac{\log_e 0 - \log_e 5.3}{\log_e 2.5} = -\infty$ および $b = \frac{\log_e 4.5 - \log_e 5.3}{\log_e 2.5} = -0.179$ なので、標準正規分布を $-\infty$ から -0.179 まで積分した値となる。標準正規分布は $x = 0$ を中心に左右対称なので、それは 0.179 から ∞ まで積分した値と同値である。そこで、まず 0 から 0.179 まで積分した値を正規分布表から求めると 0.07103 となる（2-2-4 参照）。 0 から ∞ までの積分は 0.5 なので、 $0.42897 (= 0.5 - 0.07103)$ が相対度数になる。

2) 中央値 (medium)

中央値 X_{50} とは小さい順に並べた時に真ん中に位置する値である。つまり確率密度関数を $x = 0$ から B まで積分した時に、積分値が 0.5 になる B の値である。それは標準正規分布を $-\infty$ から $b = \frac{\log_e B - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ まで積分した時に、積分値が 0.5 になる b の値に相当する。標準正規分布は $x = 0$ を中心に左右対称なので $b = 0$ であり、したがって $B = \mu_g$ になる。以上より、

対数正規分布の中央値は幾何平均と同値である。

$$X_{50} = \mu_g \quad \text{式 2.40}$$

3) (幾何平均 ÷ 幾何標準偏差) ≤ X ≤ (幾何平均 × 幾何標準偏差) の相対度数

$\mu_g/\sigma_g \leq X \leq \mu_g\sigma_g$ の相対度数は次式で計算される。

$$\int_{\mu_g/\sigma_g}^{\mu_g\sigma_g} \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

ここで、 $y = \frac{\log_e x - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ とおくと、 $dy = \frac{1}{x \log_e \sigma_g} dx$ となり、上式は次のようになる。

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

この式は標準正規分布の確率密度関数の積分であり、正規分布表から 0.6826 であることがわかる。つまり、対数正規分布では、

$$Pr\left(\frac{\mu_g}{\sigma_g} \leq X \leq \mu_g\sigma_g\right) = 0.683 \quad \text{式 2.41}$$

である。正規分布では、 $Pr(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0.683$ であったことを思い出そう (2-2-4 参照)。

4) 95%値 (95 percentile)

95%値 X_{95} とは小さい順に並べた時に下から 95%に位置する値である。つまり確率密度関数を $x = 0$ から B まで積分した時に、積分値が 0.95 になる B の値である。それは標準正規分布を $-\infty$ から $b = \frac{\log_e B - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$ まで積分した時に、積分値が 0.95 になる b の値に相当する。

したがって $b = 1.645$ であり (2-2-4 参照)、 $\log_e B = \log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g$ となる。したがって、

$$\log_e X_{95} = \log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g \quad \text{式 2.42}$$

$$X_{95} = e^{(\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 2.43}$$

となる。常用対数を用いると次のようになる。

$$\log_{10} X_{95} = \log_{10} \mu_g + 1.645 \log_{10} \sigma_g \quad \text{式 2.44}$$

$$X_{95} = 10^{(\log_{10} \mu_g + 1.645 \log_{10} \sigma_g)} \quad \text{式 2.45}$$

自然対数と常用対数とで比較すると、 e と 10 が異なるだけで、式の形は同じである。平均 μ の場合は、自然対数と常用対数では式の形が異なっている (式 2.30 および式 2.32)。この違いに注意しよう。

図 2.24 に、幾何平均が 5.0、幾何標準偏差が 1.5、2.0 および 3.0 の対数正規分布の 95%値を示す。幾何平均が同一であれば、幾何標準偏差が大きいほど、95%値は大きくなる。また、一般に 95%値は平均よりも大きい。ただし、幾何標準偏差が 26.85 以上の場合は、平均が 95%値よりも大きくなる。

2-3-8 対数正規分布に対応する正規分布

対数正規分布の定義から明らかなように、対数正規分布の確率変数 X を対数変換すると正規分布に従う。そのような正規分布を、この本では、元の対数正規分布に「対応する正規分布」と呼ぶことにする。例えば、幾何平均が 1、幾何標準偏差が 2 の対数正規分布に対応するのは、平均が $\log_e 1 = 0$ 、標準偏差が $\log_e 2 = 0.693$ の正規分布である。このように、対応する正規分布の平均および標準偏差は、それぞれ元の対数正規分布の幾何平均および幾何標準偏差の対数変換値である。

図 2.27 に対数正規分布と対応する正規分布を示す。幾何平均が 1 の場合は、ピークの高さおよび分布の広がりと同程度であるが、幾何平均が 10 あるいは 50 の場合は、対数正規分布の方がピークの高さが低く、分布の広がりが大きい。なお、ここで示した対数正規分布に対応する正規分布は、2-3-6 (図 2.25) で説明した対数正規分布と平均および標準偏差が同じ正規分布とはまったく別のものである。

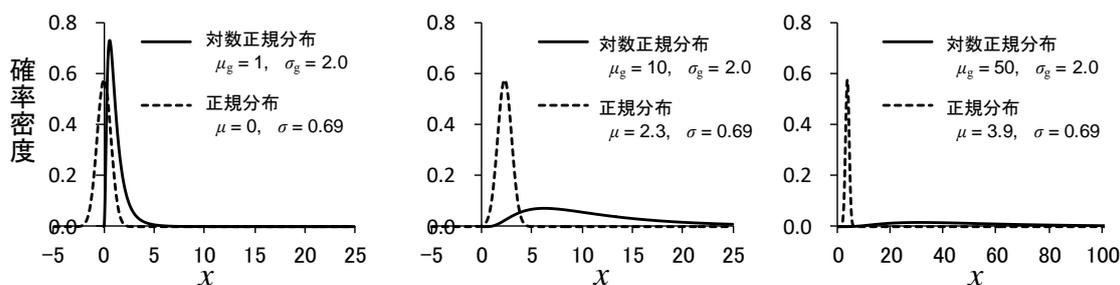


図2.27 対数正規分布およびそれに対応する正規分布

2-3-9 パラメータの推定

対数正規分布の場合、無作為に抽出した標本からパラメータを推定するには、各標本の値を対数変換した後、「対応する正規分布」のパラメータを推定し、次いで対数正規分布のパラメータを推定する (図 2.28)。

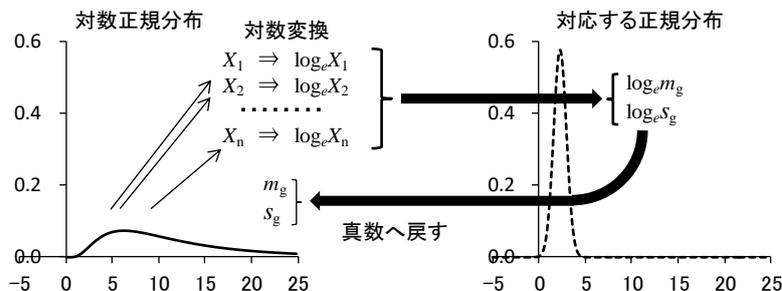


図2.28 対数正規分布のパラメータの推定手順

1) 点推定

①幾何平均の推定値

次式により、まず対応する正規分布の平均の推定値 $\log_e m_g$ を算出し、真数に戻して幾何平均 μ_g の推定値である標本幾何平均 m_g とする。なお、この値は不偏推定値ではない。

$$\log_e m_g = \frac{\log_e X_1 + \log_e X_2 + \dots + \log_e X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e X_i}{n} \Rightarrow m_g = e^{\log_e m_g} \quad \text{式 2.46}$$

ここで $X_i = i$ 番目の値、 $n =$ サンプルサイズである。常用対数を使用すると以下のようになる。

$$\log_{10} m_g = \frac{\log_{10} X_1 + \log_{10} X_2 + \dots + \log_{10} X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \log_{10} X_i}{n} \Rightarrow m_g = 10^{\log_{10} m_g} \quad \text{式 2.47}$$

②幾何標準偏差の推定値

次式により、まず対応する正規分布の標準偏差の推定値 $\log_e \sigma_g$ を算出し、真数に戻して幾何標準偏差 σ_g の推定値である標本幾何標準偏差 s_g とする。

$$\log_e s_g = \sqrt{\frac{(\log_e X_1 - \log_e m_g)^2 + (\log_e X_2 - \log_e m_g)^2 + \dots + (\log_e X_n - \log_e m_g)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_e X_i - \log_e m_g)^2}{n}}$$

$$\Rightarrow s_g = e^{\log_e s_g} \quad \text{式 2.48}$$

常用対数を使用すると次のようになる。

$$\log_{10} s_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_{10} X_i - \log_{10} m_g)^2}{n}} \Rightarrow s_g = 10^{\log_{10} s_g} \quad \text{式 2.49}$$

分母に $(n-1)$ を使用することもある。

$$\log_e s_{g(n-1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_e X_i - \log_e m_g)^2}{n-1}} \Rightarrow s_{g(n-1)} = e^{\log_e s_{g(n-1)}} \quad \text{式 2.50}$$

常用対数を使用すると次のようになる。

$$\log_{10} s_{g(n-1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_{10} X_i - \log_{10} m_g)^2}{n-1}} \Rightarrow s_{g(n-1)} = 10^{\log_{10} s_{g(n-1)}} \quad \text{式 2.51}$$

③平均の推定値

対数正規分布の場合、平均の推定法には2つの方法がある。ひとつは式 2.31 の μ_g および σ_g にそれぞれ m_g および s_g (あるいは $s_{g(n-1)}$) を代入する方法である。すなわち、式 2.46 および式 2.48 (あるいは式 2.50) により m_g および s_g (あるいは $s_{g(n-1)}$) を算出し、以下のいずれかの式に代入する。

$$\log_e m = \log_e m_g + \frac{1}{2} (\log_e s_g)^2 \Rightarrow m = e^{\log_e m} \quad \text{式 2.52}$$

$$\log_e m = \log_e m_g + \frac{1}{2} (\log_e s_{g(n-1)})^2 \Rightarrow m = e^{\log_e m} \quad \text{式 2.53}$$

常用対数を使用すると次式となる。

$$\log_{10} m = \log_{10} m_g + 1.151 (\log_{10} s_g)^2 \Rightarrow m = 10^{\log_{10} m} \quad \text{式 2.54}$$

$$\log_{10} m = \log_{10} m_g + 1.151 (\log_{10} s_{g(n-1)})^2 \quad \Rightarrow \quad m = 10^{\log_{10} m} \quad \text{式 2.55}$$

このようにして推定された平均は不偏推定値ではない。

もうひとつは次式で算出する通常の標本平均 m である。この値は不偏推定値である。

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{式 2.56}$$

④95%値の推定値

95%値 X_{95} は式 2.42 の μ_g および σ_g にそれぞれ m_g および s_g (あるいは $s_{g(n-1)}$) を代入する。すなわち、以下のいずれかの式で算出する。

$$\log_e X_{95} = \log_e m_g + 1.645 \log_e s_g \quad \Rightarrow \quad X_{95} = e^{\log_e X_{95}} \quad \text{式 2.57}$$

$$\log_e X_{95} = \log_e m_g + 1.645 \log_e s_{g(n-1)} \quad \Rightarrow \quad X_{95} = e^{\log_e X_{95}} \quad \text{式 2.58}$$

常用対数を使用すると以下のようなになる。

$$\log_{10} X_{95} = \log_{10} m_g + 1.645 \log_{10} s_g \quad \Rightarrow \quad X_{95} = 10^{\log_{10} X_{95}} \quad \text{式 2.59}$$

$$\log_{10} X_{95} = \log_{10} m_g + 1.645 \log_{10} s_{g(n-1)} \quad \Rightarrow \quad X_{95} = 10^{\log_{10} X_{95}} \quad \text{式 2.60}$$

2) 区間推定

①幾何平均の区間推定

2-2-6 では、正規分布の平均 μ の信頼区間を算出する方法を学んだが、対数正規分布の幾何平均 μ_g の信頼区間も同様の手順で算出する。ただし、最初に対数変換して対応する正規分布の平均 μ の信頼区間を算出し、最後に真数に戻すところだけが異なる。

式 2.24 を対数正規分布に適用すると

$$Pr \left(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)} \leq \log_e \mu_g \leq \log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)} \right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.61}$$

となり、さらに真数に戻すと

$$Pr \left(e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})} \leq \mu_g \leq e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})} \right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.62}$$

となる。この式は、区間 $[e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})}]$ が真の幾何平均 μ_g を含んでいるという判断が正しい確率が $1 - \alpha$ であることを意味している。例えば $\alpha = 0.05$ であれば、 $1 - \alpha = 0.95$ なので、下の不等式が 95% の確率で成り立つ。

$$Pr \left(e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 0.025}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})} \leq \mu_g \leq e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 0.975}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})} \right) = 0.95$$

この区間 $[e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 0.025}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 0.975}}{\sqrt{n}} \log_e s_{g(n-1)})}]$ のことを幾何平均 μ_g の 95% 信頼区間と言う。

式 2.62 で $K_{\mu, n, \alpha/2} = \frac{t_{n-1, \alpha/2}}{\sqrt{n}}$ とおくと、

$$Pr(e^{(\log_e m_g + K_{\mu,n,\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})} \leq \mu_g \leq e^{(\log_e m_g + K_{\mu,n,1-\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}) = 1 - \alpha$$

と書ける。したがって $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$[e^{(\log_e m_g + K_{\mu,n,\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + K_{\mu,n,1-\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}] \quad \text{式 2.63}$$

となる。 $K_{\mu,n,\alpha/2}$ の値は2-2-6の表2.16と同じである。

②平均の区間推定

対数正規分布の平均（算術平均）の正確な信頼区間を算出するには、かなり煩雑な計算が必要である（文献2-4, 2-5）。このため、この本では説明しないが、95%信頼区間がどの程度の幅になるかを理解するために、標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ が1.1、1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0であった場合に使用できる数値表（表2.18）を示す。使用方法の例を以下に示す。

- ・ サンプルサイズが9個とする。
- ・ 標本幾何平均 m_g および標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ はそれぞれ13 ppm および2.0であった。
- ・ $s_{g(n-1)} = 2.0$ なので、表2.18より $K_L = 0.78$ および $K_U = 2.73$ が得られる。
- ・ m_g に K_L および K_U の値を掛けて95%信頼区間の下限値および上限値を得る。

したがって、平均の正確な95%信頼区間は [10 (ppm), 35 (ppm)] となる。

標本幾何標準偏差が表に示されていない値になった場合は（ほとんどのケースがこの場

表2.18 対数正規分布の平均(算術平均)の95%信頼区間を計算する K_L 値および K_U 値

n	標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$													
	1.1		1.5		2.0		2.5		3.0		3.5		4.0	
	K_L	K_M	K_L	K_M	K_L	K_M	K_L	K_M	K_L	K_M	K_L	K_M	K_L	K_M
3	0.81	1.31	0.53	7.29	0.43	294	0.39	2.0×10^3	0.37	1.5×10^6	0.36	1.1×10^8	0.36	$> 10^9$
4	0.87	1.18	0.64	2.80	0.55	12.80	0.52	77.57	0.50	496	0.50	3.1×10^3	0.51	1.8×10^4
5	0.90	1.14	0.70	2.13	0.63	5.83	0.60	18.66	0.60	62.14	0.61	204	0.62	652
6	0.91	1.12	0.74	1.87	0.68	4.13	0.67	10.09	0.67	25.34	0.69	63.12	0.71	153
7	0.92	1.10	0.77	1.73	0.72	3.40	0.72	7.18	0.73	15.47	0.75	33.07	0.78	69.31
8	0.93	1.09	0.80	1.64	0.75	2.99	0.75	5.77	0.78	11.31	0.81	21.97	0.85	41.95
9	0.94	1.08	0.81	1.58	0.78	2.73	0.79	4.96	0.82	9.10	0.86	16.56	0.90	29.66
10	0.94	1.08	0.83	1.53	0.80	2.55	0.82	4.43	0.85	7.75	0.90	13.45	0.95	23.00
11	0.94	1.07	0.84	1.49	0.82	2.42	0.84	4.06	0.88	6.84	0.94	11.46	0.99	18.91
12	0.95	1.07	0.85	1.47	0.84	2.32	0.86	3.78	0.91	6.20	0.97	10.09	1.03	16.19
13	0.95	1.07	0.86	1.44	0.85	2.23	0.88	3.57	0.94	5.72	1.00	9.09	1.07	14.26
14	0.95	1.06	0.87	1.42	0.87	2.17	0.90	3.40	0.96	5.34	1.03	8.33	1.10	12.82
15	0.95	1.06	0.88	1.40	0.88	2.11	0.92	3.26	0.98	5.04	1.05	7.73	1.13	11.72
20	0.96	1.05	0.90	1.34	0.92	1.93	0.98	2.82	1.06	4.14	1.15	6.01	1.26	8.64
25	0.97	1.05	0.92	1.31	0.95	1.82	1.03	2.59	1.12	3.68	1.23	5.18	1.35	7.23
30	0.97	1.04	0.94	1.28	0.98	1.75	1.06	2.44	1.17	3.39	1.29	4.69	1.42	6.41
40	0.97	1.04	0.95	1.25	1.01	1.67	1.11	2.26	1.23	3.06	1.38	4.12	1.53	5.49
50	0.98	1.03	0.97	1.23	1.04	1.61	1.15	2.15	1.28	2.87	1.44	3.80	1.62	4.99
100	0.99	1.02	1.00	1.18	1.10	1.50	1.24	1.92	1.42	2.47	1.62	3.16	1.84	4.01
∞	1.01		1.09		1.30		1.52		1.83		2.19		2.61	

(文献2-6より)

合に当たる)、直線内挿法を用いて計算する。その他にも近似的な区間推定を算出する方法がいくつか提案されているが、それぞれ一長一短がある(文献 2-6, 2-7)。

③95%値の区間推定

2-2-6 では、正規分布の 95% 値 $\mu + 1.645\sigma$ の信頼区間を算出する方法を学んだが、対数正規分布の 95% 値 $X_{95} = e^{(\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g)}$ の信頼区間も同様の手順で算出する。ただし、最初に対数変換して対応する正規分布の 95% 値の信頼区間を算出し、最後に真数に戻すところが異なる。

式 2.27 を対数正規分布に適用すると

$$Pr\left(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)} \leq \log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g \leq \log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.64}$$

となる。ここで $\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g$ は対応する正規分布の 95% 値である。さらに真数に戻すと

$$Pr\left(e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})} \leq e^{(\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g)} \leq e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}\right) = 1 - \alpha$$

となり、さらに対数正規分布の 95% 値 $X_{95} = e^{(\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g)}$ なので、

$$Pr\left(e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})} \leq X_{95} \leq e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.65}$$

が得られる。この式は、区間 $[e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}]$ が X_{95} を含んでいるという判断が正しい確率が $1 - \alpha$ であるという意味である。例えば $\alpha = 0.05$ であれば、 $1 - \alpha = 0.95$ なので、下の不等式が 95% の確率で成り立つ。

$$Pr\left(e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.025}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})} \leq X_{95} \leq e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.975}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}\right) = 0.95$$

この区間 $[e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.025}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, 0.975}}{\sqrt{n}} \log_e S_{g(n-1)})}]$ のことを 95% 値の 95% 信頼区間と言う。

ここで $K_{95, n, \alpha/2} = \frac{t_{n-1, 1.645\sqrt{n}, \alpha/2}}{\sqrt{n}}$ とおくと、式 2.65 は

$$Pr\left(e^{(\log_e m_g + K_{95, n, \alpha/2} \log_e S_{g(n-1)})} \leq X_{95} \leq e^{(\log_e m_g + K_{95, n, 1-\alpha/2} \log_e S_{g(n-1)})}\right) = 1 - \alpha$$

と書ける。したがって $100(1 - \alpha)\%$ 信頼区間は

$$[e^{(\log_e m_g + K_{95, n, \alpha/2} \log_e S_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + K_{95, n, 1-\alpha/2} \log_e S_{g(n-1)})}] \quad \text{式 2.66}$$

となる。 $K_{95, n, \alpha/2}$ の値は 2-2-6 の表 2.17 と同じである。

3) 計算例

図 1.10 の作業場の気中有害物質濃度の分布を対数正規型であると仮定し、パラメータを推定してみよう。ここでは自然対数を使用する。

①幾何平均および幾何標準偏差の推定

まず測定値 X を対数変換する (表 2.19)。そして式 2.46 を用いて $\log_e m_g$ を算出し、さらに真数に戻して m_g とする。

$$\log_e m_g = \frac{\log_e 25 + \log_e 30 + \dots + \log_e 4}{12} = 2.61$$

$$m_g = e^{2.61} = 13.6 \text{ (ppm)}$$

次に式 2.50 を用いて $\log_e s_{g(n-1)}$ を算出し、さらに真数に戻して $s_{g(n-1)}$ とする。

$$\log_e s_{g(n-1)} = \sqrt{\frac{(\log_e 25 - \log_e 13.6)^2 + (\log_e 30 - \log_e 13.6)^2 + \dots + (\log_e 4 - \log_e 13.6)^2}{n-1}} = 0.626$$

$$s_{g(n-1)} = e^{0.626} = 1.87$$

なお幾何標準偏差には単位はない。上式の分子の第 1 項 $(\log_e 25 - \log_e 13.6)$ の 25 と 13.6 の単位はいずれも ppm であるが、この項を $\log_e \frac{25}{13.6}$ と変形することで、単位がなくなることがわかる。

次に幾何平均の 95% 信頼区間を算出しよう。 $n = 12$ なので、表 2.16 より $K_{\mu,12,0.025} = -0.635$ および $K_{\mu,12,0.975} = 0.635$ である。式 2.63 に数値を代入すると、幾何平均 μ_g の 95% 信頼区間

$$\left[e^{(\log_e 13.6 - 0.635 \log_e 1.87)}, e^{(\log_e 13.6 + 0.635 \log_e 1.87)} \right]$$

$$= [9.1 \text{ (ppm)}, 20.2 \text{ (ppm)}]$$

が得られる。

表 2.19 気中有害物質濃度

測定点	濃度 X (ppm)	$\log_e X$
1	25	3.219
2	30	3.401
3	25	3.219
4	12	2.485
5	22	3.091
6	17	2.833
7	14	2.639
8	10	2.303
9	15	2.708
10	11	2.398
11	5	1.609
12	4	1.386

②平均の推定

式 2.53 を用いて $\log_e m$ を算出し、さらに真数に戻して m とする。

$$\log_e m = \log_e 13.6 + \frac{1}{2} (\log_e 1.87)^2 = 2.81$$

$$m = e^{2.81} = 16.6 \text{ (ppm)}$$

なお通常の平均を算出する式 2.56 を適用すると以下のようになり、大きな差はない。

$$m = \frac{25+30+\dots+4}{12} = 15.8 \text{ (ppm)}$$

③95%値の推定

式 2.58 を用いて $\log_e X_{95}$ を算出し、さらに真数に戻して X_{95} とする。

$$\log_e X_{95} = \log_e 13.6 + 1.645 \log_e 1.87 = 3.64$$

$$X_{95} = e^{3.64} = 38.1 \text{ (ppm)}$$

次に 95% 値の 95% 信頼区間を算出しよう。 $n = 12$ なので、表 2.17 より $K_{95,12,0.025} = 0.967$ および $K_{95,12,0.975} = 3.024$ である。式 2.66 に数値を代入すると、95% 値の 95% 信頼区間

$$\left[e^{(\log_e 13.6 + 0.967 \log_e 1.87)}, e^{(\log_e 13.6 + 3.024 \log_e 1.87)} \right] = [24.9 \text{ (ppm)}, 90.3 \text{ (ppm)}]$$

が得られる。

以上をまとめると $m_g = 13.6$ (ppm)、 $s_{g(n-1)} = 1.87$ 、 $m = 16.6$ (ppm) および $X_{95} = 38.1$ (ppm) となる。これらはいずれも点推定である。また、幾何平均の 95%信頼区間は [9.1 (ppm), 20.2 (ppm)]、95%値の 95%信頼区間は [24.9 (ppm), 90.3 (ppm)] となる。

2-3-10 対数正規分布の標本の積の分布

互いに独立した対数正規分布 1 および対数正規分布 2 があり、幾何平均がそれぞれ μ_{gX} および μ_{gY} 、幾何標準偏差が σ_{gX} および σ_{gY} とする。これらの分布から無作為にそれぞれ 1 つずつ標本 X および Y を抽出し、 $Z = X \times Y$ を求める。この操作を無限回繰り返すと無限個の Z ができるが、その分布はどのようなものであろうか。そのために $\log_e Z$ の分布を考えてみよう。

$$\log_e Z = \log_e(X \times Y) = \log_e X + \log_e Y$$

X および Y は対数正規分布に従う確率変数であり、したがって $\log_e X$ および $\log_e Y$ は正規分布に従い、その平均はそれぞれ $\log_e \mu_{gX}$ および $\log_e \mu_{gY}$ 、分散は $(\log_e \sigma_{gX})^2$ および $(\log_e \sigma_{gY})^2$ である。 $\log_e Z$ は $\log_e X$ と $\log_e Y$ の和なので、2-2-7 で学んだように、正規分布となり、その平均は $\log_e \mu_{gX} + \log_e \mu_{gY} = \log_e \mu_{gX} \mu_{gY}$ 、分散は $(\log_e \sigma_{gX})^2 + (\log_e \sigma_{gY})^2$ となる。したがって、 Z は幾何平均 $\mu_{gX} \mu_{gY}$ および幾何標準偏差 $e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{gX})^2 + (\log_e \sigma_{gY})^2}}$ の対数正規分布に従う。

2-4 測定値の変動

2-4-1 測定誤差による変動

気中有害物質濃度を知るには実際に測定するしかない。したがって私たちが知ることができるのは、ある場所の気中有害物質濃度の測定値である。測定値には誤差が含まれている。例えば、トルエン 100ppm の標準ガスを作成し、ある測定法により測定すると、測定値がいつも 100ppm になるわけではなく、93ppm になったり、105ppm になったりする。この場合、測定誤差はそれぞれ-7ppm および 5ppm である。測定回数を増やして測定値の相対度数分布を作成すると正規分布に近づく (図 2.29)。このため、測定誤差は正規分布で取り扱われる。

正規分布は平均と標準偏差により規定される。例えば、トルエン 100ppm の標準ガスを繰り返し 100 回測定したところ、測定値の平均が 100ppm で、標準偏差が 5ppm であったとしよう。この場合は、測定値は平均 100ppm、標準偏差 5ppm の正規分布に従うとして取り扱う。同じ測定法を用いてトルエン 200ppm の標準ガスを測定すると、平均 200ppm、標準偏差 10ppm となったとしよう。この場合は、測定値は平均 200ppm、標準偏差 10ppm の正規分布に従うとして取り扱う。ところで、いずれの場合も標準偏差は平均の 0.05 倍である。このように濃度が変わっても、標準偏差が平均の一定の倍数で表わされる場合は、次式で算出する変動係数 CV により、その測定法 (サンプリング法と分析法) の精度 (同じものを繰り返し測定した場合の測定値のばらつき precision) を表現する。

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad \text{式 2.67}$$

上の例では $CV = 0.05$ である。精度は測定法により異なる。

ところで、測定値の平均は必ずしも真の値と一致するわけではない。例えば、トルエン 100ppm の標準ガスを繰り返し 100 回測定して、平均 90ppm および標準偏差 5ppm が得られたとしよう。このケースでは平均は真の値よりも 10% だけ小さい。つまり平均と真の値の差を真の値で割ると -0.10 になる。このような真の値からのずれを「バイアス」といい、この値の絶対値が小さいほど測定法の正確度 (accuracy) が高い。

同じ測定法でトルエン 200ppm の標準ガスを測定して、平均 180ppm および標準偏差 10ppm が得られたとしよう。このケースでも平均は真の値よりも小さいが、100ppm のケースと同様にバイアスは -0.10 である。このように測定値の平均が常に真の値

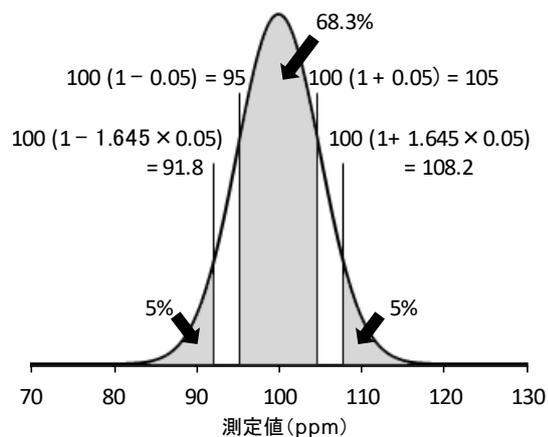


図2.29 100 ppmの標準ガスの測定値の相対度数分布
測定法 バイアス = 0.00, 変動係数 = 0.05

より 10%だけ小さくなることがあらかじめ分かっておれば、測定値を 0.9 で割って算出した補正值を用いれば、補正值の平均は真の値に一致する。この場合、標準偏差も 0.9 で割らなければならない。したがって、真の値が 100ppm であれば、補正值の平均は 100ppm であり、標準偏差は 5.6ppm である。変動係数で表現すれば $CV = 0.056$ である。このように、測定値の平均が真の値より常に小さい、あるいは常に大きいのであれば、補正值を算出してそれを測定値とすれば、測定値の平均は真の値と一致する。したがって、変動係数により測定誤差の大きさを表現できる。

一般化すると、真の濃度が C_{Tr} (添字の Tr は "true" の意味) の標準ガスを、変動係数 CV の測定法を用いて測定すれば、測定値 (補正值) は平均 C_{Tr} および標準偏差 $C_{Tr} \times CV$ の正規分布に従う。したがって、測定値の 68.3% (100 回測定すれば 68 回) は $C_{Tr}(1 - CV)$ と $C_{Tr}(1 + CV)$ の間に入る (図 2.29, 2-2-4 参照)。また、測定値の 95% (100 回測定すれば 95 回) は $C_{Tr}(1 + 1.645 CV)$ 以下になる。逆に測定値の 95% は $C_{Tr}(1 - 1.645 CV)$ 以上である。

2-4-2 日内変動および日間変動

産業現場では、気中有害物質濃度は時間とともに変動しており、また空間的にも変動している。作業場のある一点で有害物質濃度を連続的に測定すると日内変動 (時間的変動) の分布が得られる。また作業場の中に多数の測定点を選び有害物質濃度を測定すると日内変動 (時間的空間的変動) の分布が得られる。それらの分布はいずれも対数正規型である。また、作業者の個人曝露濃度の日内分布および日間分布もやはり対数正規型である。

対数正規分布では変動の大きさは幾何標準偏差で表わされる。産業現場における幾何標準偏差の中央値は、作業環境濃度の日内分布および日間分布ではいずれも 1.3 であり (3-2-2 参照)、曝露濃度の日内分布 (15 分間平均値)、日内分布 (60 分間平均値) および日間分布ではそれぞれ 2.3、1.7 および 1.7 である (3-2-3 参照)。これらの値は実際に産業現場で得られた測定値を基に算出されたものであるが、実はそれらの測定値には日内変動や日間変動だけでなく、測定誤差による変動も含まれている。したがって、本当の日内変動と日間変動はもう少し小さいはずである。

それでは測定誤差がどの程度影響しているかを考えてみよう。真の有害物質濃度の日内変動の分布が対数正規分布とする。その分布に測定誤差が加算されることにより、測定値の日内分布ができあがる。ところが測定誤差は対数正規分布ではなく正規分布で表現され、そしてその正規分布の標準偏差は濃度に比例して変化するので (本書ではそのような測定法の場合について考察している)、このままでは理論的な取り扱いができない。このため、測定誤差の分布を対数正規分布で近似する。

例として、バイアスが 0.00、変動係数が 0.05 の測定法について考えてみる。この測定法で 100ppm の標準ガスを測定すれば、測定値の分布は、 $\mu = 100$ (ppm) および $\sigma = 5$ (ppm) の正規分布となる。200ppm であれば、 $\mu = 200$ (ppm) および $\sigma = 10$ (ppm) の正規分布となる。図 2.30A の実線はそれら 2 つの正規分布である。

ところで、対数正規分布は、幾何標準偏差が小さい場合は正規分布で近似できることを学んだが (2-3-6 参照)、逆に正規分布は、平均 μ が正数で変動係数 CV が小さい場合は、対数正規分布で近似できる。その場合の幾何平均および幾何標準偏差は式 2.37 および式 2.38 より次式となる。

$$\mu_g = \frac{\mu^2}{\sqrt{\mu^2 + \sigma^2}} = \frac{\mu}{\sqrt{1 + CV^2}} \quad \text{式 2.68}$$

$$\sigma_g = e^{\sqrt{\log_e(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2})}} = e^{\sqrt{\log_e(1 + CV^2)}} \quad \text{式 2.69}$$

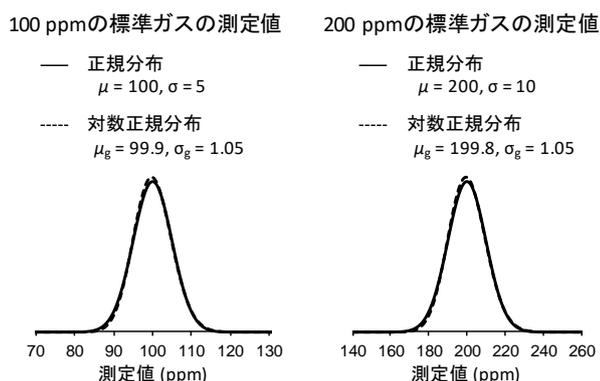
$\mu = 100$ (ppm) および $CV = 0.05$ を代入すると、 $\mu_g = 99.9$ (ppm) および $\sigma_g = 1.05$ となる。また 200ppm の場合は、 $\mu_g = 199.8$ (ppm) および $\sigma_g = 1.05$ となる。図 2.30Ⓐの破線はそれら 2 つの対数正規分布であるが、正規分布で表現した測定値の分布とほぼ一致している。したがって、これらの対数正規分布により測定値の分布を表現できる。

変動係数が 0.10 の場合も同様に考えてみる。図 2.30Ⓑの実線が測定値の分布を正規分布で表わしたものである。次に対数

正規分布で近似すると、100ppm の標準ガスでは $\mu_g = 99.5$ (ppm) および $\sigma_g = 1.10$ 、200ppm の標準ガスでは $\mu_g = 199.0$ (ppm) および $\sigma_g = 1.10$ となる。図 2.30Ⓑの破線が測定値の分布を対数正規分布で表現したものであるが、正規分布とほぼ一致しており、これらの対数正規分布により測定値の分布を表現できる。

以上より、変動係数が 0.10 以下であれば、測定値の分布は対数正規分布で記述できることがわかる。それでは、日内変動と測定誤差の変動を合わせるにはどうすればいいであろうか。真の日内分布を幾何平均 μ_{gTr} および幾何標準偏差 σ_{gTr} の対数正規分布とし (添字の Tr は”true”の意味)、その標本を X_i とする。 X_i はある時刻の真の有害物質濃度である。次に測定誤差を表現する分布とし

Ⓐ 変動係数 $CV = 0.05$ の場合



Ⓑ 変動係数 $CV = 0.10$ の場合

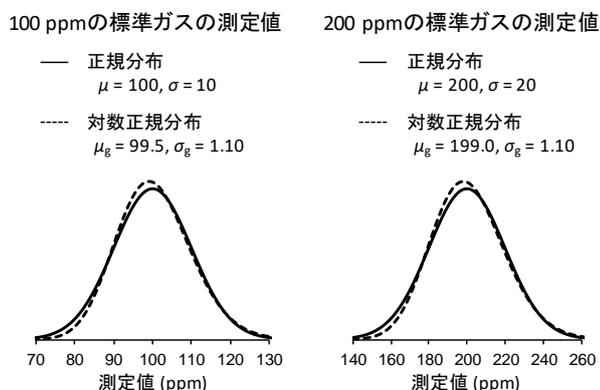


図2.30 測定値の分布を表わす正規分布と対数正規分布

て幾何平均 $\mu_{gEr} = \frac{1}{\sqrt{1+CV^2}}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{gEr} = e^{\sqrt{\log_e(1+CV^2)}}$ の対数正規分布を設定し

(添字の Er は”error”の意味)、その標本を Y_j とする。さて各分布から無作為にそれぞれ1つの標本 X_1 および Y_1 を抽出し、その積 X_1Y_1 を算出すると、これが真の濃度 X_1 の測定値の1つの標本である。次に新たに Y_2 を無作為に抽出して、 X_1 との積 X_1Y_2 を算出する。この操作を無限に繰り返すと、 X_1Y_j ($j = 1 \sim \infty$) の分布は幾何平均 $\frac{X_1}{\sqrt{1+CV^2}}$ および幾何標準偏差 $e^{\sqrt{\log_e(1+CV^2)}}$ の対数正規分布となり、これが真の濃度 X_1 の測定値の分布である。図 2.30 に示した波線がこの分布に相当する。次に新たに X_2 を抽出して同様の操作を繰り返すと、真の濃度 X_2 の測定値の分布となる。このようにして全ての X_i を新たに抽出して同じ操作を無限に繰り返し、それらのすべての X_iY_j を集めた分布が日内変動と測定誤差による変動を合わせた分布となる(図 2.31)。この分布は2つの対数正規分布の標本の積の分布であり、その幾何平均 μ_{gMe} および幾何標準偏差 σ_{gMe} は次式となる(2-3-10 参照、添字の Me は”measure”の意味)。

$$\mu_{g,Me} = \mu_{gTr} \times \mu_{gEr} = \frac{\mu_{gTr}}{\sqrt{1+CV^2}} \quad \text{式 2.70}$$

$$\sigma_{g,Me} = e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{gTr})^2 + (\log_e \sigma_{gEr})^2}} = e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{gTr})^2 + \log_e(1+CV^2)}} \quad \text{式 2.71}$$

例えば、作業環境濃度の日内分布の幾何標準偏差の中央値は 1.3 であるが、この値は日内変動と測定誤差による変動を合わせたものなので、 σ_{gMe} の値である。式 2.71 に $\sigma_{gMe} = 1.3$ および $CV = 0.05$ を代入すると、 $\sigma_{gTr} = 1.29$ になる。この値が真の日内分布の幾何標準偏差であるが、測定値から算出された幾何標準偏差 1.3 とほとんど変わらない(図 2.31)。同様に $CV = 0.10$ の場合について計算すると、 $\sigma_{gTr} = 1.27$ となり、やはりほとんど変わらない。したがって、変動係数が 0.10 以下の測定法により得られた測定値を用いて日内変動や日間変動を算出する場合は、測定誤差を無視しても差し支えない。

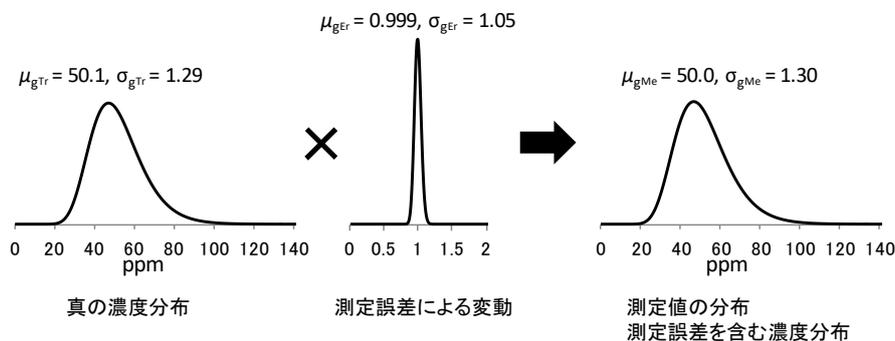


図2.31 真の濃度分布と測定値の分布

2-5 相関分析

2-5-1 Pearson の相関係数

1) 相関関係と相関係数

2つの確率変数 X と Y の関連について考えてみよう。無限個のボールが入っている箱があり、各ボールには X と Y の値が書かれている。この箱から無作為にボールを1個取り出し X と Y の値を記録する。このような操作を10回繰り返すことにより、表 2.20 の結果が得られた。2つの変数には関連があるだろうか。このような場合、散布図を作成するとわかりやすい (図 2.32)。A では、 X が大きくなると Y も大きくなる。こ

表2.20 ボールの数値

No.	A		B		C		D	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	60	40	43	195	60	199	20	40
2	156	195	86	80	198	160	156	17
3	20	17	102	120	86	17	2	120
4	86	120	20	182	20	8	102	2
5	198	199	156	8	180	40	86	199
6	43	8	180	17	43	80	43	182
7	132	160	60	160	156	182	198	80
8	2	2	132	40	132	2	132	195
9	180	182	2	199	2	195	60	8
10	102	80	198	2	102	120	180	160
相関係数	0.959		-0.959		-0.021		0.031	

のような場合、正の相関があるという。B では、逆に X が大きくなると Y は小さくなる。このような場合、負の相関があるという。そして C は X と Y はお互いに関連していないので、無相関という。一方、D は X が大きくなるからといって Y が大きくなるわけでも、逆に小さくなるわけでもないが、点は円形になっており、関連はありそうである。

このような相関関係を数値で表すものに Pearson の相関係数がある。ボールの取り出しを無限回繰り返して、次式を計算すると、真の相関係数 (母相関係数) が得られる。

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (X_i - \mu_X)(Y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} (X_i - \mu_X)^2 \sum_{i=1}^{\infty} (Y_i - \mu_Y)^2}} \quad \text{式 2.72}$$

ここで μ_X は X の平均、 μ_Y は Y の平均である。実際には無限回繰り返すことは不可能であり、以下の相関係数の推定値、すなわち標本相関係数が計算される。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)(Y_i - m_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - m_Y)^2}} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)(Y_i - m_Y)}{n}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)^2}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - m_Y)^2}{n}}} \\ = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)(Y_i - m_Y)}{n s_X s_Y} \quad \text{式 2.73}$$

ここで m_X および m_Y はそれぞれ X および Y の標本平均であり、式 2.16 を用いて算出する。また、 s_X および s_Y はそれぞれ X および Y の標本標準偏差であり、式 2.19 を用いて算出する。

この式の意味は図 2.32 で考えるとわかりやすい。A のように点が第 1 象限と第 3 象限に多い場合、式 2.73 の分子は正数になるので相関係数も正数となる。逆に、B のように点が第 2 象限と第 4 象限に多い場合、式 2.73 の分子は負数になるので相関係数も負数となる。

また、Cのように点がすべての象限に均等にある場合、式 2.73 の分子は 0 に近くなるので、相関係数も 0 に近くなる。

ところで、相関係数を用いる場合に注意が必要なのは、D のケースである。点が 4 つの象限に均等にあるので、相関係数は 0 に近くなるが、2 つの変数は明らかに関連を持っている。つまり、相関係数が 0 に近いからと言って 2 つの変数が無関係と言えない場合がある。これは、相関係数が 2 つの変数の直線的関係の有無を判断しているのであって、円のような関係は判断できないためである。したがって、相関係数の数値だけで判断するのではなく、散布図を見ることが重要である。

式 2.73 の分子の意味については上で説明したが、分母の意味を考えてみよう。例えば X を身長、 Y を走り幅跳びの距離とする。当然、 X と Y には正の相関がある。ただし、身長と距離をメートルで表わすのと、センチメートルで表わすのでは、分子の値は 10000 倍違う。このような単位の違いなどの影響を避けるために、散らばりの指標である標準偏差で割っているのである。相関係数の値は -1 から 1 の範囲に入り、 1 に近いほど正の相関が強く、 -1

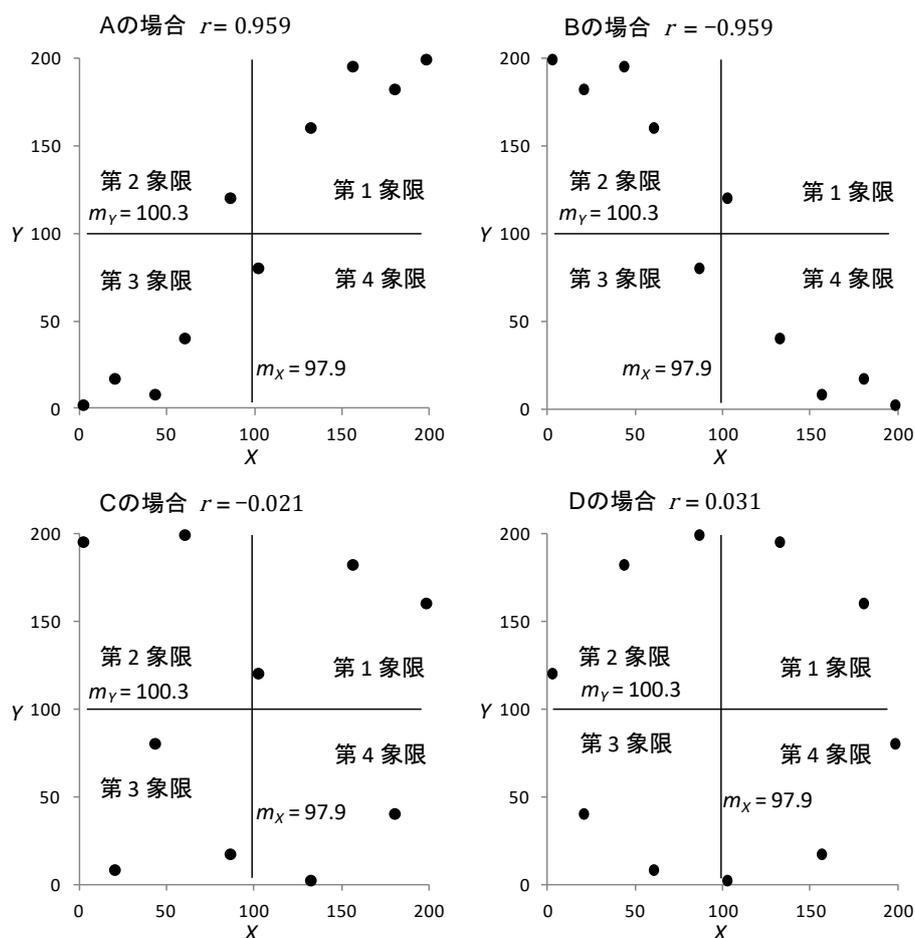


図2.32 ボールのXおよびYの数値の散布図
「第1象限」などはXの平均およびYの平均を座標軸とした場合の表現

に近いほど負の相関が強いことを表わしている。ただし、 $\rho = 0.6$ の場合が $\rho = 0.3$ の場合の 2 倍相関が強いというわけではない。なお、この他にも相関係数と呼ばれるものがあるが（例えば Spearman の相関係数）、単に「相関係数」というと Pearson の相関係数を指す。

2) 相関係数の検定

n 個の標本から算出した標本相関係数 r は必ずしも真の相関係数 ρ とは一致しない。そこで、真の相関係数を含む区間を推定するのが区間推定である。しかし、上記のように相関係数は正か負かが重要なので、一般には区間推定ではなく、正負の検定が行われる。つまり、 $\rho = 0$ という仮説の真偽を調べるのである。

上記と同様に、無限個のボールが入っている箱があり、各ボールには X と Y の値が書かれており、 (X, Y) が二次元正規分布に従う確率変数であるとしよう。そしてこれら 2 つの変数の相関係数 ρ が 0 であるとする（仮説）。この箱からボールを無作為に n 個取り出して標本相関係数 r を算出し、さらに下式により T を算出する。

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

このような操作を無限回繰り返すと、無限個の T が算出されるが、それは自由度 $n-2$ の t 分布に従う。したがって、

$$Pr\left(t_{n-2,\alpha/2} \leq \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \leq t_{n-2,1-\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.74}$$

が成り立つ（2-2-6 参照）。さらに式を変形し、 $t_{n-2,1-\alpha/2} = -t_{n-2,\alpha/2}$ を利用すれば、

$$Pr\left(-\sqrt{\frac{(t_{n-2,\alpha/2})^2}{n-2+(t_{n-2,\alpha/2})^2}} \leq r \leq \sqrt{\frac{(t_{n-2,\alpha/2})^2}{n-2+(t_{n-2,\alpha/2})^2}}\right) = 1 - \alpha \quad \text{式 2.75}$$

となる。

例えば、 $n = 10$ 、 $\alpha = 0.05$ であれば、 $1 - \alpha = 0.95$ なので、

$$-\sqrt{\frac{(t_{8,0.025})^2}{10-2+(t_{8,0.025})^2}} \leq r \leq \sqrt{\frac{(t_{8,0.025})^2}{10-2+(t_{8,0.025})^2}}$$

が 95% の確率で成り立つ。 $t_{8,0.025} = -2.306$ なので、

$$-0.6319 \leq r \leq 0.6319$$

となる。

実際に 10 個のボールを取り出し相関係数を計算すると、 $r = 0.721$ であったとしよう。この値は上式の区間に入っていないので、最初の仮説 ($\rho = 0$) が 95% 以上の確率で間違っていることになる。したがって、真の相関係数 ρ は 95% 以上の確率で 0 ではなく、正の値である。これを「相関係数は、危険率 5% 未満で正の値である」という。危険率と言うのは、その判断が間違っている確率のことである。もし $r = -0.721$ が算出されたとしたら、相関係数は危険率 5% 未満で負の値であると判断する。表 2.21 に、 $n = 3 \sim 50$ の場合について、危

危険率 5%、1%、0.1% の $\sqrt{\frac{(t_{n-2, \alpha/2})^2}{n-2+(t_{n-2, \alpha/2})^2}}$ の値を示した。例えば、 $n = 20$ の場合、危険率 5% で判

断するのであれば、表 2.21 の値は 0.44376 なので、 r がこの値より大きければ、「相関係数は危険率 5% 未満で正の値である」とする。また、 r が -0.44376 より小さければ、「相関係数は危険率 5% 未満で負の値である」と判断する。

ただし、この検定は、 X と Y がいずれも正規分布に従う確率変数であることが前提であることを覚えておこう。したがって、 X と Y が対数正規分布の場合は対数変換値を使用して計算する。ただし、その相関係数は X の対数変換値と Y の対数変換値の相関係数であって、 X と Y の相関係数ではないことに注意しよう。

表2.21 標本相関係数 r の検定表

n	危険率			n	危険率		
	5%	1%	0.1%		5%	1%	0.1%
				26	0.38824	0.49581	0.60736
				27	0.38086	0.48693	0.59745
3	0.996917	0.999877	0.999999	28	0.37389	0.47851	0.58799
4	0.950000	0.990000	0.999000	29	0.36728	0.47051	0.57896
5	0.87834	0.95874	0.99114	30	0.36101	0.46289	0.57032
6	0.81140	0.91720	0.97407	31	0.35505	0.45563	0.56205
7	0.75449	0.87453	0.95088	32	0.34937	0.44870	0.55412
8	0.70673	0.83434	0.92490	33	0.34396	0.44207	0.54651
9	0.66638	0.79768	0.89826	34	0.33879	0.43573	0.53920
10	0.63190	0.76459	0.87212	35	0.33384	0.42965	0.53218
11	0.60207	0.73479	0.84705	36	0.32911	0.42381	0.52541
12	0.57598	0.70789	0.82330	37	0.32457	0.41821	0.51890
13	0.55294	0.68353	0.80096	38	0.32022	0.41282	0.51262
14	0.53241	0.66138	0.78000	39	0.31603	0.40764	0.50655
15	0.51398	0.64114	0.76035	40	0.31201	0.40264	0.50070
16	0.49731	0.62259	0.74193	41	0.30813	0.39782	0.49504
17	0.48215	0.60551	0.72466	42	0.30440	0.39317	0.48957
18	0.46828	0.58971	0.70843	43	0.30079	0.38868	0.48427
19	0.45553	0.57507	0.69316	44	0.29732	0.38434	0.47914
20	0.44376	0.56144	0.67878	45	0.29396	0.38014	0.47417
21	0.43286	0.54871	0.66521	46	0.29071	0.37608	0.46935
22	0.42271	0.53680	0.65238	47	0.28756	0.37214	0.46467
23	0.41325	0.52562	0.64023	48	0.28452	0.36833	0.46013
24	0.40439	0.51510	0.62871	49	0.28157	0.36462	0.45572
25	0.39607	0.50518	0.61777	50	0.27871	0.36103	0.45143

2-5-2 自己相関

1) 時系列的変動

後ほど第3章で、気中有害物質濃度の度数分布が対数正規分布で取り扱うことができることを示すが、この分布は幾何平均および幾何標準偏差により完全に記述できる。それでは、これら2つのパラメータがわかれば、職場の有害物質濃度の全ての情報がわかるのであろうか。もちろんそんなことはない。度数分布というのは有害物質濃度を低い順に並べただけのものなので、有害物質濃度の平均的なレベルや変動の大きさはわかるが、濃度が時系列的にどのように変動しているかは示していない。

表 2.22 には、気中有害物質濃度の時系列的変動の2つのパターンを示している。これをグラフにしたものが図 2.33 である。これらは濃度分布として捉えると、いずれも幾何平均 9.6ppm、幾何標準偏差 1.62 の対数正規分布である。しかし、左図の方が変化のスピードが速く、頻繁に上下している。逆に、右図の方はゆっくりと変化しており、ある時刻の濃度はそれ以前の濃度に強い影響を受けている。言い換えると、ある時刻の濃度はその少し前の時刻の濃度に強く依存している。左図の方もまったくランダムに変動しているのではなく、前の時刻の濃度に少し依存している。依存の程度が大きい小さいかの違いである。このような依存の程度を表わす指標として自己相関係数がある。

表2.22 有害物質濃度の時系列的変動

No.	A (ppm)	B (ppm)
1	3.5	4.0
2	9.3	3.5
3	14.5	5.0
4	14.1	24.5
5	10.7	20.4
6	17.4	17.4
7	4.0	14.2
8	10.1	13.8
9	7.2	12.9
10	10.0	10.7
11	12.9	10.1
12	24.5	9.3
13	10.2	6.4
14	5.2	6.8
15	11.7	8.0
16	6.4	10.0
17	5.0	10.2
18	6.8	10.6
19	8.4	12.7
20	13.8	14.5
21	20.4	14.1
22	12.7	11.7
23	14.2	6.4
24	8.0	8.4
25	6.4	7.2
26	10.6	5.2

2) 自己相関係数 (autocorrelation coefficient)

自己相関係数 ρ は次式で表わされる (文献 2-8)。

$$\rho = \frac{\sum\{(C(t)-\mu)(C(t+\Delta t)-\mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}}$$

式 2.76

ここで $C(t)$ は時刻 t の濃度、 $C(t + \Delta t)$ は時刻 $t + \Delta t$ の濃度である。 Δt を変数と考えれば、自己相関係数は Δt の関数と捉えることができ、それを自己相関関数 $\rho(\Delta t)$ と呼ぶ。 Δt は2つの時刻の間隔なので、一般には Δt が

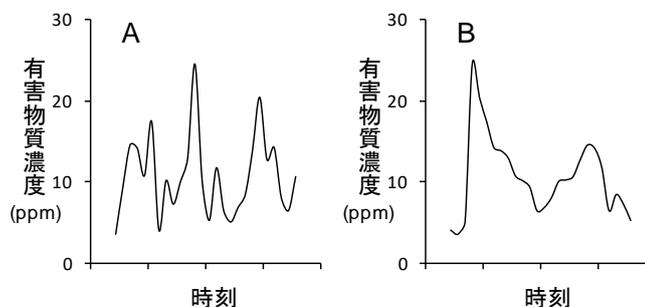


図2.33 濃度分布は同じだが、変動パターンが異なる

大きくなるほど自己相関は小さくなると考えられる。

実際の測定値から自己相関係数を推定するには、以下の式を使う。

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \left\{ \left(C_i - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_i \right) \left(C_{i+j} - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i+j} \right) \right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-j} \left(C_i - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_i \right)^2 \sum_{i=1}^{n-j} \left(C_{i+j} - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i+j} \right)^2}}$$

$$\doteq \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \{ (C_i - m)(C_{i+j} - m) \}}{(n-j) s^2} \quad \text{式 2.77}$$

ここで、 r は標本自己相関係数、 C_i は時系列的に i 番目の濃度、 C_{i+j} は時系列的に $i+j$ 番目の濃度である。一見複雑に見えるが、 C_i と C_{i+j} の相関係数を算出する式である。表 2.22 のデータから標本自己相関係数を算出すると表 2.23 のようになる。 $j = 1$ の場合の自己相関は、**A** が 0.173、**B** が 0.582 であり、**B** の方がすぐ前の濃度により強く影響を受けていることが示される。

ここで示した有害物質濃度は対数正規分布をしているので、自己相関係数の検定はできない。というのは、相関係数の正負の検定は正規分布からの標本であることを前提としているからである。対数変換値の自己相関係数であれば 2-5-1 の検定法が適用できるが、敢えてそのままの値の自己相関係数を求めたのは、「3-4 平均化時間の変化による分布の変化」に繋げるためである。

表2.23 AおよびBの自己相関係数

j	A	B
1	0.173	0.582
2	-0.089	0.138
3	-0.233	-0.221
4	-0.404	-0.313
5	-0.455	-0.413

第2章の参考文献

- 2- 1 Shapiro SS, Wilk MB. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrik* 1965;52:591-611.
- 2- 2 Shapiro SS, RS.Francia RS. An approximate analysis of variance test for normality. *J Am Stat Assoc* 1972; 67(337):215-216.
- 2- 3 竹内啓. 確率分布と統計解析. 東京：日本規格協会, 1975:99-114.
- 2- 4 Land C. Standard confidence intervals for linear functions of the normal mean and variance. *Am Statist Assoc* 1973;68:960-963.
- 2- 5 Land C. Hypothesis tests and interval estimates. In “*Lognormal distribution. Theory and applications*” edited by Crow E, Shimizu K. New York: Marcel Dekker 1988:87-112.
- 2- 6 Armstrong BG. Confidence intervals for arithmetic means of lognormally distributed exposures. *Am J Ind Assoc J* 1992;53:481-485.
- 2- 7 Krishnamoorthy K, Mathew T. Inferences on the means of lognormal distributions using generalized p-values and generalized confidence intervals. *J Statistic Planning Inference* 2003;115:103-121.
- 2-8 岸根卓郎. 統計学. 東京：養賢堂, 1966:197-200.

第2章のまとめ

度数分布 (frequency distribution)

用語

階級 階級幅 階級値 度数 総数 サンプルサイズ

相対度数 = 度数 ÷ 総数 = 度数 ÷ サンプルサイズ

確率密度 = 度数 ÷ サンプルサイズ ÷ 階級幅 = 相対度数 ÷ 階級幅 = 単位階級幅当たりの相対度数

性質

相対度数の総和は1になる

階級幅が同一であれば、サンプルサイズが変化しても相対度数分布はほとんど変化しない

階級幅が異なると、相対度数分布の形はあまり変わらないのに、各階級の相対度数が異なる

サンプルサイズおよび階級幅が異なっても、確率密度はほとんど変化しない

パラメータ

平均 $\mu = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$, 分散 $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}$, 標準偏差 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}}$

確率密度関数

確率変数とは、集団から標本を無作為に抽出した時に一定の割合（確率）で抽出される数値

確率密度関数とは、確率変数 X の確率密度を x の関数 $f(x)$ として表わしたもの

確率変数 X が a と b の間に存在する確率 $Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

正規分布 (normal distribution)

確率密度関数

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, 平均 $= \mu$, 標準偏差 $= \sigma$

$Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$, $Pr(-\infty \leq X \leq +\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$

標準正規分布

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, $\mu = 0$, $\sigma = 1$

正規分布表

正規分布表の値 $= \int_0^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

パーセント値

中央値 $X_{50} = \mu$, 95%値 $X_{95} = \mu + 1.645\sigma$

正規分布への適合度

正規確率紙, Shapiro-Wilk 検定

パラメータの推定

標本平均 $m = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$, 標本標準偏差 $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n}}$, $s_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m)^2}{n-1}}$

95%値 $X_{95} = m + 1.645s$, $X_{95} = m + 1.645s_{n-1}$

平均の信頼区間 $[m + K_{\mu, n, \alpha/2} s_{n-1}, m + K_{\mu, n, 1-\alpha/2} s_{n-1}]$

95%値の信頼区間 $[m + K_{95, n, \alpha/2} s_{n-1}, m + K_{95, n, 1-\alpha/2} s_{n-1}]$

正規分布の標本の和の分布および標本平均の分布

正規分布 (平均 $= \mu_X$, 分散 $= \sigma_X^2$) \Rightarrow 標本 X , 正規分布 (平均 $= \mu_Y$, 分散 $= \sigma_Y^2$) \Rightarrow 標本 Y

$Z = X + Y$ は正規分布 (平均 $= \mu_X + \mu_Y$, 分散 $= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$) に従う

正規分布 (平均 $= \mu$, 分散 $= \sigma^2$) \Rightarrow n 個の標本 X_1, X_2, \dots, X_n

標本平均 $m = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ は正規分布 (平均 $= \mu$, 分散 $= \frac{\sigma^2}{n}$) に従う

対数正規分布 (lognormal distribution)

定義

確率変数 X の対数変換値が正規分布に従う時、元の変数 X の分布を対数正規分布という

確率密度関数

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} \quad \text{幾何平均} = \mu_g, \quad \text{幾何標準偏差} = \sigma_g$$

$$Pr(A \leq X \leq B) = \int_A^B \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy, \quad a = \frac{\log_e A - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}, \quad b = \frac{\log_e B - \log_e \mu_g}{\log_e \sigma_g}$$

パラメータ

$$\mu = e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)}, \quad \sigma = \sqrt{(e^{(\log_e \sigma_g)^2} - 1) e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)}}, \quad \mu_g = \frac{\mu^2}{\sqrt{\mu^2 + \sigma^2}}, \quad \sigma_g = e^{\sqrt{\log_e(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2})}}$$

パーセント値

$$\text{中央値 } X_{50} = \mu_g, \quad \text{95\% 値 } X_{95} = e^{(\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g)}$$

パラメータの推定

$$\text{標本幾何平均 } \log_e m_g = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e X_i}{n} \Rightarrow m_g = e^{\log_e m_g}$$

$$\text{幾何標準偏差の推定値 } \log_e s_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_e X_i - \log_e m_g)^2}{n}} \Rightarrow s_g = e^{\log_e s_g}$$

$$\log_e s_{g(n-1)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_e X_i - \log_e m_g)^2}{n-1}} \Rightarrow s_{g(n-1)} = e^{\log_e s_{g(n-1)}}$$

$$\text{平均 (算術平均) の推定値 } m = e^{(\log_e m_g + \frac{1}{2}(\log_e s_g)^2)}, \quad m = e^{(\log_e m_g + \frac{1}{2}(\log_e s_{g(n-1)})^2)}$$

$$\text{95\% 値の推定値 } X_{95} = e^{(\log_e m_g + 1.645 \log_e s_g)}, \quad X_{95} = e^{(\log_e m_g + 1.645 \log_e s_{g(n-1)})}$$

$$\text{幾何平均の信頼区間 } [e^{(\log_e m_g + K_{\mu, n, \alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + K_{\mu, n, 1-\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}]$$

$$\text{平均 (算術平均) の 95\% 信頼区間 } [K_L m_g, K_U m_g]$$

$$\text{95\% 値の信頼区間 } [e^{(\log_e m_g + K_{95, n, \alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}, e^{(\log_e m_g + K_{95, n, 1-\alpha/2} \log_e s_{g(n-1)})}]$$

対数正規分布の標本の積の分布

$$\text{対数正規分布 (幾何平均} = \mu_{gX}, \text{ 幾何標準偏差} = \sigma_{gX}) \Rightarrow \text{標本 } X$$

$$\text{対数正規分布 (幾何平均} = \mu_{gY}, \text{ 幾何標準偏差} = \sigma_{gY}) \Rightarrow \text{標本 } Y$$

$$Z = XY \text{ は対数正規分布 (幾何平均} = \mu_{gX} \mu_{gY}, \text{ 幾何標準偏差} = e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{gX})^2 + (\log_e \sigma_{gY})^2}}) \text{ に従う}$$

測定値の変動

測定誤差による変動は正規分布で記述する ただし $CV \leq 0.1$ であれば対数正規分布で近似できる

日内変動と日間変動は対数正規分布で記述する

$CV \leq 0.1$ の測定法を用いて日内変動や日間変動を調査する場合は、測定誤差を無視できる

相関分析

Pearson の相関係数

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)(Y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \mu_Y)^2}} \quad r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)(Y_i - m_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - m_X)^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - m_Y)^2}}$$

自己相関係数

$$\rho = \frac{\sum(C(t) - \mu)(C(t+\Delta t) - \mu)}{\sqrt{\sum(C(t) - \mu)^2 \sum(C(t+\Delta t) - \mu)^2}} \quad r = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} \left\{ \left(C_i - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_i \right) \left(C_{i+j} - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i+j} \right) \right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-j} \left(C_i - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_i \right)^2 \sum_{i=1}^{n-j} \left(C_{i+j} - \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-j} C_{i+j} \right)^2}}$$

第3章

気中有害物質濃度の 時間的空間的変動

第3章 気中有害物質濃度の時間的空間的変動

3-1 気中有害物質濃度分布 (distribution of airborne chemical concentration)

3-1-1 対数正規分布仮説 (lognormal hypothesis)

米国労働安全衛生研究所 (NIOSH) は、産業現場における気中有害物質濃度は正規分布よりも対数正規分布に近いとし、その理由として次の4点を挙げている (文献3-1)。

- ①有害物質濃度の値は広範囲であり、数桁に及ぶことがある
- ②有害物質濃度の値の多くが低濃度域に存在する
- ③有害物質濃度の変動の大きさは濃度の桁と同程度である
- ④著しく大きな値が出現する可能性がある

ただし、これらの4点から対数正規分布であることを理論的に証明できるわけではない。したがって、実際の測定値を基に対数正規分布仮説を検証する必要がある。

3-1-2 作業環境濃度 (workplace concentration)

作業環境濃度分布が本当に対数正規型なのかを検証してみよう。

図3.1は病院の病理検査室である。測定点を等間隔に6点選び、午前と午後1回ずつホルムアルデヒド濃度を測定した。表3.1に測定結果を示す。これらの値が対数正規分布に従うとすれば、その数値を対数変換すれば正規分布に従うはずである。図3.2は、実測値およびその対数変換値を正規確率紙にプロットしたものである。実測値よりも対数変換値の方が直線性があるので、この病理検査室のホルムアルデヒド濃度の度数分布は正規分布よりも対数正規分布に近いと言える。

表3.1 病理検査室のホルムアルデヒド濃度

測定点	濃度 ppb	対数変換 $\log_e \text{ppb}$	
午前	1	21	3.04
	2	38	3.64
	3	26	3.26
	4	18	2.89
	5	23	3.14
	6	28	3.33
午後	1	53	3.97
	2	81	4.39
	3	44	3.78
	4	15	2.71
	5	15	2.71
	6	19	2.94

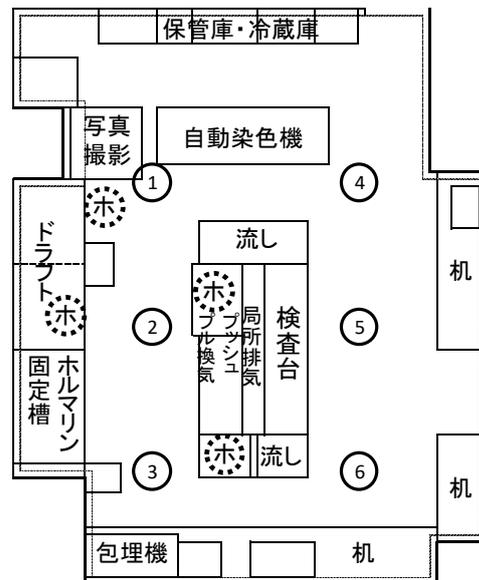


図3.1 病理検査室での作業環境測定

☆: ホルムアルデヒド発生源
①~⑥: 測定点, 各測定点で2回測定

次に Shapiro-Wilk 検定 (2-2-5 参照) を用いて検討してみよう。式 2.15 に表 3.1 の数値を代入して検定統計量 W を算出すると、正規分布仮説の場合は 0.815 であり、表 2.13 と比較すると危険率 5% で棄却される (仮説が否定される)。一方、対数正規分布仮説の場合は 0.930 であり、棄却されない。したがって、対数正規分布で近似できる。

このケースでは、各測定点で同時に測定したのではなく、測定時刻が異なっているため、時間的な変動と空間的な変動の 2 つを含めた変動を表わす分布である。

図 3.3 は、鋳物工場のある固定した場所で、始業時から終業時まで粉塵の 1 分間平均濃度を測定したデータを基に分布を検討したものである。実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近い。このケースでは、時間的な変動のみが含まれ、空間的な変動は含まれていない。

図 3.4 は、作業環境濃度を連続して 130 日間測定し、毎日の幾何平均を算出して正規確率紙にプロットしたものである。実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近い。

以上のように、作業環境濃度の日内分布および日間分布は対数正規分布により記述できる。

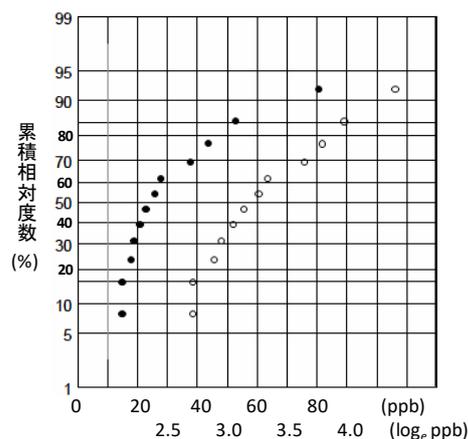


図3.2 病理検査室のホルムアルデヒド濃度分布
正規確率紙による分布型の検討
●：実測値， ○：対数変換値(自然対数)

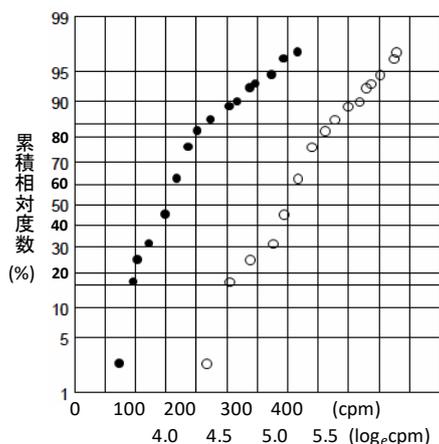


図3.3 鋳物工場内の1測定点での粉塵濃度の日内分布
正規確率紙による分布型の検討
●：実測値， ○：対数変換値(自然対数)
(文献3-2の図1.8を基に作成)

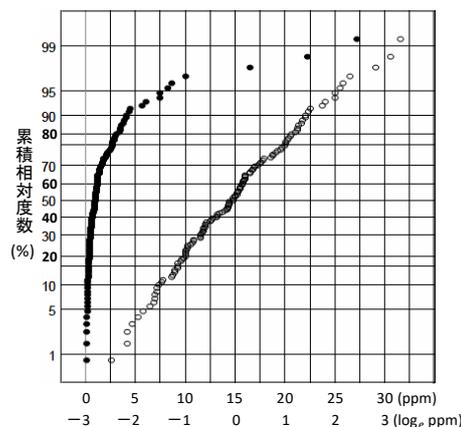


図3.4 作業環境濃度の幾何平均の日間分布
正規確率紙による分布型の検討
●：実測値， ○：対数変換値(自然対数)
(文献3-2の図3.11を基に作成)

3-1-3 曝露濃度 (exposure concentration)

作業者の呼吸域での気中有害物質濃度が曝露濃度である。一般に 8 時間の平均濃度で表わすが、実際には時間とともに変動している。曝露濃度の時間的変動にも日内変動および日間変動があり、その分布については詳しく検討されている。また、同じ工場で同種の作業を行っている作業者でも人により曝露濃度は異なるが、このような作業者間変動についても検討されている。

1) 日内分布 (within-day distribution, intra-day distribution)

図 3.5 は、金属部品を自動洗浄機により脱脂洗浄している作業者の 1,1,1-トリクロロエタン曝露濃度が時間とともにどのように変動しているかを示している。作業者は金属部品を籠に入れ自動洗浄機に投入するとともに、洗浄済みのものを出口から取り出す作業を行っている。この作業者の襟元に活性炭管を装着し、7.5 分間ごとに取り換えて曝露濃度を測定した結果である。

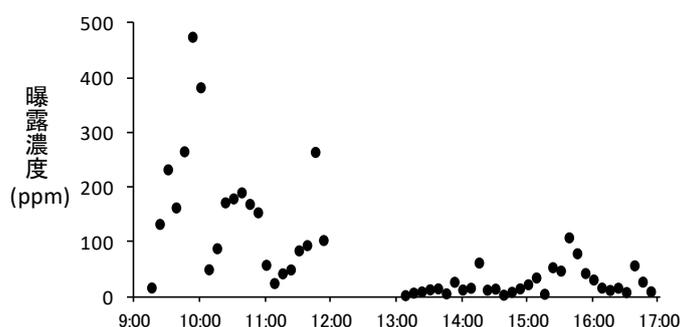


図3.5 洗浄作業者の1,1,1-トリクロロエタン曝露濃度
7.5分間平均濃度の日内変動 (文献3-3より)

図 3.6 の左上図は、測定値を正規確率紙にプロットしたものであるが、実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近いことがわかる。図 3.6 には、7.5 分間平均濃度を基に、15 分間平均濃度、30 分間平均濃度および 60 分間平均濃度を算出して、正規確率紙にプロットしたのもも示している。いずれの平均化時間でも、実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近い。

同様に 16 ケースについて、活性炭管を 7.5 分間ごとに取り換えて曝露濃度を測定し、分布を Shapiro-Wilk 検定を用いて検討したものが表 3.2 である。7.5 分間平均濃度の分布では、正規分布が全てのケースで棄却されたのに対し、対数正規分布は 12 ケースで適合と判定された。また、両分布とも棄却された 4 ケースでも、対数正規分布の方が適合度は高い (W 値が大きい)。また、7.5 分間平均濃度を用い、15 分間平均濃度、30 分間平均濃度および 60 分間平均濃度を算出し、同様の検討をした結果も表 3.2 に示した。15 分間平均濃度は、7.5 分間平均濃度の場合と同様の傾向である。30 分間平均濃度の場合には、棄却されるケースが少なくなり、正規分布でも対数正規分布でも適合することが多くなる。ただし、適合度は 1 ケースを除き、対数正規分布の方が高い。60 分間平均濃度では、さらに棄却されるケースは少なくなる。また、適合度を比較すると、対数正規分布の方が高いのが 10 ケース、正規分布の方が高いのが 6 ケースであり、やはり対数正規分布の方が適合度がよいが、そ

の差は少なくなっている。

このように、曝露濃度の平均化時間が7.5～60分間の範囲で、曝露濃度の日内分布は対数正規分布で扱うことができる（対数正規分布が棄却されたケースもあるが、正規分布よりも適合度は高い）。ただし、平均化時間が長くなると、正規分布でも取り扱える可能性がでてくる。平均化時間を長くするという事は、連続する複数の曝露濃度を平均することであり、それにより値の変動が小さくなって幾何標準偏差が小さくなり、正規分布に近づくためである（2-3-6 参照）。

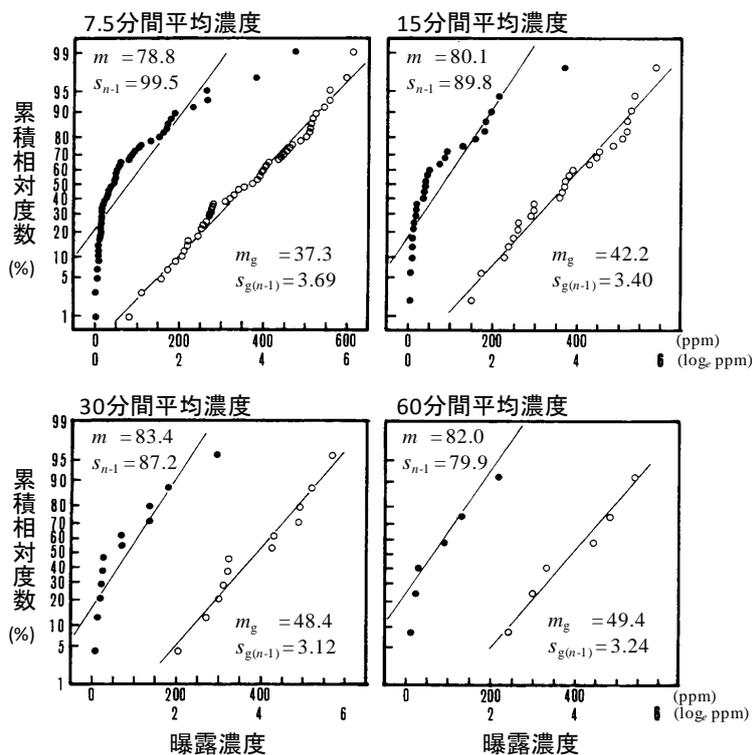


図3.6 洗浄作業者の1,1,1-トリクロロエタン曝露濃度の日内分布正規確率紙による分布型の検討
●：実測値，○：対数変換値(自然対数)
(文献3-4より)

表3.2 Shapiro-Wilk検定による有機溶剤曝露濃度の日内分布の検討

作業者	作業内容	物質名	7.5分間平均濃度			15分間平均濃度			30分間平均濃度			60分間平均濃度		
			検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)
			正規	対数正規		正規	対数正規		正規	対数正規		正規	対数正規	
A	洗浄	1,1,1-トリクロロエタン	0.731*	0.985	0.938	0.788*	0.961	0.891	0.816	0.944	0.805	0.876	0.929	0.713
B	洗浄	1,1,1-トリクロロエタン	0.700*	0.935*	0.948	0.840*	0.945	0.904	0.879	0.950	0.844	0.892	0.938	0.749
C	塗装	トルエン	0.553*	0.951	0.917	0.705*	0.975	0.868	0.869	0.973	0.781	0.770	0.918	0.686
D	塗装	キシレン	0.622*	0.913*	0.917	0.736*	0.891	0.868	0.782	0.939	0.781	0.793	0.844	0.686
E	塗装	トルエン	0.782*	0.944	0.929	0.831*	0.945	0.888	0.835	0.919	0.805	0.821	0.868	0.713
F	塗装	キシレン	0.790*	0.923*	0.929	0.830*	0.885*	0.888	0.811	0.976	0.805	0.941	0.925	0.713
G	化学合成	クロロベンゼン	0.565*	0.960	0.948	0.655*	0.961	0.904	0.692*	0.947	0.844	0.710*	0.970	0.749
H	化学合成	クロロベンゼン	0.553*	0.957	0.945	0.624*	0.958	0.902	0.747*	0.961	0.844	0.917	0.946	0.749
I	FRP製造	スチレン	0.942*	0.947	0.945	0.952	0.924	0.898	0.879	0.939	0.825	0.898	0.884	0.730
J	FRP製造	アセトン	0.608*	0.981	0.945	0.670*	0.955	0.898	0.818*	0.961	0.825	0.949	0.898	0.730
K	FRP製造	スチレン	0.862*	0.947	0.940	0.868*	0.948	0.896	0.888	0.940	0.825	0.856	0.915	0.730
L	FRP製造	アセトン	0.613*	0.921*	0.940	0.720*	0.887*	0.896	0.828	0.895	0.825	0.947	0.889	0.730
M	溶剤乾燥	アセトン	0.765*	0.957	0.945	0.849*	0.920	0.896	0.946	0.911	0.814	0.920	0.867	0.730
N	溶剤乾燥	n-ヘキサン	0.543*	0.988	0.945	0.568*	0.984	0.896	0.653*	0.944	0.814	0.664*	0.862	0.730
O	混合	アセトン	0.598*	0.952	0.946	0.644*	0.953	0.900	0.770*	0.949	0.835	0.826	0.922	0.730
P	混合	n-ヘキサン	0.760*	0.980	0.946	0.774*	0.971	0.900	0.871	0.909	0.835	0.911	0.903	0.730

*: 正規分布仮説あるいは対数正規分布仮説が危険率1%で棄却された (文献3-4より)

2) 日間分布 (between-day distribution, inter-day distribution)

図 3.7 は、塗装の前処理として、布にトルエンを含ませて被塗装物の汚れをふき取る作業者の襟元にパッシブサンプラーを装着し、トルエン曝露濃度（8 時間平均濃度）を約 1 ヶ月にわたり測定したものである。図 3.8 は、測定値を正規確率紙にプロットしたものであるが、実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近い。

表 3.3 に、8 時間平均濃度を約 1 カ月にわたり測定した 10 ケースについて、その日間分布を Shapiro-Wilk 検定を用いて検討した結果を示す。正規分布が 6 ケースで棄却されたのに対し、対数正規分布はすべてのケースで適合と判断された。したがって、曝露濃度の日間分布は対数正規分布で扱うことができる。

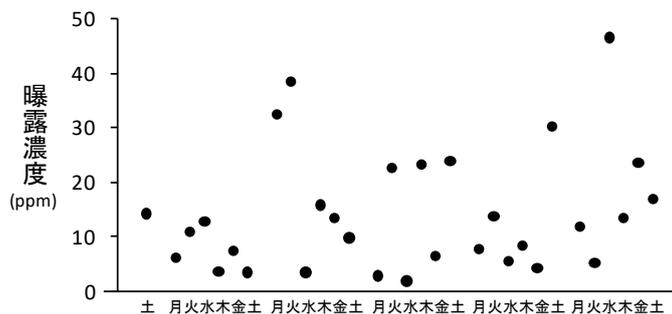


図3.7 払拭作業者のトルエン曝露濃度
8時間平均濃度の日間変動

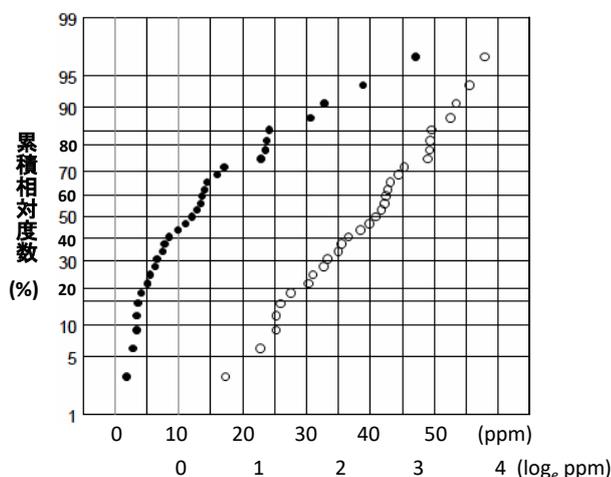


図3.8 払拭作業者のトルエン曝露濃度の日間分布
正規確率紙による分布型の検討
●：実測値，○：対数変換値(自然対数)
(文献3-5より)

表3.3 Shapiro-Wilk検定による有機溶剤およびコバルト曝露濃度の日間分布の検討

作業者	作業内容	物質名	測定日	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)
				正規	対数正規	
a	払拭	トルエン	31	0.873*	0.977	0.902
b	払拭	トルエン	30	0.717*	0.963	0.900
c	塗装	トルエン	29	0.817*	0.939	0.898
d	塗装	キシレン	29	0.899	0.966	0.898
e	溶剤乾燥	アセトン	25	0.987	0.983	0.888
f	溶剤乾燥	n-ヘキサン	25	0.873*	0.946	0.888
g	溶剤乾燥	アセトン	24	0.964	0.973	0.884
h	溶剤乾燥	n-ヘキサン	24	0.971	0.973	0.884
i	合金研磨	コバルト	37	0.753*	0.949	0.914
j	合金研磨	コバルト	35	0.762*	0.986	0.910

*: 正規分布仮説が危険率 1%で棄却された (コバルトは文献3-6より)

表 3.4 は、有機鉛合成工場の 5 人の作業員について、有機鉛曝露濃度と無機鉛曝露濃度を約 1 カ月にわたり測定したデータを基に、日間分布を Shapiro-Wilk 検定を用いて検討した結果で

表3.4 Shapiro-Wilk検定による鉛曝露濃度の日間分布の検討

作業員	作業内容	物質名	測定日	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)
				正規	対数正規	
A	有機鉛合成	有機鉛	35	0.284*	0.789*	0.910
B	有機鉛合成	有機鉛	23	0.706*	0.893	0.881
C	有機鉛合成	有機鉛	34	0.498*	0.878*	0.908
D	有機鉛合成	有機鉛	36	0.514*	0.895*	0.912
E	有機鉛合成	有機鉛	36	0.442*	0.905*	0.912
A	有機鉛合成	無機鉛	36	0.860*	0.982	0.912
B	有機鉛合成	無機鉛	23	0.869*	0.929	0.881
C	有機鉛合成	無機鉛	34	0.861*	0.972	0.908
D	有機鉛合成	無機鉛	36	0.808*	0.948	0.912
E	有機鉛合成	無機鉛	36	0.875*	0.973	0.912

*: 正規分布仮説あるいは対数正規仮説が危険率 1% で棄却された
(文献3-7のデータを基に計算)

ある。正規分布が全ケースで棄却されたのに対し、対数正規分布が棄却されたのは 4 ケースであった。また、両仮説が棄却された 4 ケースでも、適合度は対数正規分布の方が大きく、したがって、正規分布よりも対数正規分布により近い分布になっている。

図 3.9 は、対数正規分布仮説が棄却された有機鉛合成作業員 A の有機鉛曝露濃度（鉛濃度として表示）の日間分布を正規確率紙にプロットしたものである。最高値が飛びぬけて高く、このために仮説が棄却されたものと考えられる。ただし、実測値よりも対数変換値の方が直線性があるので、対数正規分布で取り扱う方がよいと言える。

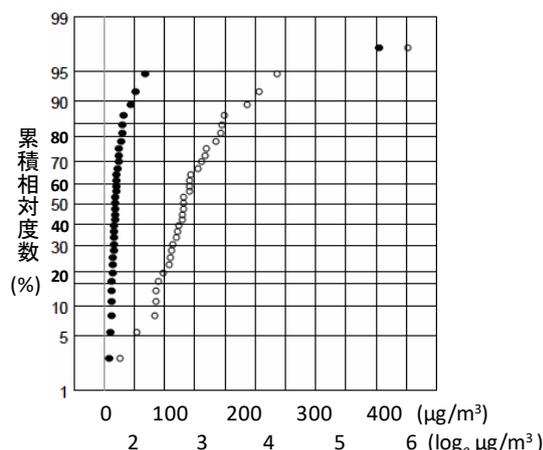


図3.9 有機鉛合成作業員の有機鉛曝露濃度の日間分布正規確率紙による分布型の検討
●: 実測値, ○: 対数変換値(自然対数)
鉛としての濃度 (文献3-7のデータを基に作成)

表 3.5 は、苛性ソーダ製造工場の 16 人の作業員について、水銀曝露濃度を 1~2 カ月にわたり測定したデータを基に、日間分布を Shapiro-Wilk 検定を用いて検討した結果である。正規分布が 13 ケースで棄却されたのに対し、対数正規分布が棄却されたのは 5 ケースであった。また、両仮説が棄却された 5 ケースでも、適合度は対数正規分布の方が大きく、したがって、正規分布よりも対数正規分布により近い分布であった。

以上の検討結果から、8 時間平均濃度の日間分布は、多くの場合、対数正規分布で記述で

きることがわかった。ただし、最高値が飛びぬけて高いケースもあるので注意が必要である。

表3.5 Shapiro-Wilk検定による水銀曝露濃度の日間分布の検討

作業員	作業内容	物質名	測定日	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)
				正規	対数正規	
A	苛性ソーダ製造	水銀	42	0.902*	0.968	0.922
C	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.643*	0.900*	0.919
F	苛性ソーダ製造	水銀	30	0.930	0.978	0.900
G	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.775*	0.956	0.919
H	苛性ソーダ製造	水銀	41	0.893*	0.964	0.920
I	苛性ソーダ製造	水銀	38	0.952	0.975	0.916
J	苛性ソーダ製造	水銀	38	0.831*	0.942	0.916
K	苛性ソーダ製造	水銀	41	0.686*	0.914*	0.920
N	苛性ソーダ製造	水銀	30	0.812*	0.932	0.900
O	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.787*	0.934	0.919
P	苛性ソーダ製造	水銀	38	0.603*	0.849*	0.916
Q	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.629*	0.911*	0.919
R	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.667*	0.924	0.919
S	苛性ソーダ製造	水銀	34	0.485*	0.879*	0.908
T	苛性ソーダ製造	水銀	40	0.566*	0.941	0.919
U	苛性ソーダ製造	水銀	30	0.920	0.960	0.900

*: 正規分布仮説あるいは対数正規仮説が危険率1%で棄却された
(文献3-8の元データを著者より入手して計算)

3) 作業員間分布 (between-worker distribution)

図 3.10 は、同じ工場で焼結合金(コバルト含有)を研磨している作業員 27 人のコバルト曝露濃度を正規確率紙にプロットしたものである。各作業員は8時間平均濃度を3日間測定しており、その平均(算術平均)の作業員間分布である。作業員間で測定日が異なっているため、この分布には、作業員間変動だけでなく、日間変動も含まれている。実測値よりも対数変換値の方が直線性があり、対数正規分布に近いことがわかる。

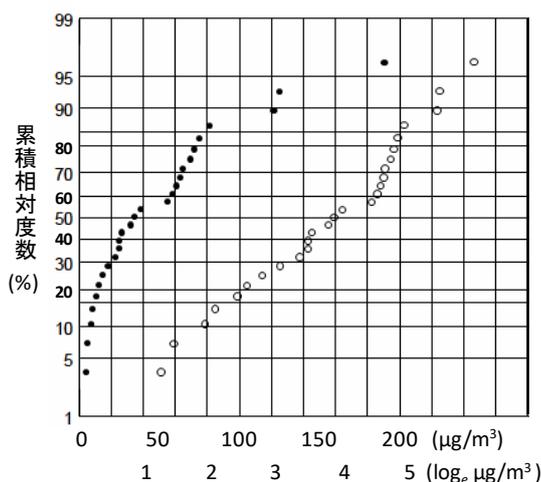


図3.10 合金研磨作業員のコバルト曝露濃度の作業員間分布正規確率紙による分布型の検討
●: 実測値, ○: 対数変換値(自然対数)
(文献3-6より)

表 3.6 に、8 つの作業グループのコバルト曝露濃度の作業者間分布を Shapiro-Wilk 検定を用いて検討した結果を示した。正規分布が 7 つのグループで棄却されたのに対し、対数正規分布はすべてのグループで適合と判断された。したがって、曝露濃度の作業者間分布は対数正規分布で扱うことができる。

表3.6 Shapiro-Wilk検定によるコバルト曝露濃度の作業者間分布の検討

作業グループ	物質名	作業者数	作業者1人の測定日	検定統計量 W		棄却限界 (危険率1%)
				正規	対数正規	
粉末成形	コバルト	15	1	0.775*	0.951	0.835
旋盤・ドリル	コバルト	11	1	0.763*	0.970	0.792
旋盤・ドリル	コバルト	31	2	0.842*	0.942	0.902
旋盤・ドリル	コバルト	11	3	0.804	0.923	0.792
合金焼結	コバルト	17	1	0.680*	0.950	0.851
合金焼結	コバルト	12	2	0.740*	0.843	0.805
合金研磨	コバルト	35	1	0.556*	0.939	0.910
合金研磨	コバルト	27	3	0.829*	0.965	0.894

* : 正規分布仮説が危険率 1%で棄却された (文献3-6より)

3-2 濃度変動の大きさ

3-2-1 平均化時間(averaging time)の重要性

3-1 で見たように、有害物質濃度分布は対数正規型なので、幾何平均および幾何標準偏差により規定される。表 3.7 には、3-1-3 で検討した 16 ケース (表 3.2) の日内分布の幾何平均と幾何標準偏差を示している。曝露濃度の平均化時間は 7.5 分間、15 分間、30 分間および 60 分間の 4 種類について計算しているが、長くなるに従い、幾何平均は大きく、逆に幾何標準偏差は小さくなっている。

その理由は以下のようなものである。例えば、15 分間平均濃度は、連続する 7.5 分間平均濃度の平均 (算術平均) である。一般に、同じ分布から 2 つのサンプルを無作為に抽出して平均を算出した場合、その値の分布の平均は元の分布と同じであるが、分散は元の分布の半分になる (2-2-7 参照)。曝露濃度の平均の場合は、連続する曝露濃度を平均したものなので無作為抽出標本の平均ではなく、分散は半分にまではならないが (3-4-1 参照)、小さくなることには変わりはない。したがって、平均化時間が長くなるほど、分散が小さくなり、結果として幾何標準偏差が小さくなるのである。一方、7.5 分間平均濃度の平均 (算術平均) と 15 分間平均濃度の平均はいずれも 8 時間平均濃度なので同値である。つまり、日内分布の平均は平均化時間の影響を受けない。分布の平均が変わらないのに、幾何標準偏差が小さくなるので、結果として幾何平均は大きくなる (式 2.31 参照)。

したがって、曝露濃度の変動の大きさを検討する場合は、平均化時間を確認することが重要である。例えば、作業員 2 人の曝露濃度の変動の大きさを比較する場合、平均化時間を同一にしなければ適切な比較はできない。この点は作業環境濃度の場合でも同様である。

表 3.7 曝露濃度分布の幾何平均および幾何標準偏差

作業員	作業内容	物質名	幾何平均 (ppm)				幾何標準偏差			
			7.5分間 平均濃度	15分間 平均濃度	30分間 平均濃度	60分間 平均濃度	7.5分間 平均濃度	15分間 平均濃度	30分間 平均濃度	60分間 平均濃度
A	洗浄	1,1,1-トリクロロエタン	37	42	48	49	3.69	3.40	3.12	3.25
B	洗浄	1,1,1-トリクロロエタン	22	27	34	38	5.06	4.07	2.92	2.55
C	塗装	トルエン	1	1	2	2	2.63	2.42	2.34	1.94
D	塗装	キシレン	16	18	21	22	2.59	2.27	1.90	1.83
E	塗装	トルエン	4	5	5	5	1.98	1.94	1.68	1.57
F	塗装	キシレン	11	14	22	25	5.44	4.91	2.31	2.09
G	化学合成	クロロベンゼン	2	3	3	4	4.85	4.19	3.90	3.31
H	化学合成	クロロベンゼン	8	9	11	14	3.56	3.29	2.85	2.34
I	FRP製造	スチレン	13	13	14	16	2.06	1.98	1.70	1.44
J	FRP製造	アセトン	35	37	43	45	2.33	2.25	1.91	1.72
K	FRP製造	スチレン	12	13	13	15	3.55	3.27	3.08	2.77
L	FRP製造	アセトン	10	11	14	18	3.95	3.67	3.25	2.53
M	溶剤乾燥	アセトン	147	171	197	198	2.82	2.53	1.93	1.85
N	溶剤乾燥	n-ヘキサン	2	2	2	3	3.81	3.35	2.93	2.38
O	混合	アセトン	197	243	351	545	6.16	5.70	4.56	3.29
P	混合	n-ヘキサン	51	56	68	78	4.58	4.30	3.71	3.13

(文献3-4より)

3-2-2 作業環境濃度の変動の大きさ

1) 時間・空間変動（日内変動 within-day variation, intra-day variation）

①幾何標準偏差の代表値

作業場内の有害物質濃度の分布状況を把握するために、等間隔の平行線を縦横に引き、交点の気中濃度を測定する。例えば、図 3.1 であれば、ホルムアルデヒド濃度の測定値が 12 個得られ（表 3.1）、式 2.46 および式 2.50 を用いて、幾何平均 $m_g = 0.028$ (ppm) および幾何標準偏差 $s_{g(n-1)} = 1.70$ を算出し、濃度分布のパラメータとする（作業環境評価基準（資料 1）では、 m_g および $s_{g(n-1)}$ はそれぞれ M_1 および σ_1 と表記されている）。

こうして算出された $s_{g(n-1)}$ はホルムアルデヒド濃度の時間空間変動の大きさを表わしている。普通は 1 日の間に全ての測定点のサンプリングを行うので、 $s_{g(n-1)}$ が表わしているのは、その日の変動、つまり日内変動（空間変動を含む）である。1 測定点でのサンプリング時間（平均化時間）が 10 分間であれば、10 分間平均濃度の変動であり、サンプリング時間が 60 分間であれば、60 分間平均濃度の変動である。3-2-1 で述べたように、全く同じ状況下でも、平均化時間が変化すると、 $s_{g(n-1)}$ は変化する。

図 3.11 は、9471 ヲ所の作業場（単位作業場所）における粉塵、有機溶剤、特定化学物質、鉛の濃度の日内空間変動の大きさを示している。各作業場ごとに 5 点以上の測定点（5 点未満の場合は繰り返し測定して測定値を 5 個以上にしている）で気中濃度を測定して、幾何標準偏差 $s_{g(n-1),wd}$ （添字の wd は”within-day”の意味）を算出し、その累積相対度数分布を示したものである。1 測定点でのサンプリング時間が作業場間で異なっているため、正確な意味では $s_{g(n-1),wd}$ の比較はできないので、これは $s_{g(n-1),wd}$ の累積相対度数分布の概観を大雑把に把握するものと考えてほしい。なお、縦軸の累積相対度数の目盛は等間隔であり、正規確率紙ではない。

表 3.8 に、図 3.11 から読み取った幾何標準偏差の代表値を示す。ま

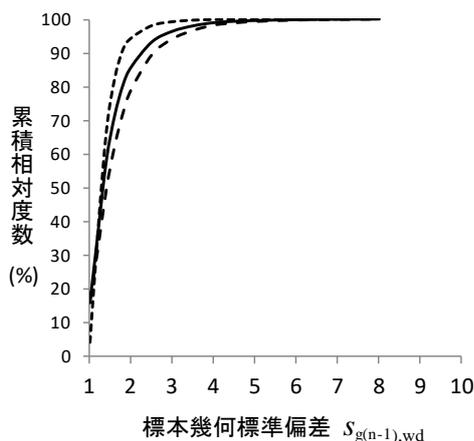


図3.11 作業環境濃度の時間・空間変動(日内)の大きさ
 — 全作業場(粉塵, 有機溶剤, 特化物, 鉛) $n = 9471$
 - - - 粉塵作業場 $n = 3671$
 - . - 有機溶剤作業場 $n = 4879$
 $s_{g(n-1),wd}$ は作業環境評価基準における σ_1 に相当する
 (文献3-9のデータに基づき作成)

表3.8 作業環境濃度の時間空間変動(日内変動)

	幾何標準偏差		
	有機溶剤	粉塵	全作業場
10%値	1.0	1.0	1.0
中央値	1.4	1.3	1.3
90%値	2.6	1.8	2.3

ず、全作業場について見てみよう。中央値とは、その値より大きいものが半分、小さいものが半分であり、その意味で一般的なケースの値といえるが、 $s_{g(n-1),wd}$ の中央値は 1.3 程度である。また、90% 値（累積相対度数が 90% に相当する値）は変動が大きな場合の代表値といえるが、 $s_{g(n-1),wd}$ の 90% 値は 2.3 程度である。一方、10% 値は変動が小さな場合の代表値といえるが、 $s_{g(n-1),wd}$ の 10% 値は 1.0 である。有機溶剤作業場と粉塵作業場を比較すると、10% 値および中央値は同程度であるが、90% 値はそれぞれ 2.6 および 1.8 であり、有機溶剤濃度の方が変動が大きいことがわかる。

②変動の大きさ

次に上記の幾何標準偏差の代表値がどの程度の変動を表わしているのかを見てみよう。まず、作業場内の測定数が 5 個の場合を考える。5 個の最高値および最低値は対数正規分布のそれぞれ 83% 値（ $= 5/6 \times 100$, 2-2-5 参照）および 17% 値（ $= 1/6 \times 100$ ）に相当するので、正規分布表（表 2.12）から次式が導かれる。

$$\begin{aligned} X_{83} &= e^{(\log_e \mu_g + 0.95 \log_e \sigma_g)} \\ X_{17} &= e^{(\log_e \mu_g - 0.95 \log_e \sigma_g)} \\ R_{\max/\min} &= X_{83}/X_{17} = e^{(1.90 \log_e \sigma_g)} \end{aligned} \quad \text{式 3.1}$$

さらに、作業場内の平均 μ は式 2.30 で表わされるので、次式が導かれる。

$$R_{\max/\mu} = X_{83}/\mu = e^{(0.95 \log_e \sigma_g - \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g)^2)} \quad \text{式 3.2}$$

式 3.1 は最高値と最低値の比（ $R_{\max/\min}$ ）、式 3.2 は最高値と平均の比（ $R_{\max/\mu}$ ）である。それぞれの式の σ_g に上で読み取った幾何標準偏差の代表値を代入して計算した値を表 3.9 に示す。変動が並の場合は、最高値は平均の 1.2 倍程度、最低値の 1.6 倍程度になり、変動が大きな場合は、最高値は平均の 1.6 倍程度、最低値の 4.9 倍程度になると予想される。

同様に、測定数が 10 個の場合には次式が導かれる。

$$R_{\max/\min} = X_{91}/X_9 = e^{(2.68 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.3}$$

$$R_{\max/\mu} = X_{91}/\mu = e^{(1.34 \log_e \sigma_g - \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g)^2)} \quad \text{式 3.4}$$

両式に幾何標準偏差の代表値を代入して計算した値を表 3.9 に示すが、変動が並の場合は、最高値は平均の 1.4 倍程度、最低値の 2.0 倍程度になり、変動が大きな場合は、最高値は平均の 2.2 倍程度、

表3.9 作業環境濃度の測定値の最高値、最低値と平均の比
(日内変動 = 時間・空間変動)

	変動の大きさ					
	並			大		
幾何標準偏差	1.3			2.3		
測定数	5	10	20	5	10	20
最高値/平均	1.2	1.4	1.5	1.6	2.2	2.8
最高値/最低値	1.6	2.0	2.4	4.9	9.3	15.4

最低値の 9.3 倍程度になると予想される。

測定数が 20 個の場合には次式が導かれる。

$$R_{\max/\min} = X_{95}/X_5 = e^{(3.29 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.5}$$

$$R_{\max/\mu} = X_{95}/\mu = e^{(1.645 \log_e \sigma_g - \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g)^2)} \quad \text{式 3.6}$$

変動が並の場合は、最高値は平均の 1.5 倍程度、最低値の 2.4 倍程度になり、変動が大きな場合は、最高値は平均の 2.8 倍程度、最低値の 15 倍程度になると予想される。

2) 日間変動 (between-day variation, inter-day variation)

①幾何標準偏差の代表値

1つの作業場において、作業環境濃度を 1 週間毎日繰り返し測定すると、各日の作業環境濃度の幾何平均が 5 個得られる。それらの幾何平均も対数正規分布すると考えられており、5 個の幾何平均の幾何標準偏差を算出すると、それは作業環境濃度の日々の変動を表わす指標となる（ここで言う幾何標準偏差は作業場内の空間変動を表わすものではないことに注意）。具体的には、式 2.46 および式 2.50 の X_i の代わりに、日々の幾何平均を代入する。

$$\log_e m_{g,bd} = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e m_{g,i}}{n} \quad \Rightarrow \quad m_{g,bd} = e^{\log_e m_{g,i}} \quad \text{式 3.7}$$

$$\log_e s_{g(n-1),bd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log_e m_{g,i} - \log_e m_{g,bd})^2}{n-1}} \quad \Rightarrow \quad s_{g(n-1),bd} = e^{\log_e s_{g(n-1),bd}} \quad \text{式 3.8}$$

ここで、 $m_{g,i}$ は i 日目の作業環境濃度の幾何平均、 $m_{g,bd}$ は毎日の幾何平均 $m_{g,i}$ の幾何平均、 $s_{g(n-1),bd}$ は日間変動を表わす幾何標準偏差である（添字の bd は”between-day”の意味）。

ただし、一般に 5 日間測定のように大きな労力を要することは行われていない。次善の方法として、連続 2 日間の測定を行い、2 個の幾何平均から幾何標準偏差を算出することが行われる。式 3.7 および式 3.8 を 2 日間の測定値を用いる形式とし、式を組み合わせると

$$\log_e m_{g,bd} = \frac{\log_e m_{g,1} + \log_e m_{g,2}}{2} \quad \text{式 3.9}$$

$$\begin{aligned} \log_e s_{g(n-1),bd} &= \sqrt{\frac{(\log_e m_{g,1} - \log_e m_{g,bd})^2 + (\log_e m_{g,2} - \log_e m_{g,bd})^2}{2-1}} \\ &= \sqrt{(\log_e m_{g,1} - \frac{\log_e m_{g,1} + \log_e m_{g,2}}{2})^2 + (\log_e m_{g,2} - \frac{\log_e m_{g,1} + \log_e m_{g,2}}{2})^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\log_e m_{g,1} - \log_e m_{g,2}) \quad \text{式 3.10} \end{aligned}$$

となる（文献 3-10 では、 $m_{g,bd}$ および $s_{g(n-1),bd}$ はそれぞれ M および σ_D と表記されている）。

図 3.12 は、302 カ所の作業場（単位作業場所）における有害物質濃度の日間変動を示している。各作業場ごとに連続 2 日間の測定を行い、幾何標準偏差 $s_{g(n-1),bd}$ を算出し、その累積相対度数分布を示したものである。表 3.10 に、図 3.12 から読み取った幾何標準偏差の代表値を示す。これらの幾何標準偏差は 2 日間の測定値から算出したものなので、それぞれの値には

大きな誤差が含まれている。一般に、 $s_{g(n-1),bd}$ の中央値は真の値より小さくなる傾向があり（文献3-11）、補正すると1.3程度である。一方、 $s_{g(n-1),bd}$ の90%値は補正の必要はなく、1.9程度である。

②変動の大きさ

次に、表3.10に示す幾何標準偏差の代表値がどの程度の変動を表わしているかを考えてみよう。例えば、30日間の日々の幾何平均が対数正規分布で近似できるとすると、最高値は対数正規分布の97%値（ $= 30/31 \times 100$ ）に、最低値は3%値（ $= 1/31 \times 100$ ）に相当するから、次式が導かれる。

$$R_{\max/\min} = m_{g,97}/m_{g,3} = e^{(3.76 \log_e \sigma_g)}$$

式 3.11

ここで、 $m_{g,97}$ は日々の幾何平均の97%値、 $m_{g,3}$ は3%値である。式3.11に表3.10に示す幾何標準偏差の代表値を代入すると、表3.11が得られる。変動が並の場合は、最高値と最低値の比は2.7倍程度に、変動が大きな場合は11倍程度になると予想される。

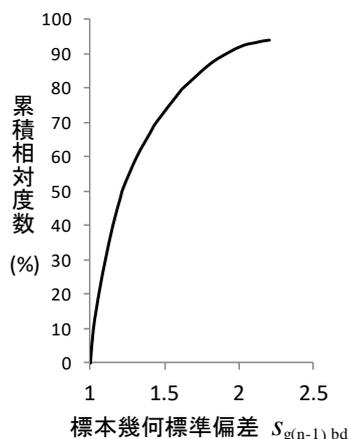


図3.12 作業環境濃度の日間変動の大きさ
 $n = 302$
 $s_{g(n-1),bd}$ は作業環境測定ガイドブック0における σ_D に相当する（文献3-12より）

表3.10 作業環境濃度の日間変動

	幾何標準偏差 $n=302$
中央値	1.2
中央値(補正值)*	1.3
90%値	1.9

*: 中央値(補正值) = 中央値^{1.48}

表3.11 作業環境濃度の日々の幾何平均の最高値と最低値の比(日間変動)

	変動の大きさ	
	並	大
幾何標準偏差	1.3	1.9
最高値/最低値	2.7	11.2

3-2-3 曝露濃度の変動の大きさ

1) 日内変動 (within-day variation, intra-day variation)

①幾何標準偏差の代表値

図 3.13 は、有機溶剤取扱作業員 117 人の曝露濃度の日内変動の大きさを示している。いずれも屋内作業員である。各作業員について、8 時間勤務中に 15 分間平均濃度および 60 分間平均濃度をそれぞれ 5 回以上測定して、各人ごとに標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1),wd}$ を算出し、その累積相対度数分布を作成したものである。

表 3.12 に、図 3.13 から読み取った幾何標準偏差の代表値を示す。中央値とは、その値より大きいものが半分、小さいものが半分であり、その意味で一般的なケースの値といえるが、15 分間平均濃度では 2.29、60 分間平均濃度では 1.74 である。また、90% 値は変動が大きな場合の代表値といえるが、15 分間平均濃度では 4.50、60 分間平均濃度では 3.42 である。一方、10% 値は変動が小さな場合の代表値といえるが、15 分間平均濃度では 1.41、60 分間平均濃度では 1.24 である。

表 3.13 は、作業員を要因別に分類し、各グループの 15 分間平均濃度の幾何標準偏差の中央値を算出したものである。有害物質の使用が断続的な場合は連続的な場合に比べて、曝露濃度の変動は大きくなり、また、発生源が移動する場合は固定されている場合と比較して、曝露濃度の変動は大きくなることわかる。

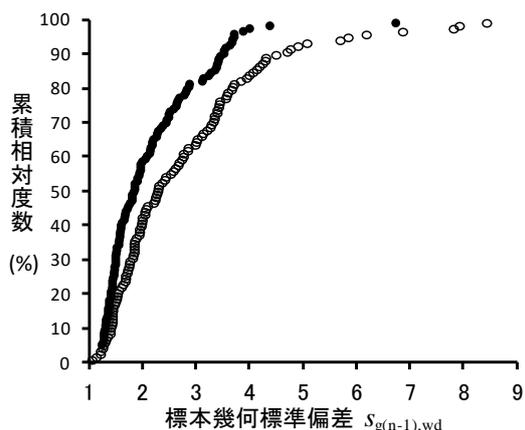


図3.13 曝露濃度の日内変動の大きさ
有機溶剤取扱作業員117人
トルエン, キシレン, スチレン, クロロベンゼン,
n-ヘキサン, アセトン, メチルエチルケトン,
メチル*iso*-ブチルケトン, シクロヘキサノン,
iso-プロピルアルコール, 酢酸エチル,
1,1,1-トリクロロエタン
○ : 15分間平均濃度の幾何標準偏差
● : 60分間平均濃度の幾何標準偏差
(文献3-13より)

表3.12 曝露濃度の日内変動

	15分間平均濃度の幾何標準偏差	60分間平均濃度の幾何標準偏差
10%値	1.41	1.24
中央値	2.29	1.74
90%値	4.50	3.42

表3.13 要因別に見た曝露濃度の日内変動

	有害物質の使用		発生源		発生源		作業員	
	連続	断続	全体	局所	固定	移動	固定	移動
作業員数	72	45	73	44	89	28	42	75
幾何標準偏差の中央値	2.0	3.3	2.2	2.3	2.1	2.6	2.1	2.3

(文献3-13より)

②15 分間平均濃度の変動

一般に曝露濃度は 8 時間平均濃度として評価されるが、短時間の高濃度曝露による健康影響を予防するために、15 分間平均濃度も合わせて評価することが望ましい。そこで、15 分間平均濃度の幾何標準偏差の中央値 2.29 という数値がどの程度の変動を意味しているのかを考えてみよう。ある日の 8 時間平均濃度が 10ppm であったとする。この 8 時間平均濃度は 32 個の 15 分間平均濃度により構成されている。したがって、15 分間平均濃度の分布は、平均（算術平均）が 10ppm、幾何標準偏差が 2.29 の対数正規分布で近似できると考えてよい。式 2.31 より、この分布の幾何平均は 7.15ppm である。32 個の 15 分間平均濃度の中で、最高値は対数正規分布の 97% 値 (= 32/33×100) に相当するので、正規分布表 (表 2.12) から次式が導かれる。

$$X_{97} = e^{(\log_e \mu_g + 1.88 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.12}$$

この式に $\mu_g = 7.15$ および $\sigma_g = 2.29$ を代入すると $X_{97} = 33.9$ (ppm) となる。つまり、変動が一般的なケースでは、15 分間平均濃度の最高値は 8 時間平均濃度の 3.4 倍程度になることを意味している (表 3.14)。

表3.14 15分間平均濃度の最高値と8時間平均濃度の比

	変動の大きさ	
	並	大
幾何標準偏差	2.29	4.50
最高値/8時間平均濃度	3.39	5.46
最高値/8時間平均濃度の範囲	2.4 - 5.8	3.8 - 9.3

次に、変動が大きなケースとして $\sigma_g = 4.50$ を考えてみる。この場合は 15 分間平均濃度の分布は、平均が 10ppm、幾何標準偏差が 4.50 の対数正規分布なので、幾何平均は 3.23ppm である (式 2.31)。式 3.12 に $\mu_g = 3.23$ および $\sigma_g = 4.50$ を代入すると $X_{97} = 54.6$ (ppm) となる。つまり、変動が大きなケースでは、15 分間平均濃度の最高値は 8 時間平均濃度の 5.5 倍程度になることを意味している (表 3.14)。

ここまでは、対数正規分布仮説を基に、 $\sigma_g = 2.29$ および 4.50 の場合について 15 分間平均濃度の最高値を推定した。これを一般化して最高値を平均と幾何標準偏差の関数として表わすと次のようになる (式 2.31 と式 3.12 を組み合わせる)。

$$\begin{aligned} X_{97} &= e^{(\log_e \mu_g + 1.88 \log_e \sigma_g)} \\ &= e^{(\log_e \mu - \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2 + 1.88 \log_e \sigma_g)} \end{aligned}$$

さらに最高値と平均 (8 時間平均濃度) の比 ($X_{97}/\mu = R_{\max/\mu}$) を幾何標準偏差の関数として表わすと次のようになる。

$$R_{\max/\mu} = e^{(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2 + 1.88 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.13}$$

この関数を図 3.14 に示す。幾何標準偏差が 1 から大きくなるにつれて、 $R_{\max/\mu}$ も大きくなるが、 $\sigma_g = 6.6$ でピークとなり、それ以降は小さくなる。このような挙動は以下のように説明できる。対数正規分布では、幾何標準偏差が大きくなると、 X_{97} が大きくなり、 $R_{\max/\mu}$ が増加する。しかし、さらに幾何標準偏差が大きくなると、非常に大きな値が出現するために、平均の増加率が X_{97} の増加率を上回るようになり、 $R_{\max/\mu}$ が減少し始める。このように一応

説明できるのであるが、 $\sigma_g \geq 43$ になると、 $R_{\max/\mu}$ が 1 以下となる (図には示していない)。つまり、 X_{97} よりも平均の方が大きいということであるが、このような現象は対数正規分布では起こりえることである。ただし、現実には起こり得ない。なぜならば、8 時間平均濃度は 32 個の 15 分間平均濃度の平均なので、平均が最高値よりも大きいということはありませんからである。問題は、対数正規分布仮説では 15 分間平均濃度が無限個あり、そ

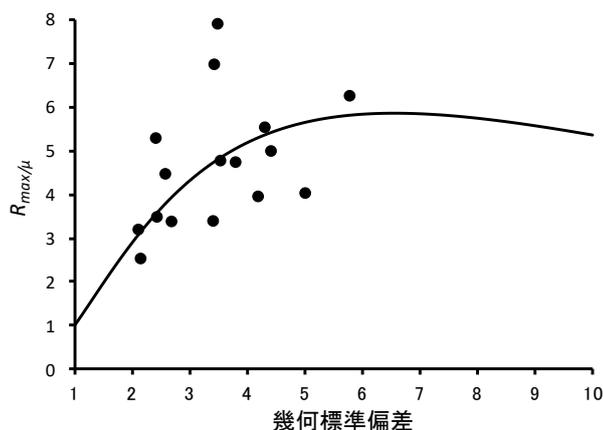


図3.14 15分間平均濃度における $R_{\max/\mu}$ の理論値と実測値
 $R_{\max/\mu} = \text{最高値} / 8\text{時間平均濃度}$
 — $R_{\max/\mu}$ の理論値
 ● $R_{\max/\mu}$ の実測値

の平均を 8 時間平均濃度と仮定していることである。このため、実際の最高値よりも高い濃度が頻度は少ないけれども出現し、それらの値も平均の計算に使われているために、このような矛盾が生じているのである。この点がこの仮説を用いて最高値を推定する場合の限界である。ただし、 $\sigma_g \geq 43$ というような状況は現実にはないので、このような意味での限界を問題にする必要はない。

それでは実際のデータに適用して、この推定法の正確さを確認してみよう。3-1-3 において分布型を検討した 16 ケース (表 3.2) について、15 分間平均濃度の最高値と平均の比 (実測値 $R_{\max/\mu}$) および幾何標準偏差を算出し、図 3.14 にプロットした。実測値 $R_{\max/\mu}$ は理論値 $R_{\max/\mu}$ (式 3.13) の上下にほぼ均等にばらついており、理論が $R_{\max/\mu}$ を片寄りなく推定できることを示している。ただし、実測値 $R_{\max/\mu}$ は理論値 $R_{\max/\mu}$ の 0.7~1.7 倍の範囲にばらついており、上で、 $\sigma_g = 2.29$ および 4.50 の場合の理論値 $R_{\max/\mu}$ を示したが、実際の $R_{\max/\mu}$ はその値の 0.7~1.7 倍の範囲であるとする、変動が一般的なケースでは、15 分間平均濃度の最高値は 8 時間平均濃度の 2.4~5.8 倍、変動が大きなケースでは、3.8~9.3 倍の範囲に入ると考えられる (表 3.14)。

2) 日間変動 (between-day variation, inter-day variation)

① 2 日間測定値から算出した幾何標準偏差の代表値

図 3.15 は、有機溶剤取扱作業員 126 人の曝露濃度の日間変動の大きさを示している。また、図 3.16 は、粒子状物質取扱作業員 128 人の曝露濃度の日間変動の大きさを示している。いずれも屋内作業員である。これら各々の値は、各作業員について、8 時間平均濃度を連続 2 日間測定あるいは隔日 2 日間測定して、標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1),bd}$ を算出したものである。

表 3.15 に、図 3.15 および図 3.16 から読み取った幾何標準偏差の代表値を示す。3-2-2 で述べたように、これらの幾何標準偏差は 2 日間の測定値から算出したものなので、それぞれの値には大きな誤差が含まれている。このため、中央値は真の値と比較し小さくなる傾向があり、補正が必要である（文献 3-11）。補正值は、有機溶剤取扱者で 1.75、粒子状物質取扱者で 1.72 と同程度であり、総合すると 1.73 である。90%値は補正の必要がなく、有機溶剤取扱者で 2.38、粒子状物質取扱者で 2.49 と同程度であり、総合すると 2.47 である。

作業環境濃度の日間変動（表 3.10）の中央値（1.3）および 90%値（1.9）と比較すると、曝露濃度の日間変動の中央値（1.7）および 90%値（2.5）はいずれもかなり大きい。曝露濃度の変動には作業環境濃度の変動に作業者の動きなどの変動が合わさるためであろう。

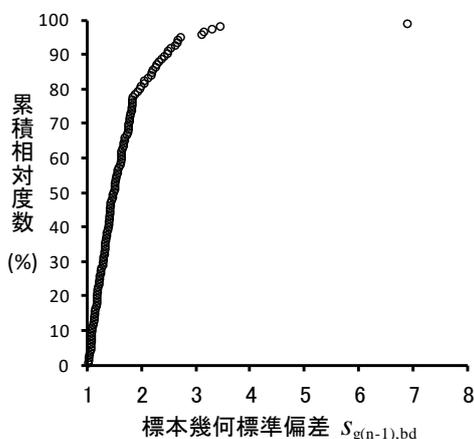


図3.15 曝露濃度の日間変動の大きさ
有機溶剤取扱作業員126人
ベンゼン,トルエン,キシレン,スチレン,
クロロベンゼン,*n*-ヘキサン,アセトン
メチルエチルケトン,*iso*-プロピルアルコール,
酢酸エチル,1,1,1-トリクロロエタン,
テトラクロロエチレン
○: 8時間平均濃度の幾何標準偏差
(文献3-11より)

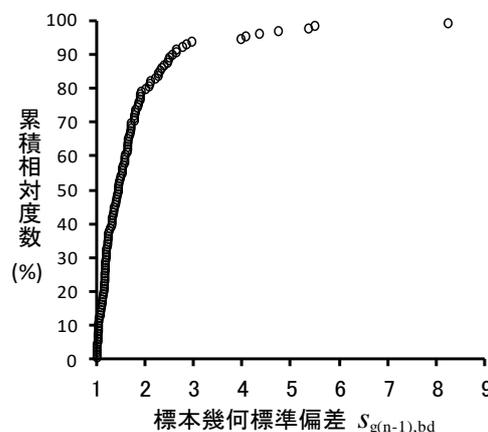


図3.16 曝露濃度の日間変動の大きさ
粒子状物質取扱作業員128人
粉塵,鉛,カドミウム,コバルト,オイルミスト
○: 8時間平均濃度の幾何標準偏差
(文献3-11より)

表3.15 曝露濃度(8時間平均濃度)の日間変動の大きさ

	8時間平均濃度の幾何標準偏差		
	有機溶剤 <i>n</i> =126	粒子状物質 <i>n</i> =128	総合 <i>n</i> =254
中央値	1.46	1.44	1.45
中央値(補正值)*	1.75	1.72	1.73
90%値	2.38	2.49	2.47

*: 中央値(補正值) = 中央値^{1.48} (文献3-11より)

②変数効果分散分析により求めた幾何標準偏差の代表値

①の方法は、各作業員について 8 時間平均濃度の 2 日間測定を行い、それぞれの作業員の標本幾何標準偏差を算出し、累積相対度数を求めたものである。もう 1 つの解析方法に变量効果分散分析がある。同一作業場において同じ作業を行う作業員グループにおいて、過去に測定された曝露濃度のデータを総合的に解析する場合に使用する。表 3.16 は、165 の作業員グループについて、8 時間平均濃度のデータを基に、变量効果分散分析を用いて日間変動および作業員間変動を求めた結果である。日間変動を表わす幾何標準偏差 $s_{g,bd}$ および作業員間変動を表わす幾何標準偏差 $s_{g,bw}$ は各作業員グループごとに算出し、その中央値を示したものである（添字の“bw”は between-worker を表わす）。解析対象には屋内作業員グループおよび屋外作業員グループを含んでいる。

日間変動 $s_{g,bd}$ の中央値は、ガス・蒸気状物質取扱作業員および粒子状物質取扱作業員でそれぞれ 2.05 および 1.97 であり大きな差はない。一方、屋内作業員および屋外作業員における中央値はそれぞれ 1.73 および 3.27 であり、屋外作業員では日間変動が大きいことがわかる。①の有機溶剤取扱者 126 人および粒子状物質取扱者 128 人の調査（屋内作業員）では、中央値は有機溶剤取扱者で 1.75、粒子状物質取扱者で 1.72 であり、総合で 1.73 であるが、变量効果分散分析により求めた屋内作業員の中央値 1.73 と一致している。

作業員間変動 $s_{g,bw}$ の中央値は、ガス・蒸気状物質取扱作業員および粒子状物質取扱作業員でそれぞれ 1.34 および 1.44 であり大きな差はない。一方、屋内作業員および屋外作業員における中央値はそれぞれ 1.25 および 1.43 であり、少し屋外作業員の方が大きい、日間変動ほど差はない。

全体として、作業員間変動と比較し、日間変動の方が大きいことがわかる。この原因のひとつは日間変動と作業員間変動の定義にある。すなわち、ある日に 8 時間平均濃度を測定すると作業員間で違いがあるが、ここで言う作業員間変動とはこの違いを指しているのではない。各作業員には日間変動もあるので、ある日の作業員間の違いには、この日間変動の影響も表れていると考える。したがって、各作業員の長期間の 8 時間平均濃度の幾何平均が作業員間でどの程度違うのかが作業員間変動である。つまり、全変動の中からまず日間変動で説明できる部分を日間変動とし、残りの変動を作業員間変動としているのである。

表 3.17 は、各種要因ごとに分類して、変動を比較したものである。断続的な工程、発生源の局所配置、発生源の移動、局所排気装置の

表3.16 变量効果分散分析による曝露変動の解析(その1)

	物質		作業場		
	ガス・蒸気	粒子	屋内作業	屋外作業	
作業員グループ数	60	81	69	25	
1グループの平均作業員数	9.5	6	8	15	
1グループの平均測定数	46	22	24	74	
幾何標準偏差	日間変動($s_{g,bd}$)の中央値	2.05	1.97	1.73	3.27
	作業員間変動($s_{g,bw}$)の中央値	1.34	1.44	1.25	1.43
	全変動($s_{g,bd-bw}$)の中央値	2.29	2.34	1.87	3.46

(文献3-14より)

未設置、作業者の移動は日間変動を大きくする要因であることが明確に示されている。それらの要因は作業者間変動の大きさにも影響するが、日間変動への影響の方が大きい。

表 3.18 には、作業者グループをさらに追加した解析結果を示す。同一作業場において同じ作業を行っている 289 の作業者グループの解析では、日間変動 $s_{g,bd}$ の 5% 値、中央値 (50% 値) および 95% 値はそれぞれ 1.4、2.3 および 4.7 である。また、306 の作業者グループの解析では、作業者間変動 $s_{g,bw}$ の 5% 値、中央値および 95% 値はそれぞれ 1.0、1.5 および 2.6 である。この解析には屋内作業者グループと屋外作業者グループが含まれているため、表 3.16 の屋内作業者グループでの中央値 ($s_{g,bd} = 1.73$, $s_{g,bw} = 1.25$) よりも大きい。

各種要因ごとに分類した解析では、化学業ではガス・蒸気状物質の日間変動が大きく、非化学業では粒子状物質の日間変動が大きい。また、ランダムサンプリングでは日間変動が大きく、測定数が多い場合も日間変動が大きい。一方、作業者間変動については要因による違いは少ない。

表3.17 変量効果分散分析による曝露変動の解析(その2)

	工程		発生源		発生源		局所排気装置		作業者		
	連続	断続	全体	局所	固定	移動	あり	なし	固定	移動	
作業者グループ数	43	44	25	62	35	52	24	63	33	54	
1グループの平均作業者数	7	10	6	9	8	13	9	8	7	10	
1グループの平均測定数	24	48	24	29	24	50	36	29	22	41.5	
幾何標準偏差	日間変動($s_{g,bd}$)の中央値	1.60	3.19	1.68	2.54	1.84	2.37	1.57	2.53	1.60	2.72
	作業者間変動($s_{g,bw}$)の中央値	1.23	1.46	1.23	1.35	1.26	1.34	1.17	1.39	1.24	1.41
	全変動($s_{g,bd-bw}$)の中央値	1.70	3.62	1.76	2.79	2.05	2.50	1.69	2.71	1.73	3.07

(文献3-14より)

表3.18 変量効果分散分析による曝露変動の解析(その3)

	総合	物質				サンプリング戦略				グループ編成				
		化学業		非化学業		サンプル選択法		サンプリング期間		作業者数		測定数		
		ガス・蒸気	粒子	ガス・蒸気	粒子	ランダム	非ランダム	1年以下	1年超	5-8人	9人以上	10-25個	26個以上	
作業者グループ数	289	42	33	20	119	88	37	136	43	155	134	165	124	
日間変動($s_{g,bd}$)	5% 値	1.4	1.6	1.5	1.3	1.4	1.4	1.4	1.7	1.3	1.4	1.3	1.5	
	50% 値	2.3	2.9	1.9	1.5	2.3	2.3	1.8	2.2	2.5	2.0	2.3	1.9	2.4
	95% 値	4.7	5.5	2.9	2.3	4.2	3.4	3.7	3.9	5.3	4.4	4.7	4.6	4.7
作業者グループ数	306	48	35	22	124	87	37	136	44	161	145	175	131	
作業者間変動($s_{g,bw}$)	5% 値	1.0	1.0	1.2	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	
	50% 値	1.5	1.4	1.3	1.3	1.6	1.5	1.3	1.5	1.3	1.5	1.5	1.5	
	95% 値	2.6	2.3	2.4	1.5	3.0	3.1	2.6	3.1	2.3	3.3	2.5	3.3	2.5

(文献3-15より作成)

③8 時間平均濃度の変動

3-1-3 において 8 時間平均濃度の 23~42 日間の分布を検討し、対数正規分布で近似できることを示した (表 3.3, 表 3.4, 表 3.5)。そこで 8 時間平均濃度の 30 日間の変動について考えてみよう。30 日間の 8 時間平均濃度の最高値は対数正規分布の 97% 値 (= 30/31×100) に、最低値は 3% 値 (= 1/31×100) に相当するから、正規分布表 (表 2.12) から次式が導かれる。

$$X_{97} = e^{(\log_e \mu_g + 1.88 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.14}$$

$$X_3 = e^{(\log_e \mu_g - 1.88 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.15}$$

さらに、8 時間平均濃度の最高値と最低値の比 ($X_{97}/X_3 = R_{\max/\min}$) は次のようになる。

$$R_{\max/\min} = e^{(3.76 \log_e \sigma_g)} \quad \text{式 3.16}$$

上式に $\sigma_g = 1.73$ および 2.47 (表 3.15 より) を代入すると、 $R_{\max/\min} = 7.85$ および 30.0 となる (表 3.19)。つまり日間変動が一般的なケースでは、8 時間平均濃度の最高値と最低値の比は 7.9 倍に、日間変動が大きいケースでは、30 倍になることを意味している。

式 3.16 の関数を図 3.17 に示す。 σ_g が 1 から大きくなるにつれて、 $R_{\max/\min}$ は大きくなり、 $\sigma_g = 3.4$ で 100 倍になる。

それでは実際のデータに適用して、この推定法の正確さを確認してみよう。3-1-3 において 8 時間平均濃度の分布型を検

討した 34 ケースについて、8 時間平均濃度の最高値と最低値の比 (実測値 $R_{\max/\min}$) および標本幾何標準偏差を算出し、図 3.17 にプロットした。実測値 $R_{\max/\min}$ は理論値 $R_{\max/\min}$ (式 3.16)

の 0.83~4.56 倍の範囲にばらついており、実測値の方が大きい傾向が見られる。上で、 $\sigma_g = 1.73$ および 2.47 の場合の理論値 $R_{\max/\min}$ を示したが、実際の $R_{\max/\min}$ はその値の 0.8~4.6 倍の範囲であるとする、変動が一般的なケースでは、8 時間平均濃度の最高値と最低値の比は 6.3~36 倍、変動が大きなケースでは、24~140 倍の範囲に入ると考えられる (表 3.19)。

表3.19 8時間平均濃度の最高値と最低値の比

	変動の大きさ	
	並	大
幾何標準偏差	1.73	2.47
最高値/最低値	7.85	30.0
最高値/最低値の範囲	6.3~36	24~140

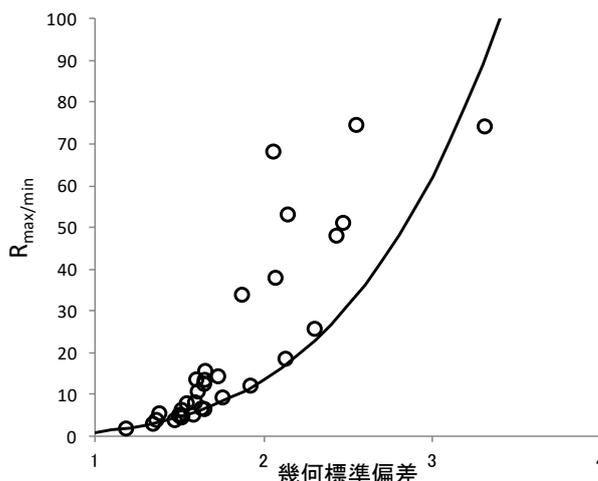


図3.17 8時間平均濃度の $R_{\max/\min}$ の理論値と実測値
 $R_{\max/\min}$ = 8時間平均濃度の最高値 / 8時間平均濃度の最低値
 — $R_{\max/\min}$ の理論値 ○ $R_{\max/\min}$ の実測値

3-3 気中有害物質濃度の自己相関

3-3-1 短時間曝露濃度の自己相関

気中有害物質濃度は時系列的にランダムに変動しているわけではなく、連続的に変動している。すなわち、ある時刻の濃度は少し前の濃度に一部依存している。2-5-2 で学んだように、その依存の程度を表わす指標が自己相関係数あるいは自己相関関数である。ここでは、実際の産業現場における曝露濃度の自己相関について見てみよう。なお、有害物質濃度は対数正規分布をしているので、そのままの値を用いて算出した自己相関係数は検定できない。対数変換値の自己相関係数であれば2-5-1の検定法が適用できるが、ここでは敢えてそのままの値の自己相関係数を求めた。それは「3-4 平均化時間の変化による分布の変化」に繋げるためである。

1) 個別ケースでの自己相関関数

図 3.18 は、3-1-3 において曝露濃度の分布を検討した 16 ケース（表 3.2）の中で、4 ケースについて 7.5 分間平均濃度の時系列的変動と自己相関関数を示している。

作業者 D の場合、自己相関関数はほとんどが ± 0.2 以内であり自己相関はほとんど見られない。時系列的変動を見ると、7.5 分間平均濃度が平均を超えてもまたすぐに下がっており、1 日平均濃度を連続して超える時間は平均で 11 分間である。この短さが自己相関を弱くしている。

作業者 G の場合、自己相関関数は指数関数的パターンを示す。1 日平均濃度を連続して超える時間は平均で 20 分間であり、それは作業者 D に比べ長く、この長さが自己相関を強くしている。

作業者 F の場合、自己相関関数は周期関数的パターンを示す。時系列的変動を見ると、7.5 分間平均濃度は 90~120 分間の周期で 1 日平均濃度を上下しており、この動きが自己相関関数に周期性を与えている。

作業者 I の場合、自己相関関数はやはり周期性をもっているが、負の値をほとんどとらない。時系列的変動を見ると、1 日の後半に約 2 時間の間隔で 2 つのピークがあり、しかも、ピークの谷間の 7.5 分間平均濃度は 1 日平均濃度を大きくは下回らない。このような状況が、自己相関関数に周期性を与え、かつ負の値がほとんど出現しない理由である。また、平均を連続して超える時間は 36 分間であり、これは 4 ケースの中で最長であり、これが自己相関係数の値を最大にし、かつ時間間隔 Δt の増加に伴う自己相関係数の減少速度を小さくしている。

このように自己相関係数は、有害物質濃度が連続して平均を超える時間の長さおよび有害物質濃度の周期的変動に強い影響を受ける。前者の要因は、高濃度曝露を伴う作業の連続時間に関連しており、また、後者の要因は高濃度曝露作業の周期性に関連していると考えられる。

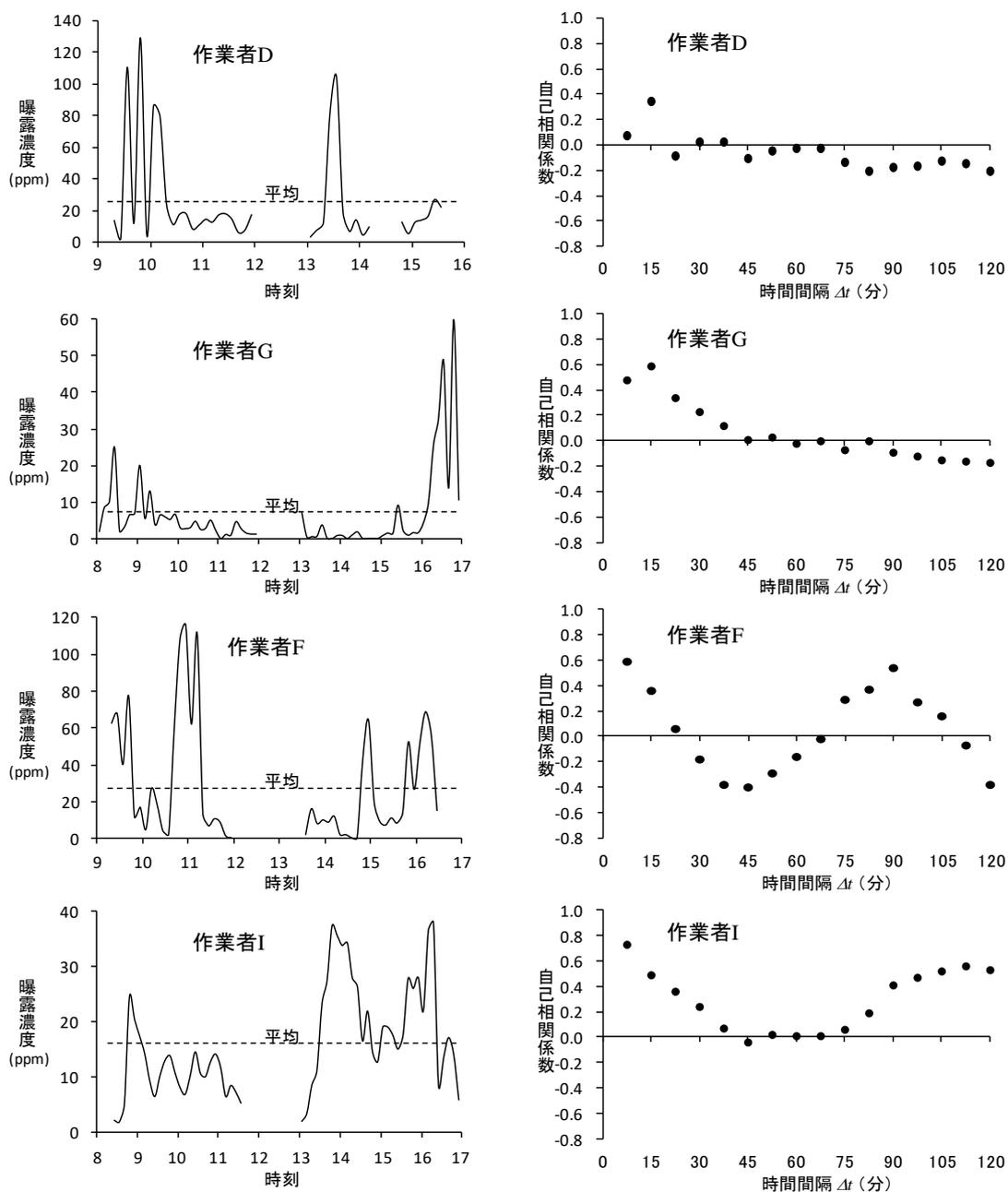


図3.18 有機溶剤の7.5分間平均濃度の日内変動と自己相関
 左図：7.5分間平均濃度の変動， 右図：7.5分間平均濃度の自己相関関数
 (文献3-16より)

2) 全ケースの平均

上記のように自己相関関数は、作業パターンにより様々な様相を示す。このような作業パターンの違いを除去するため、16ケースの自己相関係数の平均を算出したのが図3.19である。7.5分間平均濃度の場合、 $\Delta t = 7.5$ 分間(連続する曝露濃度)では $r = 0.42$ であるが、 Δt が大きくなると r は減少し、 $\Delta t \geq 37.5$ 分間ではほぼ $r = 0$ になる。15分間平均濃度の場

合は、 $\Delta t = 15$ 分間（連続する曝露濃度）では $r = 0.34$ であるが、 Δt が大きくなると r は減少し、 $\Delta t \geq 37.5$ 分間ではほぼ $r = 0$ になる。30分間平均濃度の場合、 $\Delta t = 30$ 分間（連続する曝露濃度）では $r = 0.20$ であるが、 Δt が大きくなると r は減少し、 $\Delta t \geq 45$ 分間ではほぼ $r = 0$ になる。一方、60分間平均濃度の場合、 $\Delta t = 60$ 分間（連続する曝露濃度）ではほぼ $r = 0$ であり、それ以降も大きくは変わらない。このように平均化時間が30分間以内の場合は、連続する曝露濃度との間に正の相関が見られ、時間間隔が大きくなると減少し0に近づくのに対し、平均化時間が60分間になると、連続する曝露濃度との間にも相関は見られなくなる。

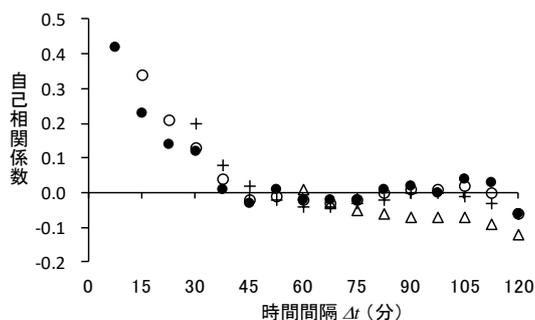


図3.19 有機溶剤曝露濃度の自己相関関数(16ケースの平均)
 ● 7.5分間平均濃度, ○ 15分間平均濃度
 + 30分間平均濃度, △ 60分間平均濃度
 (文献3-16より)

3-3-2 8時間曝露濃度の自己相関

表 3.20 は、3-1-3 において 8 時間平均濃度の分布を検討した有機溶剤曝露作業 8 ケース（表 3.3 の a~h）の自己相関係数を示している。 $\Delta t = 1$ 日間（連続する日）の 8 時間平均濃度の自己相関係数は $-0.49 \sim 0.45$ であり、負の相関も正の相関も出現する。ケース間の作業パターンの違いが相関係数に影響していると考えられる。このような作業パターンの違いを除去した

表3.20 有機溶剤曝露濃度の日間の自己相関

作業 者	時間間隔 Δt				
	1日間	2日間	3日間	4日間	5日間
a	-0.29	-0.21	-0.20	0.22	0.00
b	0.17	0.03	0.10	-0.05	-0.24
c	0.13	-0.25	-0.23	0.11	0.08
d	0.45	0.43	-0.06	0.07	0.13
e	-0.10	0.18	-0.23	-0.02	-0.14
f	-0.49	0.16	0.21	-0.18	0.24
g	-0.21	0.18	-0.17	-0.10	-0.03
h	-0.19	0.06	0.02	-0.05	-0.22
平均	-0.07	0.07	-0.07	0.00	-0.02

(文献3-16より)

ものとして、8 ケースの自己相関係数の平均を表 3.20 の最終行に示している。 $\Delta t = 1 \sim 5$ 日間のいずれの場合も、ほぼ $r = 0$ であり、自己相関は見られない。

表 3.21 は、3-1-3 において 8 時間平均濃度の分布を検討した有機鉛・無機鉛曝露作業 10 ケース（表 3.4）の自己相関係数を示している。 $\Delta t = 1$ 日間（連続する日）の 8 時間平均濃度の自己相関係数は $-0.15 \sim 0.16$ であり、ほとんど相関は見られない。また、 $\Delta t = 1 \sim 5$ 日間では $-0.53 \sim 0.65$ であり、負の相関も正の相関も出現するが、有機鉛 5 ケースおよび無機鉛 5 ケースの自己相関係数の平均はいずれも 0 に近く、自己相関は見られない。

表 3.22 は、3-1-3 において 8 時間平均濃度の分布を検討した水銀曝露作業 16 ケース (表 3.5) の自己相関係数を示している。 $\Delta t = 1$ 日間 (連続する日) の 8 時間平均濃度の自己相関係数は $-0.03 \sim 0.61$ であり、正の相関が見られるケースがある。また、 $\Delta t = 1 \sim 5$ 日間では $-0.49 \sim 0.61$ であり、負の相関も正の相関も出現するが、16 ケースの自己相関係数の平均は 0 に近く、自己相関は見られない。

以上のように、総合的に見ると、8 時間平均濃度には自己相関は見られない。

3-3-3 自己相関を考慮した サンプリング計画

曝露濃度の時間的変動の大きさを把握するためには、曝露濃度を繰り返し測定しなければならない。例えば 15 分間平均濃度を 8 時間にわたり繰り返し測定すれば、15 分間平均濃度の日内変動がわかる。しかし、連続する 15 分間平均濃度は正の相関を持っている可能性が高いので、連続して 5 回測定して幾何標準偏差を算出すると、実際の日内変動より小さくなる可能性が高い。そこで、各サンプリングの開始時刻の間隔を 45 分間以上にするれば、互いの測定値は相関を持たないので、適切な日内変動を求めることができる。ただし、各サンプリングの開始時刻の間隔が 45 分間未満であっても、最初のサンプリングの開始から最後のサンプリングの終了までがほぼ 8 時間にわたっていれば、たとえ自己相関の

表3.21 鉛曝露濃度の日間の自己相関

作業員		時間間隔 Δt				
		1日間	2日間	3日間	4日間	5日間
有機鉛	A	-0.06	-0.18	-0.13	-0.06	0.12
	B	0.10	-0.28	0.35	0.34	-0.19
	C	-0.10	-0.07	0.39	-0.19	-0.11
	D	-0.04	-0.03	0.65	-0.14	-0.04
	E	-0.09	-0.26	0.29	-0.07	-0.10
	平均	-0.04	-0.17	0.31	-0.03	-0.06
無機鉛	A	0.02	-0.27	-0.13	0.17	0.23
	B	-0.15	0.04	-0.02	0.30	-0.53
	C	-0.05	0.09	-0.12	-0.09	-0.04
	D	0.05	-0.19	0.06	-0.17	0.33
	E	0.16	-0.12	-0.23	0.08	0.17
	平均	0.01	-0.09	-0.09	0.06	0.03

(文献3-7のデータを基に算出した)

表3.22 水銀曝露濃度の日間の自己相関

作業員		時間間隔 Δt				
		1日間	2日間	3日間	4日間	5日間
	A	0.55	0.36	0.27	0.04	0.14
	C	0.61	0.39	0.27	0.18	-0.08
	F	-0.03	-0.32	-0.41	-0.15	-0.34
	G	0.26	-0.15	-0.12	-0.13	0.07
	H	0.32	0.15	0.16	-0.15	-0.18
	I	0.00	-0.35	-0.21	-0.10	-0.06
	J	0.01	0.22	-0.16	0.06	0.04
	K	-0.01	-0.09	-0.05	-0.08	-0.17
	N	0.52	-0.17	-0.34	-0.49	-0.17
	O	0.04	0.06	0.29	-0.26	-0.04
	P	0.22	0.25	0.36	-0.06	-0.18
	Q	0.60	0.38	0.08	-0.15	-0.27
	R	0.00	0.09	-0.35	0.04	0.28
	S	0.27	0.02	0.06	0.01	0.25
	T	0.16	0.10	-0.11	-0.05	0.45
	U	0.13	-0.10	0.15	0.19	0.05
	平均	0.23	0.05	-0.01	-0.07	-0.01

(文献3-8の元データを著者より入手して算出した)

影響を受けても、正しい日内変動を求めることができる。例えば、15 分間平均濃度を繰り返し測定するのに、各サンプリングの開始時刻の間隔を 30 分間とし、8 時間にわたり 16 回測定したような場合である。一方、8 時間平均濃度は自己相関を持たないので、サンプリング計画において自己相関を考慮する必要はなく、連続する日に測定してもよい。

3-3-4 換気と自己相関

1) 有害物質の発生速度が一定の場合

有害物質濃度の自己相関は、ある時点の濃度がその前の時点の濃度に一部依存しているために起こる。図 3.20 上段は、空間内の有害物質の初期濃度が 8 であり、その後の有害物質発生がなく、換気がない場合である。つまり濃度が変動しない場合であるが（左図）、時刻 t の有害物質濃度と時刻 $t + \Delta t$ の有害物質濃度の関係は 1 つの点になり（右図）、数学的には自己相関係数が算出できない。しかし、この場合は前の時刻の濃度に完全に依存しており、非常に強い自己相関がある。

図 3.20 中段は、空間内がよく混合されて濃度が均一であり（完全混合モデル）、かつ有害物質発生速度が一定で、換気がない場合である。有害物質濃度は時間とともに直線的に上昇するので（左図）、時刻 t の有害物質濃度と時刻 $t + \Delta t$ の有害物質濃度の関係も直線で表わされ（右図）、自己相関係数は 1 となる。

図 3.20 下段は、空間内の有害物質発生速度が一定で、かつ換気速度が一定の場合であり、有害物質濃度は時間とともにある濃度に指数関数的に近づいていく（左図）。

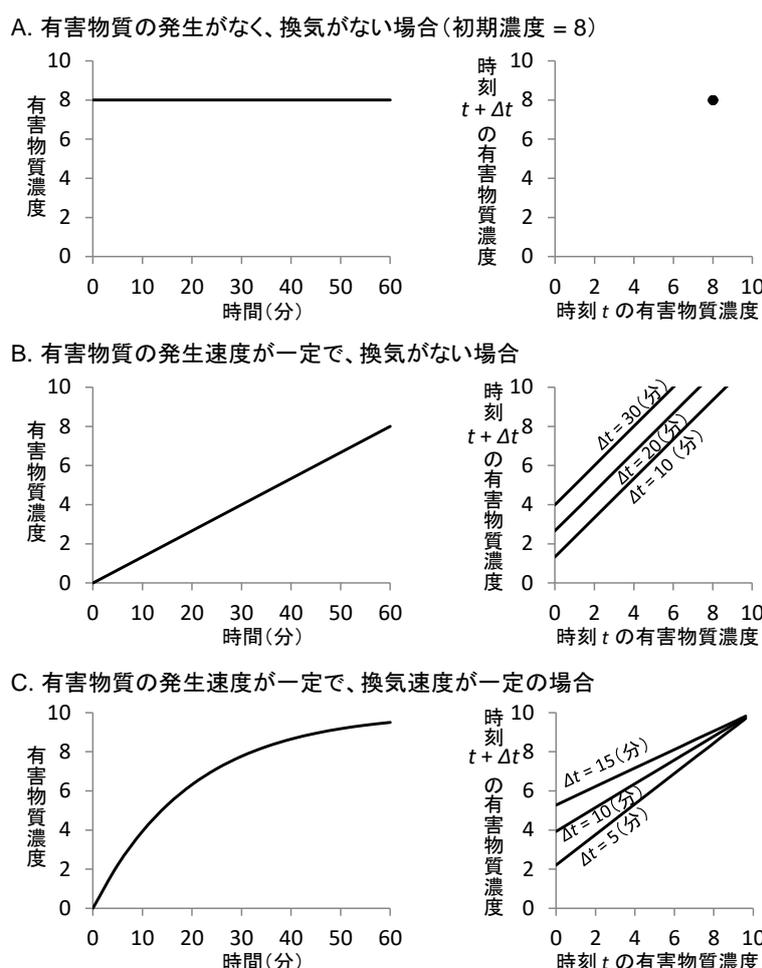


図3.20 有害物質濃度の時系列的変動および時刻 t の有害物質濃度と時刻 $t + \Delta t$ の有害物質濃度の関係

このケースも、時刻 t の有害物質濃度と時刻 $t + \Delta t$ の有害物質濃度の関係は直線で表わされ（右図）、自己相関係数は 1 となる。

2) 有害物質の発生速度がランダムに変動する場合

有害物質の発生速度がランダムに変動している場合はどうであろうか。ここでランダムとは、ある時刻に発生する有害物質の量はその前の時間に発生した有害物質の量と無関係であることを意味する。空間の容積を V (m^3) とし、換気速度を一定とし Q (m^3/hr) とする。空間内はよく混合されており、有害物質濃度が常に均一と仮定しよう（完全混合モデル）。

時刻 t の有害物質濃度を $C(t)$ (mg/m^3) とする。時刻 $t + \Delta t$ の有害物質濃度 $C(t + \Delta t)$ を構成するのは、 $C(t)$ が換気により減少した残存分と、時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ までの間に発生した有害物質が換気により減少した残存分の濃度である。完全混合モデルでは、前者のものは $C(t)e^{-\frac{Q}{V}\Delta t}$ で表わされる。したがって、次式が成り立つ。

$$C(t + \Delta t) = C(t) e^{-\frac{Q}{V}\Delta t} + x \quad \text{式 3.17}$$

ここで、 x は時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ までの間に発生した有害物質が換気により減少した残存分の濃度であり、 $C(t)$ とは互いに独立である。自己相関係数を算出する式 2.76 に式 3.17 を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\sum\{(C(t)-\mu)(C(t+\Delta t)-\mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}} \\ &= \frac{\sum\{(C(t)-\mu)(C(t) e^{-\frac{Q}{V}\Delta t} + x - \mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}} \\ &= \frac{\sum\{e^{-\frac{Q}{V}\Delta t}(C(t)-\mu)(C(t)-\mu) + (C(t)-\mu)(x-\mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}} \\ &= \frac{\sum\{e^{-\frac{Q}{V}\Delta t}(C(t)-\mu)^2 + e^{-\frac{Q}{V}\Delta t}\mu(C(t)-\mu) + (C(t)-\mu)(x-\mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}} \\ &= \frac{e^{-\frac{Q}{V}\Delta t} \sum(C(t)-\mu)^2 + e^{-\frac{Q}{V}\Delta t} \mu \sum(C(t)-\mu) + \sum\{(C(t)-\mu)(x-\mu)\}}{\sqrt{\sum(C(t)-\mu)^2 \sum(C(t+\Delta t)-\mu)^2}} \end{aligned}$$

ここで $\sum(C(t) - \mu) = 0$ である。また、 $C(t)$ および x は互いに独立なので、 $\sum\{(C(t) - \mu)(x - \mu)\} = 0$ である。さらに $\sum(C(t) - \mu)^2 = \sum(C(t + \Delta t) - \mu)^2$ である。したがって、上式は

$$\rho = e^{-\frac{Q}{V}\Delta t} \quad \text{式 3.18}$$

となる。

この式に基づけば、 $\Delta t = 0$ の時、 $\rho = 1$ であり、 Δt が増加すると ρ は指数関数的に減少し 0 に近づく。空間の容積 V が大きいほど、また換気速度 Q が遅いほど、 ρ の減少速度は遅い。つまり、過去の有害物質濃度の影響が長く残る。逆に、空間の容積 V が小さいほど、換気速度 Q が速いほど、 ρ の減少速度は速い。つまり、過去の有害物質濃度の影響は直ぐに消え

る。このように有害物質の発生速度がランダムな場合は、空間の容積と換気速度が自己相関の強さを決定する。

図 3.21 は、有害物質の発生速度がランダムに変化するケースのシミュレーションの結果である。作業場の容積を 50m^3 とする。有害物質の発生速度は毎分 $0\sim 100\text{mg}$ の範囲でランダムに変化する。

換気量は $250, 500$

および $1000\text{m}^3/\text{時}$

間とする。上図は

有害物質濃度の

時間経過の 1 例

である。有害物質

濃度は開始後上昇し、

60 分間後

にはほぼ定常状態に

達している。

この時系列データ

の 60 分以降の

有害物質濃度を

用いて自己相関係

数を算出し、シ

ミュレーション

を 20 回繰り返

して、その平均を

求めたのが下図の

実線である。破線

は理論曲線（式

3.18）であるが、

比較的良好一致

している。

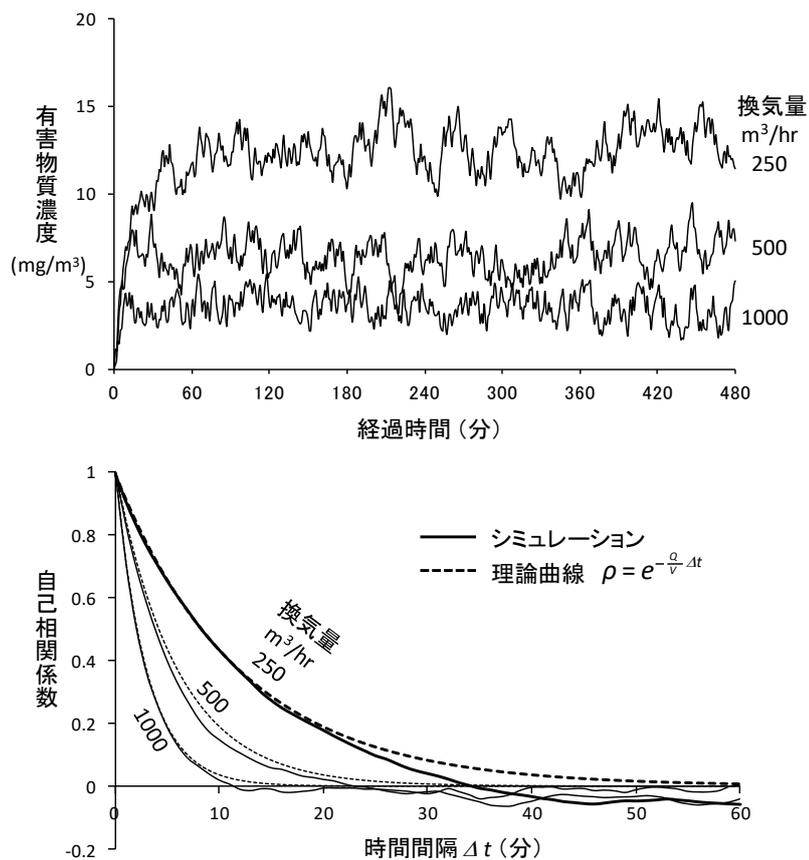


図3.21 有害物質のランダム発生による作業場濃度の経時変動と自己相関係数
完全混合モデル
作業場の容積 $V=50\text{m}^3$, 換気量 $Q=250, 500, 1000\text{m}^3/\text{時間}$
有害物質発生速度 毎分ランダム変動 $0\sim 100\text{mg}/\text{分}$ 平均 $50\text{mg}/\text{分}$

3-4 平均化時間の変化による分布の変化

3-4-1 理論的考察

3-2-1 で平均化時間の重要性について述べた。つまり、同一の曝露状況であっても、平均化時間が長くなると、幾何平均は大きくなり、幾何標準偏差は小さくなる。この点について理論的に考えてみよう。

1) 平均と分散の変化について

幾何平均と幾何標準偏差について検討する前に、まず平均と分散の変化について検討しよう。7.5 分間平均濃度の分布の平均および分散をそれぞれ $\mu(7.5_m)$ および $\sigma^2(7.5_m)$ 、15 分間平均濃度の分布の平均および分散をそれぞれ $\mu(15_m)$ および $\sigma^2(15_m)$ とする。15 分間平均濃度は連続する 7.5 分間平均濃度の平均（算術平均）である。したがって時系列的に並べた 7.5 分間平均濃度および 15 分間平均濃度をそれぞれ $X_i(7.5_m)$ および $X_j(15_m)$ とすると下式が成り立つ。

$$X_j(15_m) = \frac{X_{2j-1}(7.5_m) + X_{2j}(7.5_m)}{2}$$

まず 15 分間平均濃度の平均については

$$\begin{aligned} \mu(15_m) &= \frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} X_j(15_m) = \frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \frac{X_{2j-1}(7.5_m) + X_{2j}(7.5_m)}{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(7.5_m) \\ &= \mu(7.5_m) \end{aligned} \quad \text{式 3.19}$$

となり、平均化時間が変化しても平均は変化しないことがわかる。

次に 15 分間平均濃度の分散については

$$\begin{aligned} \sigma^2(15_m) &= \frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_j(15_m) - \mu(15_m)\}^2 \\ &= \frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \left\{ \frac{X_{2j-1}(7.5_m) + X_{2j}(7.5_m)}{2} - \mu(15_m) \right\}^2 \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(15_m) + X_{2j}(7.5_m) - \mu(15_m)\}^2 \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(15_m)\}^2 + \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(15_m)\}^2 \\ &\quad + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(15_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(15_m)\} \end{aligned}$$

ここで $\mu(15_m) = \mu(7.5_m)$ なので

$$\begin{aligned} \sigma^2(15_m) &= \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2 + \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2 \\ &\quad + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \\ &= \frac{1}{2} \sigma^2(7.5_m) + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \end{aligned} \quad \text{式 3.20}$$

となる。ところで、式 2.76 より、連続する 7.5 分間平均濃度の自己相関係数 $\rho(7.5_m, \Delta 7.5_m)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}\rho(7.5_m, \Delta 7.5_m) &= \frac{\sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2 \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2}} \\ &= \frac{\frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}}{\sqrt{\frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2 \frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}^2}} \\ &= \frac{\frac{1}{n/2} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\}}{\sigma^2(7.5_m)}\end{aligned}$$

変形すると

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n/2} \{X_{2j-1}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} \{X_{2j}(7.5_m) - \mu(7.5_m)\} = \frac{1}{2} \rho(7.5_m, \Delta 7.5_m) \sigma^2(7.5_m)$$

となる。この式を式 3.20 に代入すると

$$\begin{aligned}\sigma^2(15_m) &= \frac{1}{2} \sigma^2(7.5_m) + \frac{1}{2} \rho(7.5_m, \Delta 7.5_m) \sigma^2(7.5_m) \\ &= \frac{1}{2} (1 + \rho(7.5_m, \Delta 7.5_m)) \sigma^2(7.5_m)\end{aligned}\tag{式 3.21}$$

となる。したがって $\rho(7.5_m, \Delta 7.5_m) = 0$ であれば、 $\sigma^2(15_m) = \frac{1}{2} \sigma^2(7.5_m)$ が成り立つ。自己相関係数が 0 ということは、連続する 7.5 分間平均濃度に相関がないということである。つまりこの場合は、15 分間平均濃度は 7.5 分間平均濃度の分布から無作為に抽出した 2 つの標本の平均と考えることができる。一般に、ある分布から無作為に抽出した 2 つの標本の平均を算出すると、その分布の平均は元の分布の平均と等しく、分散は 1/2 になるので、 $\sigma^2(15_m) = \frac{1}{2} \sigma^2(7.5_m)$ という結果は当然のことである。3-3-1 で検討したように、実際には連続する 7.5 分間平均濃度は正の自己相関を持っているため、分散は 1/2 にはならない。以上の議論は分布型について仮定していないので、どのような分布についても成り立つ。

2) 幾何平均と幾何標準偏差の変化について

ここからは対数正規分布を仮定する。7.5 分間平均濃度の分布の幾何平均 $\mu_g(7.5_m)$ および幾何標準偏差 $\sigma_g(7.5_m)$ を基に 15 分間平均濃度の分布の幾何平均 $\mu_g(15_m)$ および幾何標準偏差 $\sigma_g(15_m)$ を求める方法を以下に示す。

まず、式 2.30 および式 2.35 により、7.5 分間平均濃度の平均 $\mu(7.5_m)$ および標準偏差 $\sigma(7.5_m)$ を算出する。

$$\begin{aligned}\mu(7.5_m) &= e^{(\log_e \mu_g(7.5_m) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(7.5_m))^2)} \\ \sigma(7.5_m) &= \sqrt{(e^{(\log_e \sigma_g(7.5_m))^2} - 1) e^{(2 \log_e \mu_g(7.5_m) + (\log_e \sigma_g(7.5_m))^2)}}\end{aligned}$$

次に、式 3.19 および式 3.21 により、15 分間平均濃度の平均 $\mu(15_m)$ および分散 $\sigma^2(15_m)$ を算出する。

$$\begin{aligned}\mu(15_m) &= \mu(7.5_m) \\ \sigma^2(15_m) &= \frac{1}{2} (1 + \rho(7.5_m, \Delta 7.5_m)) \sigma^2(7.5_m)\end{aligned}$$

最後に、式 2.37 および式 2.38 より、15 分間平均濃度の幾何平均 $\mu_g(15_m)$ および幾何標準偏差 $\sigma_g(15_m)$ を算出する。

$$\mu_g(15_m) = \frac{\mu^2(15_m)}{\sqrt{\mu^2(15_m) + \sigma^2(15_m)}}$$

$$\sigma_g(15_m) = e^{\sqrt{\log_e(1 + \frac{\sigma^2(15_m)}{\mu^2(15_m)})}}$$

以上が平均化時間が 7.5 分間から 15 分間に变化した場合に、元の分布の幾何平均および幾何標準偏差から新しい分布の幾何平均および幾何標準偏差を算出する手順である。

3) 実際の適用

上記の方法を実際に適用するためには、式 3.21 の $\rho(7.5_m, \Delta 7.5_m)$ の値が分からないと計算できない。 $\rho(7.5_m, \Delta 7.5_m)$ の値が分かっているケースであればその値を使用すればいいが、そんなケースは稀である。そこで、3-3-1 で算出した平均的なケースの値 0.42 (図 3.19 における 7.5 分間平均濃度の時間間隔 7.5 分間の標本自己相関係数 $r(7.5_m, \Delta 7.5_m)$) を使用することが考えられる。この方法により、3-1-3 において曝露濃度の分布を検討した 16 ケース (表 3.7) について、7.5 分間平均濃度の分布から 15 分間平均濃度の分布を推定した。図 3.22 は、15 分間平均濃度の幾何平均および幾何標準偏差の実測値 (15 分間平均濃度から算出した値) と推定値の比較であるが、よく一致している。これらのケースでは、8 時間にわたり連続して測定しているので、7.5 分間平均濃度から 15 分間平均濃度が算出できる。したがって、15 分間平均濃度の幾何平均と幾何標準偏差を直接計算できるので、わざわざこのような推定をする必要はない。しかし、7.5 分間平均濃度を間欠的に 5 回程度測定したデータからは 15 分間平均濃度の分布は直接計算できないので、このような推定法は有意義と考えられる。

以上の考え方を拡張すれば、15 分間平均濃度の分布から 60 分間平均濃度の分布を推定することなど、様々な変換が可能になる (文献 3-17)。

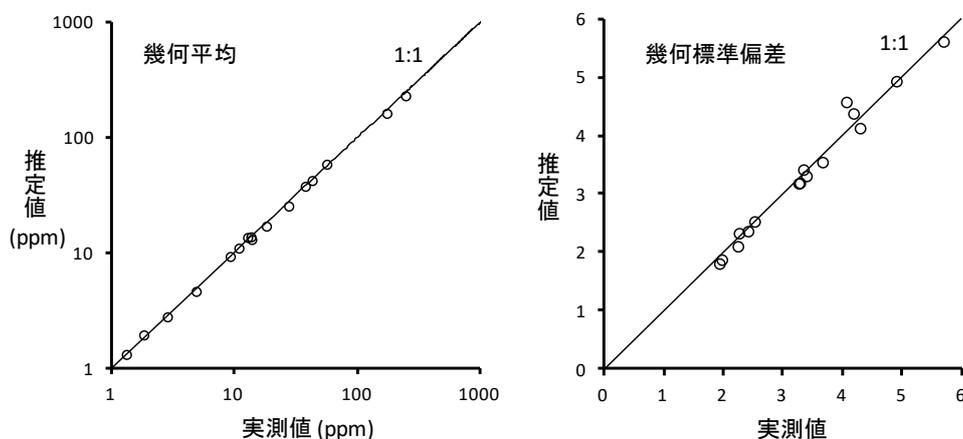


図3.22 15分間平均濃度の幾何平均および幾何標準偏差
 実測値: 15分間平均濃度から直接算出
 推定値: 7.5分間平均濃度の分布の幾何平均および幾何標準偏差から推定
 (文献3-17より)

3-4-2 Larsen の変換式

1) 一般大気中の有害物質濃度の場合

Larsen (文献 3-18) は一般大気中の有害物質濃度のデータ解析から、次の性質を見出した。

- ① 有害物質濃度の分布は平均化時間の変化にかかわらず対数正規型であり、そしてその算術平均は変化しない。
- ② 幾何平均の対数変換値は平均化時間の対数変換値と直線関係にある。
- ③ 平均化時間が観測した全時間になると、平均（算術平均）と幾何平均は同一になる。

以上 3 つの性質から変換式を導こう。まず、 T_1 および T_2 を 2 つの平均化時間、 T_{tot} を全観察時間、 $\mu_g(T_1)$ 、 $\mu_g(T_2)$ および $\mu_g(T_{\text{tot}})$ を T_1 分間、 T_2 分間および全観察時間の平均濃度の幾何平均、 $\sigma_g(T_1)$ および $\sigma_g(T_2)$ を T_1 分間および T_2 分間平均濃度の幾何標準偏差とする。また、 μ を平均とする。

② より次式が成り立つ。

$$\log_e \mu_g(T_1) - \log_e \mu_g(T_{\text{tot}}) = a (\log_e T_1 - \log_e T_{\text{tot}})$$

$$\log_e \mu_g(T_2) - \log_e \mu_g(T_1) = a (\log_e T_2 - \log_e T_1)$$

ここで a は定数である。この 2 つの式から

$$\log_e \mu_g(T_2) = \frac{\log_e \mu_g(T_1) - \log_e \mu_g(T_{\text{tot}})}{(\log_e T_1 - \log_e T_{\text{tot}})} (\log_e T_2 - \log_e T_1) + \log_e \mu_g(T_1)$$

が導かれる。① および ③ より次式が成り立つ。

$$\log_e \mu_g(T_{\text{tot}}) = \log_e \mu = \log_e \mu_g(T_1) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(T_1))^2$$

この式を上式に代入すると

$$\begin{aligned} \log_e \mu_g(T_2) &= \frac{-\frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(T_1))^2}{(\log_e T_1 - \log_e T_{\text{tot}})} (\log_e T_2 - \log_e T_1) + \log_e \mu_g(T_1) \\ &= \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e (T_2/T_1)}{2 (\log_e (T_{\text{tot}}/T_1))} + \log_e \mu_g(T_1) \end{aligned}$$

したがって

$$\mu_g(T_2) = e^{(\log_e \mu_g(T_1) + \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e (T_2/T_1)}{2 \log_e (T_{\text{tot}}/T_1)})} \quad \text{式 3.22}$$

が導かれる。さらに① および③ より

$$\log_e \mu_g(T_1) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(T_1))^2 = \log_e \mu_g(T_2) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(T_2))^2$$

が成り立ち、式 3.22 を代入して移項すると

$$\begin{aligned} (\log_e \sigma_g(T_2))^2 &= 2 (\log_e \mu_g(T_1) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_g(T_1))^2) - \log_e \mu_g(T_1) - \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e (T_2/T_1)}{2 \log_e (T_{\text{tot}}/T_1)} \\ &= (\log_e \sigma_g(T_1))^2 - \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e (T_2/T_1)}{\log_e (T_{\text{tot}}/T_1)} \\ &= (\log_e \sigma_g(T_1))^2 \frac{\log_e (T_{\text{tot}}/T_2)}{\log_e (T_{\text{tot}}/T_1)} \end{aligned}$$

となり、次式が導かれる。

$$\sigma_g(T_2) = e^{(\log_e \sigma_g(T_1)) \sqrt{\frac{\log_e(T_{tot}/T_2)}{\log_e(T_{tot}/T_1)}})} \quad \text{式 3.23}$$

式 3.22 および式 3.23 が Larsen の変換式である。

2) 産業現場における曝露濃度への適用

産業現場における日内分布の場合は、全観察時間は 480 分間になるので、式 3.22 および式 3.23 を曝露濃度に適用すると、以下のようになる。

$$\mu_g(T_2) = e^{(\log_e \mu_g(T_1) + \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e(T_1/T_2)}{2 \log_e(480/T_1)})} \quad \text{式 3.24}$$

$$\sigma_g(T_2) = e^{(\log_e \sigma_g(T_1)) \sqrt{\frac{\log_e(480/T_2)}{\log_e(480/T_1)}}} \quad \text{式 3.25}$$

この方法を、3-1-3 において曝露濃度の分布を検討した 16 ケース (表 3.7) に適用してみた。図 3.23 は、幾何平均の実測値と推定値の比較である。7.5 分間平均濃度の分布を基に 15 分間、30 分間および 60 分間平均濃度の幾何平均を推定したもの (左図の上中下段)、15 分間平均濃度の分布を基に 30 分間および 60 分間平均濃度の幾何平均を推定したもの (右図の上中段)、30 分間平均濃度の分布を基に 60 分間平均濃度の幾何平均を推定したもの (右図の下段) である。いずれの推定も実測値とよく一致しており、Larsen の変換式により、平均化時間が異なる場合の幾何平均を適切に推定できることがわかる。

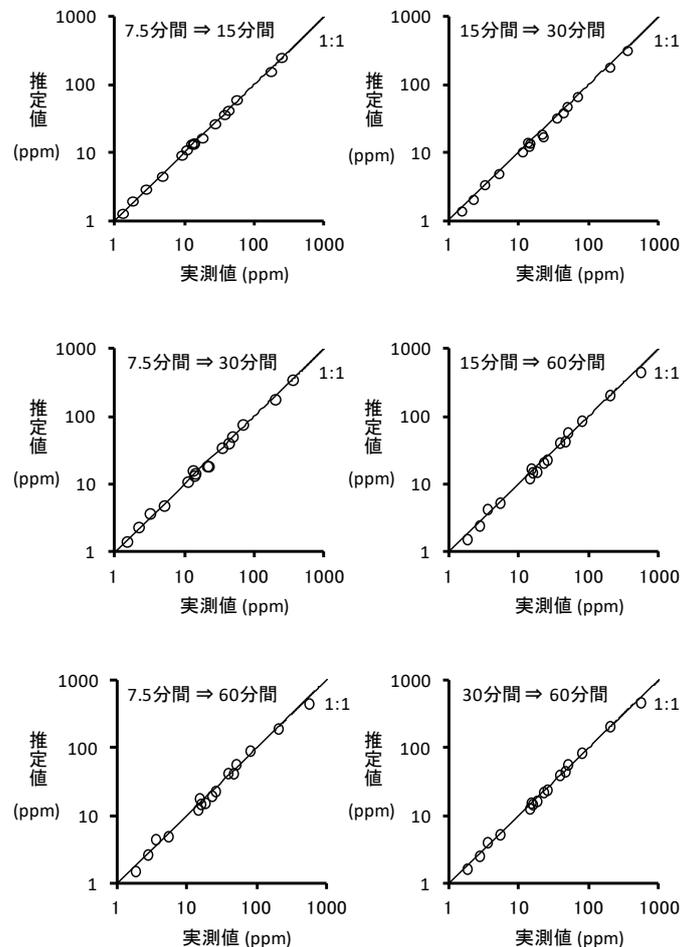


図3.23 Larsenの変換式による幾何平均の推定
 7.5分間平均濃度の分布を基に15分間、30分間、60分間平均濃度の幾何平均を推定
 15分間平均濃度の分布を基に30分間、60分間平均濃度の幾何平均を推定
 30分間平均濃度の分布を基に60分間平均濃度の幾何平均を推定
 (文献3-4より)

図 3.24 は、幾何標準偏差の実測値と推定値の比較である。7.5 分間平均濃度の分布を基に 15 分間、30 分間および 60 分間平均濃度の幾何標準偏差を推定したもの(左図の上中下段)、15 分間平均濃度の分布を基に 30 分間および 60 分間平均濃度の幾何標準偏差を推定したもの(右図の上中段)、30 分間平均濃度の分布を基に 60 分間平均濃度の幾何標準偏差を推定したもの(右図の下段)である。7.5 分間平均濃度から 15 分間平均濃度の幾何標準偏差を推定した結果は、実測値によく一致しているが、それ以外の場合は、一致度が低下する傾向が見られる。特に作業

者 F でその傾向が顕著である。このケースでは、平均化時間が 15 分間から 30 分間に変化する時に、幾何標準偏差が 4.91 から 2.31 に大きく減少しており(表 3.7)、その減少率は Larsen の式が予想するよりもずっと大きい。そのため、適切に推定できなかったものと考えられる。その他にも推定値が実測値に一致しないケースが見られるが、全体としてはまずまず一致している。

以上のように、式 3.24 および式 3.25 を用いれば、平均化時間の変化した場合の幾何平均および幾何標準偏差をある程度予測することができる。ただし、幾何標準偏差の推定値には大きな誤差を伴うケースがあるので注意が必要であろう。

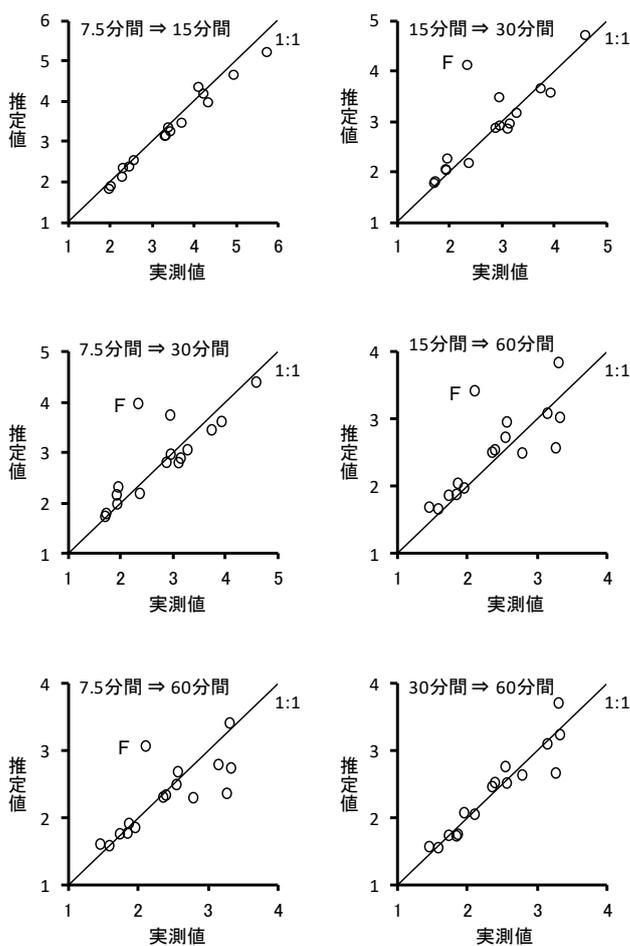


図3.24 Larsenの変換式による幾何標準偏差の推定
 7.5分間平均濃度の分布を基に15分間、30分間、60分間平均濃度の幾何標準偏差を推定
 15分間平均濃度の分布を基に30分間、60分間平均濃度の幾何標準偏差を推定
 30分間平均濃度の分布を基に60分間平均濃度の幾何標準偏差を推定
 図中のFは表3.7の作業員Fのこと
 (文献3-4より)

3-5 混合曝露

産業現場では2つ以上の有害物質に同時に曝露されることは多い。ここでは、2つの有害物質濃度の相関について見てみよう。

3-5-1 2物質が混合して使用される場合

1) 混合比が一定のケース

図 3.25 の左図は、吹付塗装作業者のキシレンとエチルベンゼン曝露濃度の 7.5 分間平均濃度を連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、強い正の相関が見られる。キシレンとエチルベンゼンは塗料中に一定割合で含まれており、これら2つの物質の比率はほとんど変化しない。そのためほとんど同じ挙動をするので、このような結果となったのである。

右図は、同じ塗装作業者のキシレンとエチルベンゼン曝露濃度の 8 時間平均濃度を 1 カ月間連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、やはり強い正の相関が見られる。7.5 分間のような短時間の曝露濃度が強い相関を持っているのであるから、8 時間平均濃度になっても相関を持つことは当然であろう。

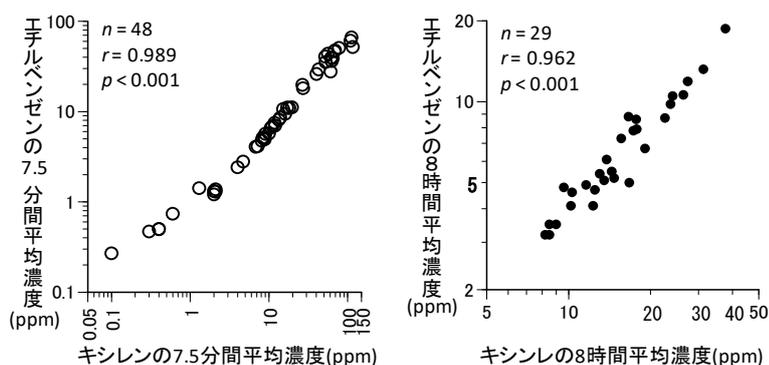


図3.25 塗装作業者のキシレン曝露濃度とエチルベンゼン曝露濃度の関係
 r は対数変換値の相関係数

2) 混合比が変動するケース

図 3.26 の左図は、吹付塗装作業者のトルエンとキシレン曝露濃度の 7.5 分間平均濃度を連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、弱い正の相関が見られる。この塗装作業

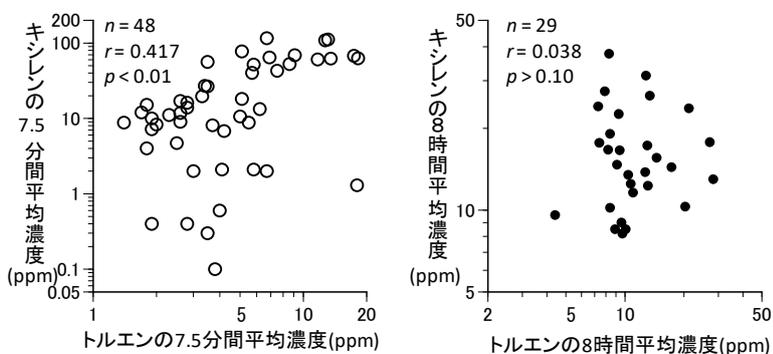


図3.26 塗装作業者のトルエン曝露濃度とキシレン曝露濃度の関係
 r は対数変換値の相関係数

では、塗料には主にキシレンが含まれ、シンナーにはトルエンとキシレンが含まれており、その混合比が塗装する製品により変化する。また、塗装前の製品の汚れの拭き取りや、塗装後の用具の洗浄などにはシンナーが使用されており、この時は主にトルエンの曝露を受けている。このようなケースでは、混合して使用していても、混合比が変化したり、あるいは2つの物質が別の工程で使用されていたりということで、より複雑な挙動となり、結果として弱い正の相関を示している。

右図は、同じ塗装作業者のトルエンとキシレン曝露濃度の8時間平均濃度を1カ月間連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、相関は見られない。トルエンとキシレンの混合比が変化しても、塗装作業が多い日は、2つの物質の使用量が増えるので、弱いながらも正の相関があるように考えられるが、別々の工程でも使用されているため、8時間平均濃度では相関がなくなったものと考えられる。

3-5-2 2物質が別の工程で使用される場合

図3.27の左図は、乾燥作業者のアセトンとヘキサン曝露濃度の7.5分間平均濃度を連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、弱い負の相関が見られる。この作業場では、アセトンとヘキサンは別々の工程で使用されているので、作業者がアセトンを扱う時はアセトン曝露濃度が高くなるのに対し、ヘキサン曝露濃度は低くなる。一方、ヘキサンを扱う場合は、逆のことが起こるために、負の相関をもつのである。

右図は、同じ乾燥作業者のアセトンとヘキサン曝露濃度の8時間平均濃度を1カ月間連続して測定したデータから、2物質の濃度の関係を示したものであるが、ほとんど相関は見られない。7.5分間のよ

うな短時間の場合には、どちらの溶剤を取り扱ったかが重要になるが、8時間のように長くなると、その間にはアセトンを取り扱う時間もヘキサンを取り扱う時間も含まれているので、結果として、2物質の8時間平均濃度には関連が見られなくなる。

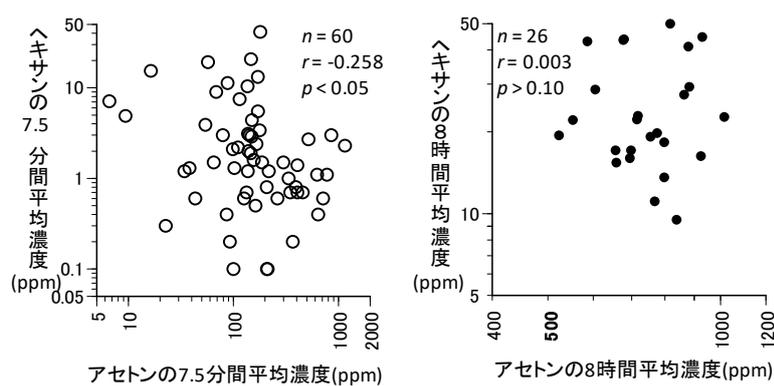


図3.27 乾燥作業者のアセトン曝露濃度とヘキサン曝露濃度の関係
rは対数変換値の相関係数

第3章の参考文献

- 3-1 Leidel NA, Busch KA, Lynch JR. Occupational exposure sampling strategy manual (NIOSH Publication No. 77-173). Washington, D.C: Government Printing Office 1977.
- 3-2 興重治. 作業環境管理の方法. 東京: 講談社, 1976.
- 3-3 熊谷信二. 個人ばく露評価. 日本産業衛生学会・産業衛生技術部会編「産業衛生技術入門」. 東京: 中央労働災害防止協会, 2005.
- 3-4 Kumagai S, Matsunaga I. Changes in the distribution of short-term exposure concentration with different averaging times. *Am Ind Hyg Assoc J* 1995;56:24-31.
- 3-5 熊谷信二, 松永一朗, 杉本寛治, 日下幸則, 白川太郎. 産業有害物の個人曝露量の評価(その3) 個人曝露濃度(8-h TWA)の日間分布. *産業医学* 1989;31: 216-226.
- 3-6 Kumagai S, Kusaka Y, Goto S. Log-normality of distribution of occupational exposure concentrations to cobalt. *Ann Occup Hyg* 1997;41:281-286.
- 3-7 Cope RF, Pancamo BP, Rinehart WE, Ter Haar GL. Personnel monitoring for tetraalkyl lead in the workplace. *Am Ind Hyg Assoc J* 1979;40:372-379.
- 3-8 Lindstedt G, Gottberg I, Holmgren B, Jonsson T, Karlsson G. Individual mercury exposure of chloralkali workers and its relation to blood and urinary mercury levels. *Scand J Work Environ Health* 1979;5:59-69.
- 3-9 日本作業環境測定協会・事業課. 中小企業安全衛生活動促進事業助成制度に基づく作業環境測定の概要, II.平成9年度の測定結果の集計解析, 作業環境測定のデザインの実務 その3. 作業環境 1999;20:47-52.
- 3-10 日本作業環境測定協会. 作業環境測定ガイドブック「0」総論編. 東京: 日本作業環境測定協会, 2010.
- 3-11 熊谷信二, 松永一朗, 日下幸則. 産業有害物の個人曝露量の評価(その5) 個人曝露濃度の日間変動と1日測定値の評価法. *産業医学* 1992;34: 30-38.
- 3-12 興重治. 1日測定, 2日測定による環境の評価結果における相異. *作業環境* 1985;6:51-55.
- 3-13 Kumagai S, Matsunaga I. Within-shift variability of short-term exposure to organic solvent in indoor workplaces. *Am Ind Hyg Assoc J* 1999;60:16-21.
- 3-14 Kromhout H, Symanski E, Rappaport SM. A comprehensive evaluation of within- and between-worker components of occupational exposure to chemical agents. *Ann Occup Hyg* 1993;37:253-270.
- 3-15 Symanski E, Maberti S, Chan W. A meta-analysis approach for characterizing the within-worker and between-worker sources of variation in occupational exposure. *Ann Occup Hyg* 2006;50:343-357.
- 3-16 Kumagai S, Matsunaga I, Kusaka Y. Autocorrelation of short-term and daily average exposure levels in workplaces. *Am Ind Hyg Assoc J* 1993;54:341-350.
- 3-17 Kumagai S, Matsunaga I. Approaches for estimating the distribution of short-term exposure concentrations for different averaging times. *Ann Occup Hyg* 1994;38:815-825.
- 3-18 Larsen RI. A new mathematical model of air pollutant concentration averaging time and frequency. *J Air Poll Control* 1969;19:24-30.

第3章のまとめ

濃度分布

- ・作業環境濃度の日内分布（空間変動を含む）および日間分布は対数正規分布で記述できる
- ・曝露濃度の日内分布、日間分布および作業員間分布は対数正規分布で記述できる

濃度変動の大きさ

- ・作業環境濃度の日内変動の指標である幾何標準偏差の中央値は1.3、90%値は2.3である
幾何標準偏差1.3の場合、測定数が10点であれば、最高値と最低値の比は2.0倍と予想される
幾何標準偏差2.3の場合、測定数が10点であれば、最高値と最低値の比は9.3倍と予想される
- ・作業環境濃度の日間変動の指標である幾何標準偏差の中央値は1.3、90%値は1.9である
幾何標準偏差1.3の場合、日々の幾何平均の最高値と最低値の比は2.7倍と予想される
幾何標準偏差1.9の場合、日々の幾何平均の最高値と最低値の比は11倍と予想される
- ・15分間曝露濃度の日内変動の指標である幾何標準偏差の中央値は2.3、90%値は4.5である
幾何標準偏差2.3の場合、15分間曝露濃度の最高値は8時間曝露濃度の2.4～5.8倍と予想される
幾何標準偏差4.5の場合、15分間曝露濃度の最高値は8時間曝露濃度の3.8～9.3倍と予想される
- ・60分間曝露濃度の日内変動の指標である幾何標準偏差の中央値は1.7、90%値は3.4である
- ・8時間曝露濃度の日間変動の指標である幾何標準偏差の中央値は1.7、90%値は2.5である
幾何標準偏差1.7の場合、日々の8時間曝露濃度の最高値と最低値の比は6.3～36倍と予想される
幾何標準偏差2.5の場合、日々の8時間曝露濃度の最高値と最低値の比は24～140倍と予想される
- ・有害物質の間欠的使用、発生源の局所配置、発生源の移動、局所排気装置の未設置、および作業員の移動は曝露濃度の変動を大きくする

自己相関

- ・連続する15分間曝露濃度には正の自己相関があるが、間隔が37.5分以上でなくなる
連続する60分間曝露濃度には自己相関はない
- ・8時間曝露濃度には日間にわたる自己相関はない
- ・有害物質の発生速度がランダムに変化するケースでは、自己相関関数は $\rho = e^{-\frac{Q}{V}\Delta t}$ となる
作業場の容積 V が大きいほど換気速度 Q が遅いほど、有害物質濃度の自己相関は強いと予測される

平均化時間

- ・平均化時間が長くなれば、濃度分布の幾何平均は大きく、幾何標準偏差は小さくなる
ただし、濃度分布の平均（算術平均）は変化しない
- ・Larsen 変換式は、平均化時間の変化に伴う曝露濃度分布の変化を推定できる

$$\mu_g(T_2) = e^{\left(\log_e \mu_g(T_1) + \frac{(\log_e \sigma_g(T_1))^2 \log_e(T_1/T_2)}{2 \log_e(480/T_1)}\right)}, \quad \sigma_g(T_2) = e^{\left(\log_e \sigma_g(T_1) \sqrt{\frac{\log_e(480/T_2)}{\log_e(480/T_1)}}\right)},$$

ここで T_1 および T_2 は平均化時間

混合曝露

- ・2物質が一定の比率で混合して使用される場合、曝露濃度には強い正の相関がある
- ・2物質が混合して使用される場合でも、その比率が変化すれば、曝露濃度の相関は弱くなる
- ・2物質が別々の工程で使用される場合、短時間曝露濃度は弱い負の相関を持つが、8時間曝露濃度には相関は見られない

第4章

作業環境濃度の 測定と評価法

第4章 作業環境濃度の測定と評価法

4-1 作業環境濃度の変動モデル

作業環境濃度を測定して評価するためには、得られた測定値がどのような分布から抽出された標本なのかを明確にしておく必要がある。そのために、まず作業環境濃度の変動モデルを確立することから始めよう。

4-1-1 モデル

作業環境濃度の変動には空間変動と時間変動があり、時間変動は日内変動と日間変動に分けられる。ただし、一般には1日内の空間変動と時間変動を合わせて考えることが多く、ここではそれを日内変動と呼び、1日内の作業環境濃度の相対度数分布を日内分布とする。また、日内分布は日々変動しているが、日内分布の幾何平均の長期間にわたる分布が日間分布である。3-1-2 で学んだように、いずれも対数正規分布で記述できる。これら2つの分布を合わせたモデルを以下に示す。最初に次の2つのことを仮定しよう。

- ㊤ 作業場内の N 個の有害物質濃度の日内分布（時間変動と空間変動を含む分布）が対数正規分布で近似できる。この分布の幾何平均は日々変動し、 I 日目の幾何平均を $\mu_{g,wd,I}$ とする（添字 **wd** は”within-day”を表わすためのものである）。一方、幾何標準偏差には日々の変動はなく同一とし $\sigma_{g,wd}$ とする。そして、日内変動（時間変動と空間変動）を表現する分布として、幾何平均 1 および幾何標準偏差 $\sigma_{g,wd}$ の対数正規分布を設定する。この分布を「分布1」としよう。分布1の標本を X_J とすると、それは、作業場内の J 番目（地点と時刻の組み合わせ）の有害物質濃度が、その日の日内分布の幾何平均 $\mu_{g,wd,I}$ の何倍かを示す指標である。
- ㊦ 有害物質濃度は日々変動しており、日内分布の幾何平均 $\mu_{g,wd,I}$ の P 日間の分布（日間分布）が対数正規分布で近似できる。その分布の幾何平均を $\mu_{g,bd}$ 、幾何標準偏差を $\sigma_{g,bd}$ としよう（添字 **bd** は”between-day”を表わすためのものである）。この分布を「分布2」とすると、この分布の標本は $\mu_{g,wd,I}$ である。

図4.1に日内変動と日間変動を合わせた作業環境濃度の分布のモデルを示す。分布1および分布2から1つずつ標本を抽出して掛け合わせた値 $X_J \mu_{g,wd,I}$ が、 I 日目の J 番目の有害物質濃度となる。そして、 X_1 から X_N まで、 $\mu_{g,wd,1}$ から $\mu_{g,wd,P}$ までを全て抽出して $X_J \mu_{g,wd,I}$ を算出すれば、その集合が日内変動と日間変動を合わせた作業場の有害物質濃度の分布となる。それは対数正規型であり、その幾何平均 $\mu_{g,Tol}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,Tol}$ は次式で表わされる（2-3-10 参照、添字 **Tol** は日内変動と日間変動を合わせたことを示す）。

$$\mu_{g,Tol} = \mu_{g,bd} \quad \text{式 4.1}$$

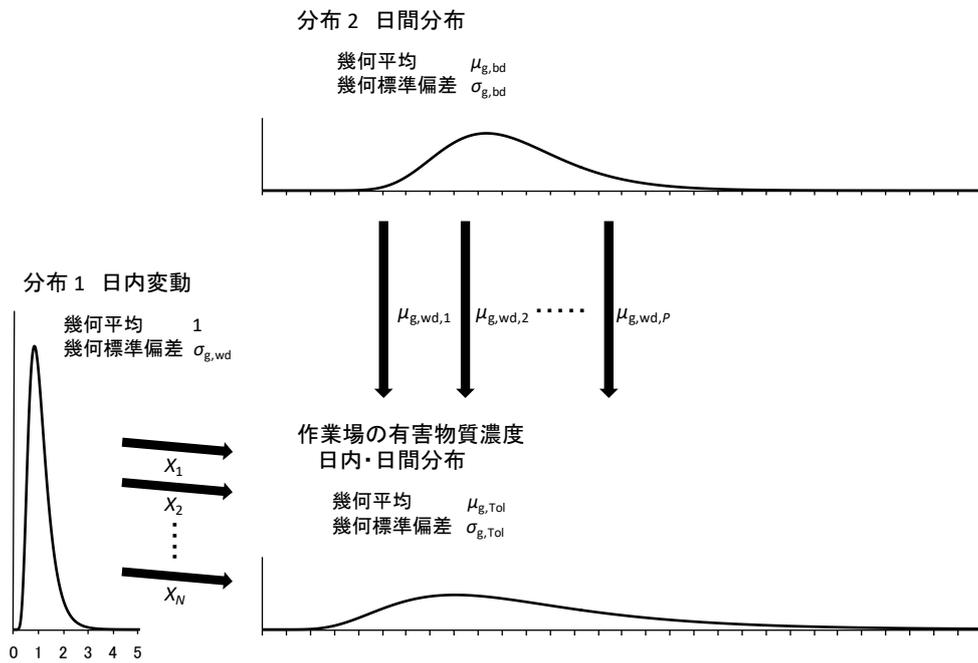


図4.1 作業環境濃度の日内変動と日間変動を合わせたモデル

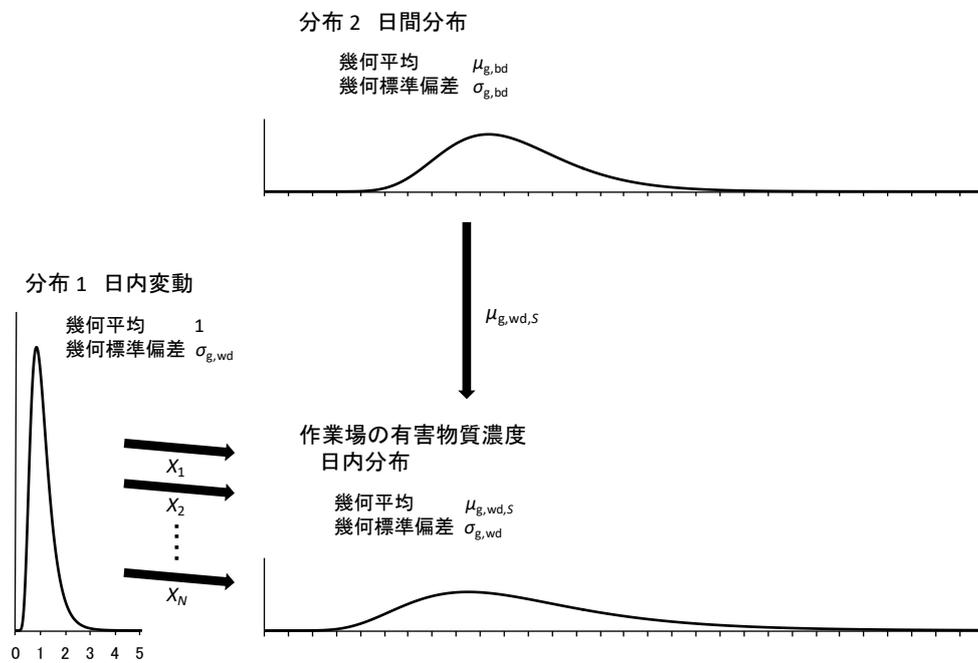


図4.2 作業環境濃度の日内分布のモデル

$$\log_e \sigma_{g,Tot} = \sqrt{(\log_e \sigma_{g,wd})^2 + (\log_e \sigma_{g,bd})^2} \quad \text{式 4.2}$$

図 4.2 に特定の日である S 日目の日内変動のみを表わすモデルを示す。上で行った操作では、分布 1 と分布 2 から全ての標本を抽出して組み合わせを考えたが、分布 2 からは一つの標本 $\mu_{g,wd,S}$ のみを抽出する。そして分布 1 から標本 X_1 から X_N まで全て抽出して $X_j \mu_{g,wd,S}$ を算出すれば、その集合が S 日目の日内分布となる。

4-1-2 パラメータの推定

実際に作業場で有害物質濃度を測定して分布のパラメータを求めるにはどうすればいいであろうか。

- ①測定する日を p 日間とし、無作為に選ぶ。
- ②測定点を n 個とし、作業場内から無作為に選ぶ。各測定点の測定時刻を 1 日の中で無作為に選ぶ。ただし、このような操作はかなり煩雑なので、一般には等間隔の平行線を縦横に引き、交点を測定点として順番に測定する。
- ③有害物質濃度を測定し、以下の要領でパラメータを算出する。

まず i 日目の日内分布を求める。 i 日目の j 番目の測定値（測定点 j の濃度）を C_{ij} とすると、これは図 4.2 の i 日目 (S 日目の代わりに i 日目) の日内分布から抽出した標本であり、式 2.46 および式 2.50 に代入することにより次式が導かれる。

$$\log_e m_{g,wd,i} = \frac{\log_e C_{i1} + \log_e C_{i2} + \dots + \log_e C_{in}}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n \log_e C_{ij}}{n} \quad \text{式 4.3}$$

$$\begin{aligned} \log_e s_{g(n-1),wd,i} &= \sqrt{\frac{(\log_e C_{i1} - \log_e m_{g,wd,i})^2 + (\log_e C_{i2} - \log_e m_{g,wd,i})^2 + \dots + (\log_e C_{in} - \log_e m_{g,wd,i})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\log_e C_{ij} - \log_e m_{g,wd,i})^2}{n-1}} \end{aligned} \quad \text{式 4.4}$$

ここで、 $m_{g,wd,i}$ および $s_{g(n-1),wd,i}$ はそれぞれ i 日目の日内分布の幾何平均 $\mu_{g,wd,i}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,wd}$ の推定値である。さらに、式 4.4 により各測定日の $s_{g(n-1),wd,i}$ を求め、それら p 個の推定値を用いて、より正確な $\sigma_{g,wd}$ の推定値 $s_{g(n-1),wd}$ を次式により算出する。

$$\begin{aligned} \log_e s_{g(n-1),wd} &= \sqrt{\frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2 + \dots + (\log_e s_{g(n-1),wd,p})^2}{p}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (\log_e s_{g(n-1),wd,i})^2}{p}} \end{aligned} \quad \text{式 4.5}$$

次に日間分布を求める。日間分布の本来の標本は $\mu_{g,wd,i}$ であるが、実際に得られる標本はその推定値の $m_{g,wd,i}$ である。このため推定値 $m_{g,wd,i}$ の分布は幾何平均 $\mu_{g,bd}$ および幾何標準偏

差 $e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{g,bd})^2 + \frac{(\log_e \sigma_{g,wd})^2}{n}}}$ の対数正規分布となる。したがって、日間分布のパラメータを

$$\log_e m_{g,bd} = \frac{\log_e m_{g,wd,1} + \log_e m_{g,wd,2} + \dots + \log_e m_{g,wd,p}}{p} = \frac{\sum_{i=1}^p \log_e m_{g,wd,i}}{p} \quad \text{式 4.6}$$

$$\begin{aligned} \log_e s_{g,bd} &= \sqrt{\frac{(\log_e m_{g,wd,1} - \log_e m_{g,bd})^2 + (\log_e m_{g,wd,2} - \log_e m_{g,bd})^2 + \dots + (\log_e m_{g,wd,p} - \log_e m_{g,bd})^2}{p-1} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd})^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (\log_e m_{g,wd,i} - \log_e m_{g,bd})^2}{p-1} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd})^2}{n}} \end{aligned} \quad \text{式 4.7}$$

により算出する。

最後に日内変動と日間変動を合わせた分布を求める。幾何平均 $m_{g,Tol}$ は式 4.6 で算出された $m_{g,bd}$ と同値であり、幾何標準偏差 $s_{g,Tol}$ は式 4.9 で算出する。

$$m_{g,Tol} = m_{g,bd} \quad \text{式 4.8}$$

$$\log_e s_{g,Tol} = \sqrt{(\log_e s_{g(n-1),wd})^2 + (\log_e s_{g,bd})^2} \quad \text{式 4.9}$$

複雑なモデルに見えるが、作業環境評価基準（労働省告示第 79 号（昭和 63 年 9 月 1 日）、資料 1）で規定されている評価式はこのモデルに基づくものである。2 日間測定を行った場合に適用してみると、以下のようなになる。式 4.3 および式 4.4 は各測定日の幾何平均および幾何標準偏差を算出する式であり、作業環境評価基準と同じである。また、2 日間の幾何平均を式 4.6 に代入すると

$$\log_e m_{g,bd} = \frac{\log_e m_{g,wd,1} + \log_e m_{g,wd,2}}{2} \quad \text{式 4.10}$$

となり、さらに式 4.8 より

$$m_{g,Tol} = \frac{\log_e m_{g,wd,1} + \log_e m_{g,wd,2}}{2} \quad \text{式 4.11}$$

となり、やはり作業環境評価基準と同じである。2 日間の幾何標準偏差を求めるには、まず式 4.5 および式 4.7 より

$$\log_e s_{g(n-1),wd} = \sqrt{\frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2}{2}} \quad \text{式 4.12}$$

$$\log_e s_{g,bd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^2 (\log_e m_{g,wd,i} - \log_e m_{g,bd})^2}{2-1} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd})^2}{n}} \quad \text{式 4.13}$$

となり、式 4.10 および式 4.12 を式 4.13 に代入すると、

$$\begin{aligned} \log_e s_{g,bd} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^2 (\log_e m_{g,wd,i} - \frac{\log_e m_{g,wd,1} + \log_e m_{g,wd,2}}{2})^2}{2-1} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2}{2n}} \\ &= \sqrt{\frac{(\log_e m_{g,wd,1} - \log_e m_{g,wd,2})^2}{2} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2}{2n}} \end{aligned} \quad \text{式 4.14}$$

となる。さらに、式 4.9 に式 4.12 および式 4.14 を代入すると

$$\log_e s_{g,Tol} = \sqrt{\frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2}{2} + \frac{(\log_e m_{g,wd,1} - \log_e m_{g,wd,2})^2}{2} - \frac{(\log_e s_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e s_{g(n-1),wd,2})^2}{2n}}$$

$$= \sqrt{\frac{(\log_e S_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e S_{g(n-1),wd,2})^2}{2} \times \frac{n-1}{n} + \frac{(\log_e m_{g,wd,1} - \log_e m_{g,wd,2})^2}{2}} \quad \text{式 4.15}$$

となる。上式の $\frac{n-1}{n}$ は n が大きければ 1 で近似できる。したがって、

$$\log_e S_{g,Tol} = \sqrt{\frac{(\log_e S_{g(n-1),wd,1})^2 + (\log_e S_{g(n-1),wd,2})^2}{2} + \frac{(\log_e m_{g,wd,1} - \log_e m_{g,wd,2})^2}{2}} \quad \text{式 4.16}$$

が導かれる。この式は作業環境評価基準に示されている式と同じであり、同基準がこのようなモデルを基礎にして評価法を定めていることがわかる。

さらに日内分布と日間分布を合わせた濃度分布の平均（算術平均）の推定値 m_{Tol} および 95% 値の推定値 $X_{95,Tol}$ を式 2.53 および式 2.58 により算出する。

$$\log_e m_{Tol} = \log_e m_{g,Tol} + \frac{1}{2} (\log_e S_{g,Tol})^2 \quad \text{式 4.17}$$

$$\log_e X_{95,Tol} = \log_e m_{g,Tol} + 1.645 \log_e S_{g,Tol} \quad \text{式 4.18}$$

4-2 作業環境濃度の測定

作業環境濃度の測定には様々な方式が考えられるが、この本では作業環境測定基準（労働省告示第46号（昭和51年4月22日））に従った方法（A測定・B測定）を示す（文献4-1）。なお作業環境測定基準に従った方法には、作業者に捕集器具を装着して作業環境濃度を測定する方法（C測定・D測定，個人曝露測定ではない）も示されているが、分かりにくいので省略する。

4-2-1 全体の流れ

基本的な流れを図4.3に示す。最初に、有害物質の種類と毒性を調べ、何を測定対象にするかを決定する。そして作業を観察して工程を理解するとともに、作業者の行動範囲を確認する。さらに、作業場の気流を観察するとともに、局所排気装置や換気装置の稼働状況を把握し、有害物質の拡散範囲を推定する。次に単位作業場所を設定し、測定点を決定して、有害物質濃度を測定する。最後に作業環境濃度を評価し、必要な場合は改善対策を実施する。

4-2-2 単位作業場所の設定

単位作業場所とは、作業場の区域内の作業者の作業中の行動範囲、有害物質の分布の状況等に基づき定められる、作業環境測定のために必要な区域のことで、作業環境測定の結果が及ぶ範囲をいう。

作業場全体の場合（図4.4A）もあれば、対象作業が行われている場所のみを選択する場合（図4.4B）もある。例えば、局所排気装置が有効に働いているため、有害物質が発生源から広い範囲に拡散していない場合であれば、拡散していると考えられる区域を単位作業場所とする。また、有害物質が作業場全体に拡散していても、作業者の行動範囲が一定の場所にとどまっているのであれば、その区域を単位作業場所とする。

作業場内の時間空間的な変動が大きい場合には、2つ以上の単位作業場所に区分することもある。例えば、作業場内のある部分の有害物質濃度が極端に高いのであれば、その部分

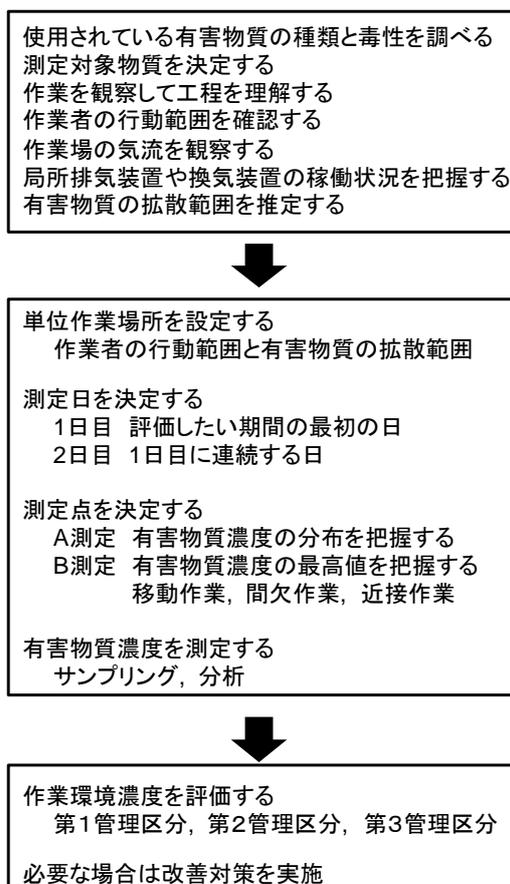


図4.3 作業環境濃度の測定と評価の流れ

と残りの部分は別の単位作業場所として取り扱う（図 4.4C）。同じ作業場で午前と午後で全く別の作業が行われるのであれば、それぞれ別の単位作業場所として取り扱う。

単位作業場所は平面的な空間ではなく、作業者が存在する可能性がある空間全てを含む立体的な空間である。例えば、化学反応装置の周囲に取り付けられた作業台の上の空間も単位作業場所に含む。

また、過去の作業環境測定の結果により、単位作業場所を変更してもよい。例えば、極端に濃度の高い区域を別の単位作業場所として設定していたが、作業環境改善が実施されたことにより、作業場全体と比較してそれほど高くなかったことが示されれば、2つの単位作業場所を合わせて1つの単位作業場所にしてもよい。ただし、この場合は新たな単位作業場所として従来の測定点の選択が適切であるかを検討しなければならない。

単位作業場所の設定に当たっては、当該作業場で行われている作業をよく観察するとともに、作業者の行動範囲、生産設備や排気装置の稼働状況、気流の流れ、窓の開閉などを確認することが必要である。また、作業場の管理者、当該作業者および衛生管理担当者から情報を得ることも重要である。

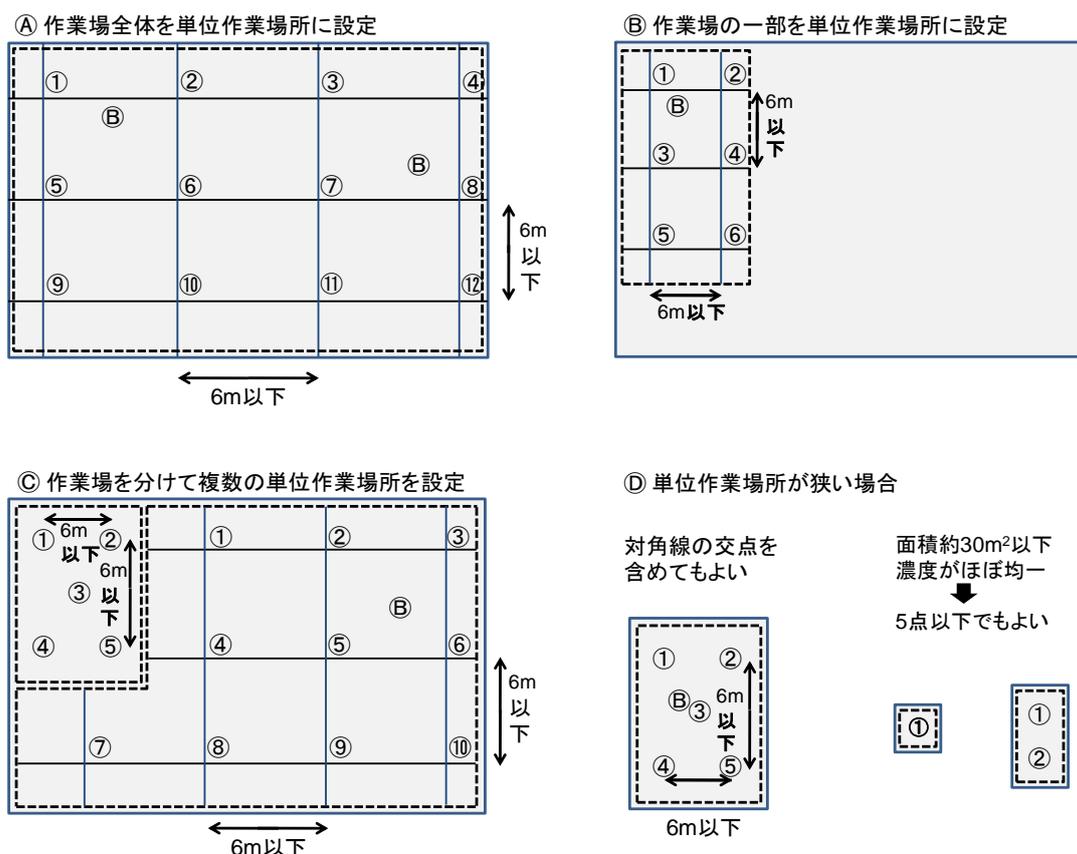


図4.4 単位作業場所の設定と測定点の選択

破線は単位作業場所

①②③・・・: A測定点, ⑤: B測定点, 高さ: 50~150 cm

4-2-3 測定日

測定日の選択の基本的な考え方は、評価したい期間の中から無作為に 1 日を選択して 1 日目の測定日とし、連続して 2 日目の測定を実施するというものである。連続してというのは、測定者の恣意が入らないための工夫である。例えば、1 日目が金曜日であれば 2 日目は月曜日でもよい。この場合、月曜日は対象有害物質の使用量が少なく、通常の状態と比較して明らかに気中濃度が低いことが予想されるのであれば、2 日目を火曜日にしてもよい。

一般に、通常の作業が行われている日を選ぶが、気中濃度が極端に高いあるいは低いことが予想されるケースを評価したいのであれば、その日に測定する。ただし、そのような場合はその目的を報告書などに明記しておく必要がある。

4-2-4 A 測定

1) 測定点

図 4.4④のように、単位作業場所に縦横に等間隔の平行線を引き交点を測定点とする。高さは床上 50~150cm とする。本来は測定点を無作為に抽出するのがベストであるが、手間がかかり現実的ではないため、このような手法を採用している。等間隔の平行線の交点を測定点に選ぶことで、測定者の恣意がなるべく入らないようにするとともに、測定点を単位作業場所全体に散らばらせることで、全体の濃度分布を把握することを目指している。

平行線の間隔は 6m 以下とし、縦と横ではその間隔が異なってもよい。また、設備や装置が等間隔に配置されているような場合には、その間隔と平行線の間隔を同一にしないことも重要である。これも類似の条件の場所ばかりを測定点に選ぶことを避ける配慮である。

交点が設備や装置と重なる場所で、作業者が立ち入らないところは測定点から省く。ただし、作業者が設備の上に上半身を乗り出して作業するようなケースでは測定点に含める。これは作業者の呼吸域になりえないところは測定点から外し、呼吸域になりえるところは測定点に含めるという考え方である。

測定点は 5 点以上を基本とする。図 4.4⑤のように、単位作業場所が狭く、6m 以下の間隔の平行線の交点が 4 点になった場合は、対角線の交点を含めて 5 点としてもよい。また、単位作業場所が著しく狭く（概ね 30m² 以下）、かつ有害物質濃度がほぼ均一と推定される場合は 5 点未満でもよい（図 4.4⑥）。ただし、この場合は各点で繰り返し測定することにより、測定数を 5 個以上とする。例えば、測定点を 1 点とし 5 回繰り返し測定する。あるいは、測定点を 3 点とし各点で 2 回測定する。ただし、3 点のうち 2 点で 2 回測定し、1 点では 1 回のみ測定することで、測定数を 5 個以上とすることはできない。これは各測定点の重みが異なり、濃度分布を偏りなく推定することができなくなるためである。また、繰り返し測定の時間間隔についても等間隔とする。

平行線の間隔は 6m 以下と述べたが、単位作業場所の有害物質濃度がほぼ均一と推定できる場合は、6m を超えてもよい。この場合も測定数は 5 個以上としなければならない。また、ほぼ均一と推定できるとは、直近に実施した作業環境測定において、幾何標準偏差が概ね

1.2 以下であり、その後、原材料や生産工程の変更がなく、生産設備や排気設備にも故障や変更がない場合である。

単位作業場所が一定の曲率で曲がっているような場合は、平行線ではなく、円周上に等間隔に測定点を配置することも可能である。

2) サンプルング時間

サンプルリングは、作業が定常に行われている時間に行う。定常に行われている時間とは、作業が定常の状態にある時間帯をいい、作業の開始直後の時間等は含まない。したがって、作業開始からおおむね1時間を経過した時以後に行う。ただし、有害物質の取り扱いが作業開始から1時間以内のみの場合は、測定時間帯としてもよい。

また、1 測定点でのサンプルリング時間は 10 分間以上の継続した時間とし、1 つの単位作業場所でのサンプルリング開始から終了までの時間は1時間以上とする。

4-2-5 B測定

1) 測定の必要性

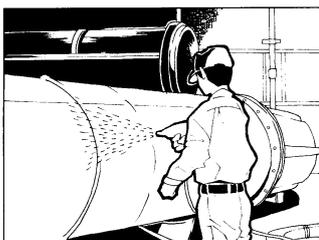
A 測定では単位作業場所全体の濃度分布を把握するが、それだけでは作業者が高い曝露を受ける可能性のある機会を見逃すおそれがある。このため、次の3つの作業時には B 測定を行う (図 4.5)。

ひとつは作業者が発生源とともに移動しながら行う作業であり、例えば、塗装器具を持って被塗装物の周囲を回りながら吹き付け塗装する作業などである (移動作業)。もうひとつは間欠的に有害物質の発散を伴う作業であり、原材料のタンクなどへの投入や、品質管理のための製品の抜き取りなどである (間欠作業)。最後のひとつは有害物質が発散する装置や設備の近くで行う作業であり、固定式グラインダで研磨する作業などである (近接作業)。

2) 測定点

対象作業が行われる時間帯に、有害物質濃度がもっとも高くなる作業位置を測定点とする。有害物質濃度が高くなると予想される測定点が 2 つ以上あり、どちらが高いか推定できない場合は全ての点で測定する。そしてその中でもっとも高い値を B 測定値とする。移

移動作業(例: 吹付塗装)



間欠作業(例: 原料投入)



近接作業(例: グラインダ)

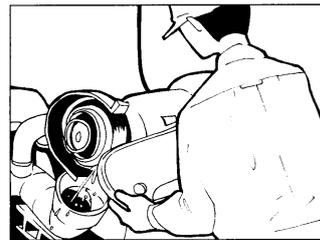


図4.5 B測定を実施する必要がある3種類の作業

動作業の場合は作業者ととも移動しながらサンプリングする。高さは床上 50～150cm とし、作業の実態に応じて選定する。

なお、個人曝露濃度とは異なり、サンプリング時間に必ずしも作業者が測定点にいなくてもよく、作業者の行動範囲の中で有害物質濃度がもっとも高くなる位置とすればよい。

3) サンプリング時間

サンプリング時間は当該作業時間を含む継続した 10 分間とする。

4-3 作業環境濃度の評価法

作業環境濃度の評価法には様々な方式が考えられるが、この本では作業環境評価基準（労働省告示第79号（昭和63年9月1日）、文献4-1、資料1）に従った方法を示す。

4-3-1 作業環境評価基準における統計記号

作業環境評価基準で用いられている統計記号はこの本で使用しているものとは異なり、以下のようなものである。

i 日目の作業環境濃度の日内分布の幾何平均の推定値	$m_{g,wd,i} = M_i$
i 日目の作業環境濃度の日内分布の幾何標準偏差の推定値	$S_{g(n-1),wd,i} = \sigma_i$
日内分布と日間分布を合わせた濃度分布の幾何平均の推定値	$m_{g,Tol} = M$
日内分布と日間分布を合わせた濃度分布の幾何標準偏差の推定値	$S_{g,Tol} = \sigma$
日内分布と日間分布を合わせた濃度分布の95%値の推定値	$X_{95} = E_{A1}$
日内分布と日間分布を合わせた濃度分布の算術平均の推定値	$m = E_{A2}$

4-3-2 A 測定の評価

1) 測定日の日内分布のパラメータの算出

式4.3および式4.4を用いて、測定した i 日目の濃度分布のパラメータである幾何平均および幾何標準偏差を推定する。各式を作業環境評価基準で用いられる統計記号で書き直し、自然対数ではなく常用対数を用いると、次のようになる。

$$\log_{10} M_i = \frac{\sum_{j=1}^n \log_{10} C_{ij}}{n} \quad \text{式 4.19}$$

$$\log_{10} \sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\log_{10} C_{ij} - \log_{10} M_i)^2}{n-1}} \quad \text{式 4.20}$$

ここで C_{ij} は i 日目の j 番目の測定値である。

2) 日内分布と日間分布を合わせた濃度分布のパラメータの算出

式4.11および式4.16を用いて、日内分布と日間分布を合わせた濃度分布のパラメータである幾何平均および幾何標準偏差を推定する。各式を作業環境評価基準で用いられる統計記号で書き直すと次のようになる。

$$\log_{10} M = \frac{\log_{10} M_1 + \log_{10} M_2}{2} \quad \text{式 4.21}$$

$$\log_{10} \sigma = \sqrt{\frac{(\log_{10} \sigma_1)^2 + (\log_{10} \sigma_2)^2}{2} + \frac{(\log_{10} M_1 - \log_{10} M_2)^2}{4}} \quad \text{式 4.22}$$

1日だけの測定の場合は次の式を用いる。

$$M = M_1 \quad \text{式 4.23}$$

$$\log_{10}\sigma = \sqrt{(\log_{10}\sigma_1)^2 + (\log_{10}\sigma_D)^2} \quad \text{式 4.24}$$

ここで、 σ_D は経験的に得られている日間変動を表わす幾何標準偏差であり、多くの作業場において実施された2日間測定から算出された標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1),D}$ の90%値である1.95を用いる(3-2-2参照, 文献4-2)。90%値は日間変動が大きなケースの代表値であり、仮にその作業場の日間変動が大きな場合でも耐えられる評価を行うという姿勢が見られる。式4.24に $\sigma_D = 1.95$ を代入すれば

$$\log_{10}\sigma = \sqrt{(\log_{10}\sigma_1)^2 + 0.084} \quad \text{式 4.25}$$

が得られる。

3) 評価値の算出

濃度分布の95%値および平均の推定値をそれぞれ式4.18および式4.17を用いて算出する。作業環境評価基準では、それぞれ第1評価値(E_{A1})および第2評価値(E_{A2})と呼ぶ。各式を作業環境評価基準で用いられる統計記号で書き直し常用対数を用いると、次のようになる。

$$\log_{10}E_{A1} = \log_{10}M + 1.645 \log_{10}\sigma \quad \text{式 4.26}$$

$$\log_{10}E_{A2} = \log_{10}M + 1.151 (\log_{10}\sigma)^2 \quad \text{式 4.27}$$

なお、ここでいう評価値は作業環境濃度の評価に使用するものであり、日本産業衛生学会が示す評価値(5-2-2参照)とは別の物である。

4) 評価

評価は管理濃度 E と比較して以下のように分類する。

$$\text{第1管理区分} \quad E_{A1} < E$$

$$\text{第2管理区分} \quad E_{A2} \leq E \leq E_{A1}$$

$$\text{第3管理区分} \quad E < E_{A2}$$

図4.6に幾何平均 M および幾何標準偏差 σ と管理区分の関係を示す。

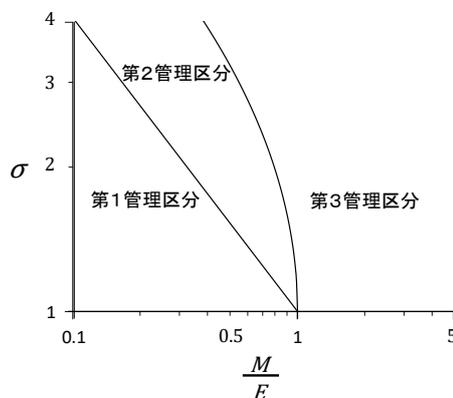


図4.6 A測定の評価における幾何平均および幾何標準偏差と管理区分の関係
 M : 幾何平均, σ : 幾何標準偏差, E : 管理濃度
 記号は作業環境評価基準に合わせた

4-3-3 B測定の評価

B測定値を管理濃度 E および管理濃度の 1.5 倍の値と比較して以下のように分類する。

- 第1管理区分 $B < E$
 第2管理区分 $E \leq B \leq 1.5E$
 第3管理区分 $1.5E < B$

4-3-4 総合評価

A測定だけの場合は、A測定の評価結果が総合評価となる（表4.1）。B測定も実施している場合の総合評価は、A測定の評価とB測定の評価のうちより厳しい評価を採用する（表4.2）。

表4.1 A測定のみを実施した場合の評価

A 測定		
第1評価値 < 管理濃度	第2評価値 ≤ 管理濃度 ≤ 第1評価値	管理濃度 < 第2評価値
第1管理区分	第2管理区分	第3管理区分

表4.2 A測定およびB測定を実施した場合の評価

		A 測定		
		第1評価値 < 管理濃度	第2評価値 ≤ 管理濃度 ≤ 第1評価値	管理濃度 < 第2評価値
B 測定	B測定値 < 管理濃度	第1管理区分	第2管理区分	第3管理区分
	管理濃度 ≤ B測定値 ≤ 管理濃度 × 1.5	第2管理区分	第2管理区分	第3管理区分
	管理濃度 × 1.5 < B測定値	第3管理区分	第3管理区分	第3管理区分

4-3-5 管理濃度

管理濃度とは、作業環境管理を進める過程で、有害物質に関する作業環境の状態を評価するために、作業環境測定基準に従って測定した作業環境濃度の結果から、単位作業場所の作業環境管理の良否を判断する際の管理区分を決定するための指標であり、作業環境評価基準に示されている。その値は、日本産業衛生学会やACGIHなどが定める職業性曝露限界（OEL, 5-2 参照）や諸外国の行政機関や専門機関などが定める OEL を参考にしつつ、作業環境管理技術の実用可能性や作業環境管理に関する国際動向なども考慮して、行政的な見地から設定されおり、労働安全衛生法に基づく法的基準である。

4-3-6 測定値の取扱い

1) 定量下限値未満の場合

定量下限値未満の場合の取り扱いには分野により様々であり、① 0 とみなす、② 定量下限値の半分とみなす、③ 定量下限値とみなす、の3通りが用いられている。作業環境評価基

準では、ある測定点の測定値が定量下限値未満の場合は、定量下限値をその測定点の測定値とみなして、濃度分布のパラメータを算出するよう定められている。

2) 複数の有機溶剤を取り扱う場合

産業現場では複数の有機溶剤の混合物を用いることが多い。このような場合は、以下の式により各測定点ごとに換算値 C を算出し、 $E = 1$ として上記と同様に評価する。

$$C = \frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} + \dots + \frac{C_n}{E_n} = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{E_k} \quad \text{式 4.28}$$

ここで、 C_k および E_k はそれぞれ物質 K の気中濃度および管理濃度である。

一方、2種類の有機溶剤が別の工程で使用されている場合は、作業環境評価基準では別々に評価することとなっている。ただし、作業環境測定の目的は健康障害の防止であるから、式 4.28 を適用して評価し、作業環境管理に利用することには意義がある。

4-3-7 評価結果の解釈

A 測定の評価結果が第 1 管理区分ということは $E_{A1} < E$ である。つまり、日内変動と日間変動を合わせた濃度分布の 95% 値が管理濃度よりも低いことを意味している。逆に言うと、濃度分布の中で管理濃度を超える割合が 5% 未満であることを意味している。したがって、「よく管理されている」と評価される。ここで割合というのは、日内変動と日間変動を合わせた濃度分布における割合であり、単位作業場所の面積（あるいは体積）だけではなく、時間的な概念も含まれている。

一方、A 測定の評価結果が第 3 管理区分ということは $E < E_{A2}$ である。つまり、濃度分布の算術平均が管理濃度を超えていることを意味している。このような状況下で働く作業者は高い曝露を受けていると予想されるので、「直ちに改善を要する」と評価される。このため、①施設、設備、作業工程、作業方法の点検と、その結果に基づいた作業環境を改善するための必要な措置、②有効な保護具の着用、③産業医などの意見に基づく健康診断の実施、健康の保持のために必要な措置を実施しなければならないこととなっている。

A 測定の評価結果が第 2 管理区分ということは $E_{A2} \leq E \leq E_{A1}$ である。つまり、濃度分布の 95% 値が管理濃度以上であり、かつ算術平均が管理濃度以下であることを意味している。したがって、「よく管理されている」とは言い難く、「直ちに改善を要する」とも判断できないと評価される。この場合は、施設、設備、作業工程、作業方法の点検と、その結果に基づいた作業環境を改善するための必要な措置が求められている。

B 測定を実施した場合には、A 測定と合わせて評価される。総合評価が第 1 管理区分ということは $E_{A1} < E$ かつ $B < E$ である。つまり、濃度分布の 95% 値が管理濃度よりも低く、かつもっとも高いと考えられる位置と時間帯での気中濃度が管理濃度未満であることを意味しており、「よく管理されている」と評価される。

一方、総合評価が第3管理区分ということは $E < E_{A2}$ あるいは $1.5E < B$ である。つまり、濃度分布の算術平均が管理濃度を超えているか、あるいは作業場内のある位置と時間帯の有害物質濃度が管理濃度の1.5倍を超えるということであり、「直ちに改善を要する」と判断する。この場合、A測定での評価が第1管理区分に相当するのに、B測定の結果が高いために第3管理区分と判定されたのであれば、B測定の対象作業に焦点を当てて改善対策を考えることが必要である。一方、B測定値は低いのに、A測定での評価により第3管理区分になったのであれば、作業場全体の気中濃度を低下させる対策が必要となる。ただし、このようなケースではB測定点の選択が不適切なこともあるので、その見直しが必要かもしれない。

[事例 4-1]

病院の病理検査室においてホルムアルデヒドの作業環境濃度を測定した。作業場の見取図とA測定点およびB測定点を図4.7に、測定結果を表4.3に示す。A測定点は6点であり、1日に各点2回測定しているので、計12個の測定値がある。式4.19および式4.20より $M_1 = 0.028$ (ppm)、 $\sigma_1 = 1.70$ 、 $M_2 = 0.016$ (ppm) および $\sigma_2 = 1.39$ が算出され、さらに式4.21および式4.22より $M = 0.021$ (ppm) および $\sigma = 1.79$ が算出される。最後に式4.26および式4.27より $E_{A1} = 0.055$ (ppm) および $E_{A2} = 0.025$ (ppm) が算出される(表4.4)。B測定値の最高値は0.115 ppmである。管理濃度は0.1ppmであり、総合評価は表4.2より第2

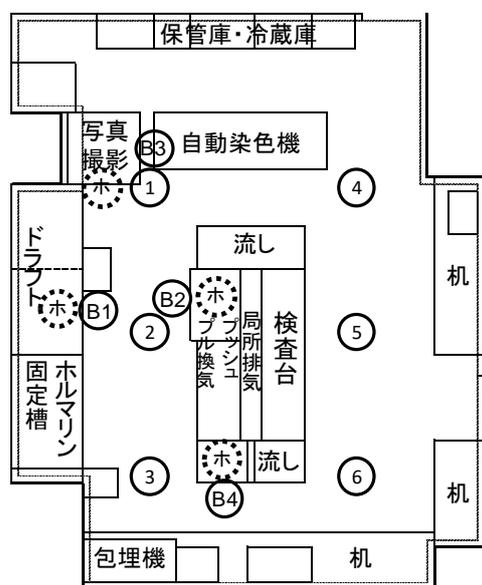


図4.7 病理検査室での作業環境測定

- : ホルムアルデヒド発生源
- ①～⑥: A測定点, 各測定点で2回測定
- B1～B4: B測定点

表4.3 病理検査室のホルムアルデヒド濃度

	測定点	1日目		2日目	
		測定時間	濃度 (ppm)	測定時間	濃度 (ppm)
A測定	A1	9:14 - 9:24	0.021	9:20 - 9:30	0.011
	A2	9:31 - 9:41	0.038	9:31 - 9:41	0.013
	A3	9:42 - 9:52	0.026	9:42 - 9:52	0.014
	A4	9:54 - 10:04	0.018	9:53 - 10:03	0.012
	A5	10:04 - 10:14	0.023	10:04 - 10:14	0.011
	A6	10:15 - 10:25	0.028	10:15 - 10:25	0.019
	A1	13:39 - 13:49	0.053	13:38 - 13:48	0.027
	A2	13:26 - 13:36	0.081	13:49 - 13:59	0.030
	A3	13:52 - 14:02	0.044	14:03 - 14:13	0.016
	A4	14:03 - 14:13	0.015	14:14 - 14:24	0.020
	A5	14:15 - 14:25	0.015	14:26 - 14:36	0.017
	A6	14:26 - 14:36	0.019	14:37 - 14:47	0.014
B測定	B1	8:45 - 8:55	0.028	9:40 - 9:50	0.023
	B2	10:28 - 10:38	0.013	11:26 - 11:36	0.013
	B3	13:02 - 13:12	0.055	13:16 - 13:26	0.108
	B4	14:28 - 14:38	0.098	14:24 - 14:34	0.115

- B1: 臓器のチェック(囲い式局所排気装置使用)
- B2: 臓器の切り出し(プッシュプル換気装置使用)
- B3: 臓器の切り出し・撮影
- B4: 臓器を入れたカセットの水洗い

管理区分となる。

A 測定のみの評価は第 1 管理区分なので、B 測定の結果により、総合評価が第 2 管理区分になっている。したがって、B3 臓器の切り出し・撮影作業と、B4 カセットの水洗い作業の見直しが必要である。

表4.4 作業環境濃度の測定結果のまとめ

		1 日 目	2 日 目	2 日 間
A測定	幾何平均	$M_1 = 0.028$	$M_2 = 0.016$	$M = 0.021$
	幾何標準偏差	$\sigma_1 = 1.70$	$\sigma_2 = 1.39$	$\sigma = 1.79$
	第1評価値	$E_{A1} = 0.055$		
	第2評価値	$E_{A2} = 0.025$		
B測定	$C_B = 0.115$			

幾何平均、第1評価値、第2評価値およびB測定値の単位はppm

[事例 4-2]

鉛板を製造している作業場において気中鉛の作業環境濃度を 1 日のみ測定した。作業場の見取図と A 測定点および B 測定点を図 4.8 に、測定結果を表 4.5 に示す。A 測定点は 6 点であり 6 個の測定値がある。式 4.19 および式 4.20 より $M_1 = 0.010$ (mg/m³) および $\sigma_1 = 2.01$ が算出される。1 日測定なので、式 4.23 および式 4.25 より $M = 0.010$ (mg/m³) および $\sigma = 2.63$ が算出される。最後に式 4.26 および式 4.27 より $E_{A1} = 0.047$ (mg/m³) および $E_{A2} = 0.015$ (mg/m³) が算出される (表 4.6)。B 測定値は 0.088 mg/m³ である。管理濃度は 0.05 mg/m³ であり、総合評価は表 4.2 より第 3 管理区分となる。

A 測定のみ評価は第 1 管理区分なので、B 測定の結果により、総合評価が第 3 管理区分になっている。したがって、溶融釜からの鉛の取出し時の鉛ヒュームの拡散を抑えることが必要である。

表4.5 鉛板製造場の鉛濃度

	測定点	1 日 目	
		測定時間	濃度 (mg/m ³)
A測定	A1	10:11 - 10:26	0.007
	A2	10:30 - 10:45	0.021
	A3	10:48 - 11:03	0.017
	A4	11:07 - 11:22	0.003
	A5	11:25 - 11:40	0.012
	A6	11:43 - 11:58	0.009
B測定	B1	10:45 - 10:55	0.088

B1: 溶融鉛の取り出し

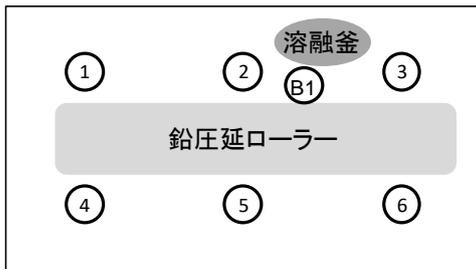


図4.8 鉛板製造場での作業環境測定

①～⑥: A 測定点, B1: B 測定点

表4.6 作業環境濃度の測定結果のまとめ

		1 日 目	2 日 目	2 日 間
A測定	幾何平均	$M_1 = 0.010$	$M_2 =$	$M = 0.010$
	幾何標準偏差	$\sigma_1 = 2.01$	$\sigma_2 =$	$\sigma = 2.63$
	第1評価値	$E_{A1} = 0.047$		
	第2評価値	$E_{A2} = 0.015$		
B測定	$C_B = 0.088$			

幾何平均、第1評価値、第2評価値およびB測定値の単位はmg/m³

[事例 4-3]

吹き付け塗装作業場において気中有機溶剤の作業環境濃度を 1 日のみ測定した。塗料およびシンナーにはトルエン、キシレンおよび酢酸エチルが含まれていた。作業場の見取図

と A 測定点および B 測定点を図 4.9 に、測定結果を表 4.7 に示す。A 測定点は 5 点であり 5 個の測定値がある。

まず、式 4.28 により、各測定点の換算値 C を算出する。C は濃度を管理濃度で割ったものなので単位は無次元である。次に式 4.19 および式 4.20 より $M_1 = 0.24$ および $\sigma_1 = 2.06$ が算出される。1 日測定なので、式 4.23 および式 4.25 より $M = 0.24$ および $\sigma = 2.68$ が算出される。最後に式 4.26 および式 4.27 より $E_{A1} = 1.20$ および $E_{A2} = 0.39$ が算出される(表 4.8)。B 測定値は 0.65 である。換算値に対する管理濃度は 1 であり、総合評価は表 4.2 より第 2 管理区分となる。

B 測定の評価は第 1 管理区分なので、A 測定の結果により、総合評価が第 2 管理区分になっている。したがって、作業場全体の環境の見直しが必要である。

表4.7 塗装作業場の有機溶剤濃度

	測定点	測定時間	トルエン $E_T = 20$ (ppm)		キシレン $E_X = 50$ (ppm)		酢酸エチル $E_E = 200$ (ppm)		換算値 $\Sigma C/E$
			濃度 (ppm)	C_T/E_T	濃度 (ppm)	C_X/E_X	濃度 (ppm)	C_E/E_E	
A測定	A1	10:11 - 10:26	5	0.25	3	0.06	6	0.03	0.34
	A2	10:30 - 10:45	7	0.35	6	0.12	10	0.05	0.52
	A3	10:48 - 11:03	3	0.15	2	0.04	5	0.03	0.22
	A4	11:25 - 11:40	4	0.20	3	0.06	2	0.01	0.27
	A5	11:43 - 11:58	1	0.05	1	0.02	1	0.01	0.08
B測定	B1	10:45 - 10:55	9	0.45	7	0.14	12	0.06	0.65

B1: 吹付塗装作業業者位置

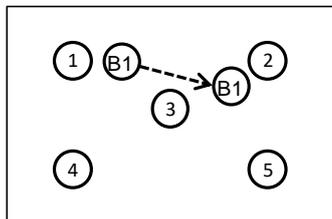


図4.9 吹付塗装場での作業環境測定

①～⑤: A 測定点,
B1: B 測定点(矢印方向に移動)

表4.8 作業環境濃度の測定結果のまとめ

		1 日 目	2 日 目	2 日 間
A測定	幾何平均	$M_1 = 0.24$	$M_2 =$	$M = 0.24$
	幾何標準偏差	$\sigma_1 = 2.06$	$\sigma_2 =$	$\sigma = 2.68$
	第1評価値	$E_{A1} = 1.20$		
	第2評価値	$E_{A2} = 0.39$		
B測定		$C_B = 0.65$		

幾何平均, 第1評価値, 第2評価値およびB測定値の単位は無次元

第4章の参考文献

- 4-1 日本作業環境測定協会. 作業環境測定ガイドブック「0」総論編. 東京:日本作業環境測定協会, 2012.
- 4-2 奥重治. 環境中有害物測定の目的とサンプリング. 労働衛生工学 1979;18:68-82.

第4章のまとめ

作業環境濃度の測定と評価法

作業環境測定基準

- 単位作業場所** 有害物質の拡散範囲および作業者の行動範囲から決定する
- 測定日** 評価したい期間の1日目を測定日とし、連続して2日目の測定を実施する
- A測定** 縦横に等間隔（6m以内）の平行線を引き交点を測定点とする
高さは床上50～150cmとする
1点でのサンプリング時間は10分以上とする
- B測定** 移動作業・間欠作業・近接作業のある場合はB測定を実施する
有害物質濃度がもっとも高くなる作業位置を測定点とする
高さは床上50～150cmとし、作業の実態に応じて選定する
1点でのサンプリング時間は当該作業時間を含む継続した10分間とする

作業環境評価基準

A測定の評価

測定日の日内分布のパラメータの算出

$$\log_{10}M_i = \frac{\sum_{j=1}^n \log_{10}C_{ij}}{n}, \quad \log_{10}\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\log_{10}C_{ij} - \log_{10}M_i)^2}{n-1}}, \quad C_{ij} \text{は } i \text{ 日目の } j \text{ 番目の測定値}$$

日内分布と日間分布を合わせた濃度分布のパラメータの算出

$$\log_{10}M = \frac{\log_{10}M_1 + \log_{10}M_2}{2}, \quad \log_{10}\sigma = \sqrt{\frac{(\log_{10}\sigma_1)^2 + (\log_{10}\sigma_2)^2}{2} + \frac{(\log_{10}M_1 - \log_{10}M_2)^2}{2}}$$

1日のみの測定の場合は次式を用いる

$$M = M_1, \quad \log_{10}\sigma = \sqrt{(\log_{10}\sigma_1)^2 + 0.084}$$

評価値の算出

第1評価値 $\log_{10}E_{A1} = \log_{10}M + 1.645 \log_{10}\sigma$ （濃度分布の95%値の推定値）

第2評価値 $\log_{10}E_{A2} = \log_{10}M + 1.151 (\log_{10}\sigma)^2$ （濃度分布の算術平均の推定値）

評価

第1管理区分 $E_{A1} < E$, 第2管理区分 $E_{A2} \leq E \leq E_{A1}$, 第3管理区分 $E < E_{A2}$

B測定の評価

第1管理区分 $B < E$, 第2管理区分 $E \leq B \leq 1.5E$, 第3管理区分 $1.5E < B$

総合評価

A測定だけの場合は、A測定の評価結果が総合評価となる

B測定も実施した場合は、A測定の評価とB測定の評価のうちより厳しい評価を採用する

管理濃度

作業環境測定基準に従って実施した測定結果を基に管理区分を決定する時に使用する基準数値の設定には、日本産業衛生学会やACGIHなどが定めるOELを参考としている
数値の設定には、作業環境管理技術の実用可能性や作業環境管理の国際動向も考慮している
労働安全衛生法に基づく法的基準である。

第5章

個人曝露濃度の 測定と評価法

第5章 個人曝露濃度の測定と評価法

5-1 時間加重平均としての個人曝露濃度

個人曝露濃度とは作業者の呼吸域（口鼻から 20～30cm 以内）の空気中の有害物質濃度のことである。ただし、同一作業者でも曝露濃度は時間とともに変動している。例えば、吹付塗装作業者のトルエン曝露について考えてみよう。

①始業後 30 分間（8:00～8:30）は塗料調合室で塗料とシンナーを混合する。②次の 3 時間（8:30～11:30）は塗装を行う。③最後の 30 分間（11:30～12:00）は使用した用具をシンナーで洗浄する。それぞれの作業ごとに作業者の口元付近のトルエン濃度を測定したところ 8ppm、23ppm および 12ppm であった。全体で 4 時間の作業であるが、この間の平均曝露濃度は下式により算出する。

$$\text{平均曝露濃度} = \frac{8 \times 0.5 + 23 \times 3 + 12 \times 0.5}{0.5 + 3 + 0.5} = \frac{79}{4} = 19.75 \approx 20 \text{ (ppm)}$$

このケースでは 4 時間平均曝露濃度は 20 ppm となる。一般化すると次式になる。

$$\text{TWA} = \frac{\sum_{i=1}^k C_i T_i}{\sum_{i=1}^k T_i} \quad \text{式 5.1}$$

ここで、 C_i は作業 i の曝露濃度、 T_i は作業 i の時間である。式 5.1 により算出する平均を「時間加重平均（time-weighted average, TWA）」といい、個人曝露濃度はすべて時間加重平均で表示される。平均化時間は 8 時間あるいは 4 時間であったり、短ければ 10 分間あるいは 15 分間など様々である。例えば 8 時間時間加重平均は「8-hr TWA」、15 分間時間加重平均は「15-min TWA」などと表記される。

実際には、1-4-4 で説明したように、作業者の襟元などに捕集器具を装着し、呼吸域の空気をサンプリングして有害物質濃度を測定する。上記の吹付塗装作業者のケースであれば、4 時間連続してサンプリングしてトルエン濃度を算出すれば、時間加重平均が求められる。

ただし、サンプリング期間中のサンプリング速度は一定でなければならない。例えば、粉塵のサンプリングではフィルターが目詰まりして吸気抵抗が増大するので、吸引ポンプの性能が低ければ、流量が低下する。そうすると、後半の方の吸引空気量が少なくなるので、前半の曝露濃度の重みが大きくなり、正しい時間加重平均が算出できない。このような吸気抵抗の変化にかかわらず、サンプリング流量が変化しない吸引ポンプが市販されている。

5-2 職業性曝露限界（OEL）

5-2-1 OELの設定機関

個人曝露濃度は職業性曝露限界 Occupational Exposure limit（OEL）と比較して評価する。わが国では、日本産業衛生学会が OEL に相当するものとして許容濃度を定めており、同学会が発行する学術誌「産業衛生学雑誌（旧 産業医学）」に毎年 1 回公表される（文献 5-1, 資料 2）。ただし、これは学会の勧告値であって法的基準ではない。なお、管理濃度は法的基準であるが、作業環境濃度を評価する基準であり、OEL ではない（4-3-5 参照）。

米国では、Occupational Safety and Health Act（OSHA 労働安全衛生法）に基づき Occupational Safety and Health Standard（OSHS 労働安全衛生基準）において OEL に相当する法的基準である Permissible Exposure Limit（PEL）が定められている（文献 5-2）。また、American Conference of Governmental Industrial Hygienists（ACGIH 米国産業衛生監督官会議）は Threshold Limit Value（TLV）を定めている（文献 5-3）。

ヨーロッパでは、European Union（EU 欧州連合）が OEL に相当する基準である Indicative Occupational Exposure Limit Value（IOELV）を制定しており、加盟国に対して IOELV を参考にして国内でも OEL を制定するよう要求している（文献 5-4, 5-5, 5-6, 5-7）。英国では Control of Substances Hazardous to Health Regulations 2002（COSHH 健康有害物質管理規則）に基づく管理基準として OEL に相当する基準である Workplace Exposure Limit（WEL）が制定されている（文献 5-8）。ドイツでは Gefahrstoffverordnung（有害物質条例）により OEL に相当する法的基準である Arbeitsplatzgrenzwerte（AGW）が定められている（文献 5-9）。また Deutsche Forschungsgemeinschaft（DFG ドイツ学術振興会）が、Maximale Arbeitsplatz Konzentrationen（MAK）を定めている（文献 5-10）。

5-2-2 OEL等の種類

1) 8時間平均濃度の基準

日本産業衛生学会の「許容濃度等の勧告」では、許容濃度は「労働者が 1 日 8 時間、週間 40 時間程度、肉体的に激しくない労働強度で有害物質に曝露される場合に、当該有害物質の平均曝露濃度がこの数値以下であれば、ほとんどすべての労働者に健康上の悪い影響が見られないと判断される濃度」と定義されている。これが 8 時間平均濃度の基準である。また、「曝露濃度とは、呼吸保護具を装着しない状態で、労働者が作業中に吸入するであろう空気中の当該物質の濃度である」とされており、たとえ呼吸保護具を着用していたとしても、保護具の内部の空気中濃度ではなく、あくまでも外部の空気中濃度であることを明記している。これは保護具を着用しなくても働ける作業環境をめざすという姿勢に基づくものである。

米国の PEL、ACGIH の TLV、EU の IOELV、英国の WEL、ドイツの AGW および DFG の MAK でも同様の趣旨で 8 時間平均濃度の基準が定められており、ACGIH では TLV-TWA と表示している。

2) 短時間曝露濃度の基準

① 15 分間平均濃度の基準

ACGIH は、一部の物質について短時間曝露による健康影響を予防するために、15 分間平均濃度の基準である”short-term exposure limit (STEL)”を設定しており、TLV-STEL と表示している。これは 8 時間平均濃度が TLV-TWA 以下であっても、勤務中のどの 15 分間の平均曝露濃度も超えてはならない基準である。また、TLV-TWA を超え TLV-STEL は超えない程度の高濃度曝露が 15 分間を超えて継続してはならず、1 勤務日に 5 回以上出現してはならないとしている。さらにこのような高濃度曝露と次の高濃度曝露は少なくとも 1 時間の間隔が空けられるべきであるとしている。

ACGIH がこの基準により予防しようとしている影響は、刺激感、慢性あるいは不可逆性の生体組織の変化、量に依存する毒性影響、麻酔作用による労働災害の増加・自制心の喪失・著しい作業能率の低下である。

DFG は、一部の物質について短時間曝露による健康影響を予防するために、15 分間平均濃度の基準である”limitation of exposure peak”を設定している。ただし、この 15 分間という時間は測定技術を考慮したものであって、物質によっては瞬間的でも超えてはならない基準を設定できるとしており、後述する天井値に相当する場合もある。

米国の PEL、EU の IOELV、英国の WEL、ドイツの AGW でも 15 分間平均濃度の基準が定められている。ただし、各機関により定義が異なる部分があり、また物質によっては 15 分間以外の平均濃度を用いていることもあり、比較する場合は注意が必要である。なお日本産業衛生学会では定められていない。

② 最大許容濃度・天井値

日本産業衛生学会は一部の有害物質、すなわち短時間で発現する刺激、中枢神経抑制等の生体影響を引き起こす物質については「最大許容濃度」を勧告している。この最大許容濃度は「作業中のどの時間をとっても曝露濃度がこの数値以下であれば、ほとんどすべての労働者に健康上の悪い影響が見られないと判断される濃度」である。ただし最大許容濃度を超える瞬間的な曝露があるかどうかを判断することは困難なので、実際には、最大曝露濃度を含む 5 分間程度までの短時間の測定によって得られる最大値で判断してもよいとしている。OSHA の PEL および ACGIH の TLV でも、最大許容濃度に相当するものとして”Ceiling value (天井値)”を設定しており、ACGIH では TLV-C と表示している。

③ ピーク曝露に関する基準

ACGIH では、TLV-STEL を設定していない物質について、ピーク曝露に関する基準 (3/5 Rule) を次のように定めている。1 勤務日に 15 分間以内の TLV-TWA の 3 倍を超える曝露が 1 時間間隔で 4 回までは許されるが、TLV-TWA の 5 倍を超えることがあってはならない。この基準は各物質の毒性に基づくものではなく、曝露濃度の時間的変動が大きい場合は作業環境管理が不十分であるという考え方に基づくものである。

日本産業衛生学会では、許容濃度は曝露濃度の時間的変動があまり大きくない場合に利

用されるべきものであり、「曝露濃度が最大になると予想される時間を含む 15 分間の平均曝露濃度が許容濃度の数値の 1.5 倍を超えないことが望ましい」としている。この指示については、特に名称はついていないが、ACGIH の 3/5 Rule と類似した考え方に基づいていると言えよう。

3) 評価値

日本産業衛生学会では、発がん物質の中で量反応関係を基に過剰発がん生涯リスクを算出できるだけの十分な情報があるものについては、評価値を設定している。評価値は過剰発がん生涯リスクが 10^{-3} (1000 人に 1 人) および 10^{-4} (10000 人に 1 人) に相当する曝露濃度として示されている。例えば、ベンゼンであれば 10^{-3} に相当する評価値は 1ppm である。これは、1000 人の作業者が 1ppm (8 時間平均濃度) のベンゼンに曝露されて 40 年間働いた場合、そのような曝露を受けない場合と比較して、生涯にがん (白血病など) に罹患する者が 1 人増加することを意味している。この基準は 1 人の過剰発がんを許容しているわけではなく、医学生物学的に求められた値として示しているものである。なお、作業環境濃度の評価においても評価値という用語を用いるが、別の概念である (4-3-2 参照)。

5-2-3 適用時の注意点

1) 複数の有害物質に曝露される場合

産業現場では複数の有害物質に曝露されることも多い。日本産業衛生学会では、曝露される複数の有害物質の毒性が相加的ではないとする証拠がない場合は、相加的に働くと仮定し、次式により算出される I が 1 を超える場合に、許容濃度を超えると判断することとしている。

$$I = \frac{C_1}{OEL_1} + \frac{C_2}{OEL_2} + \dots + \frac{C_n}{OEL_n} = \sum_{K=1}^n \frac{C_K}{OEL_K} \quad \text{式 5.2}$$

ここで、 C_K および OEL_K はそれぞれ物質 K の曝露濃度および許容濃度である。混合有機溶剤に曝露される場合などはこのようにして評価することが多い。他の機関でも同様の規定を設けている。

2) 皮膚吸収

有機溶剤などの有害物質は皮膚からも吸収される。日本産業衛生学会および ACGIH の許容濃度表には、皮膚からの吸収量が全身への健康影響などから見て無視できない程度に達する可能性のある物質については「皮」マーク (ACGIH では「Skin」マーク) が付されている。許容濃度は皮膚吸収がないという前提で設定されている数値なので、作業現場で皮膚吸収が生じている場合はそのまま適用することはできない。

3) 有害物質以外の条件

労働強度、温熱、放射線、気圧などの条件が不適切である場合は、有害物質による健康影響が増強される可能性があることも留意するべきであるとしている。

4) 許容濃度の性格

許容濃度は産業現場での経験や動物実験などから得られた多様な知見に基礎をおり、許容濃度の設定に用いられた情報の量と質は物質間で必ずしも同等ではない。また、許容濃度を決定する際に考慮された生体影響の種類は物質によって異なり、ある物質では明瞭な健康障害に、別の物質では不快、刺激、中枢神経抑制などの生体影響に根拠を求めている。したがって許容濃度の数値を単純に毒性の強さの相対的比較の尺度に用いてはならないとされている。

有害物質への感受性には個人差があり、許容濃度以下であっても、不快、既存の健康異常の悪化、あるいは職業病を予防できない場合があるので注意が必要である。また、許容濃度の数値を産業現場以外に適用してはならない。許容濃度は新しい知見が得られれば、改訂・追加されるものであることも銘記しておくべきであろう。

5-3 個人曝露濃度の評価法の概要

5-4 から 5-10 に、各種の個人曝露濃度の評価法を紹介するが、ここでは全体像を理解するために各評価法の概要を説明する。

5-3-1 欧米で公表されている評価法

産業現場における有害物質の曝露評価法については多くの提案がなされているが、その中で基本的なもの 1 つが、米国 National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH 労働安全衛生研究所) が 1977 年に提案したものである (文献 5-11)。米国では法的に個人曝露濃度の基準値 PEL が定められているが (文献 5-2)、NIOSH の評価法は、その基準値に適合しているかどうかを判断するために、どのような測定を行い、そして測定値をどのように評価すべきかを示したものである。公表後 40 年以上が経過し、既に古くなった感は否めないが、その後に提案された様々な評価法の参考になっている。この評価法は、測定日の各作業者の 8 時間平均曝露濃度が PEL を超えているか否かを、測定誤差を考慮して判断するという比較的単純なものであり、曝露濃度の日間変動や作業者間変動は考慮されていない。

NIOSH の評価法では、基準に適合しているか否かを確認することを最優先にしているために、作業者グループの中で高曝露者が予測できる場合は、測定対象者に選択する方式になっているが、このようにして得られた曝露データは作業者グループの平均曝露レベルとしては過大評価になっているため、疫学研究には使いづらい面があった。また、NIOSH の評価法の公表後、曝露濃度の日間変動や作業者間変動に関する新しい知見や、測定データの統計的取り扱いに関する知見が得られてきている。これらの成果を取り入れることにより、1991 年には American Industrial Hygiene Association (AIHA 米国産業衛生協会) が曝露評価法を制定し、その後 1998 年、2006 年および 2015 年に改訂している (文献 5-12)。NIOSH の評価法を参考にしているが、測定日の 8 時間平均曝露濃度を OEL と単純に比較するのではなく、曝露濃度の日間変動を考慮して、8 時間平均曝露濃度の 95% 値を OEL と比較し、曝露状態を 5 つの曝露区分に分類をしている。

一方、ヨーロッパでは、Comité Européen de Normalisation (CEN 欧州規格委員会) が 1995 年に作業場における有害物質の曝露評価法を EU 規格として制定し、2018 年に改定している (文献 5-13)。この評価法では、作業者の 8 時間平均曝露濃度の 95% 値を OEL と比較するための戦略を定めており、その中で曝露濃度の日間変動を評価に含める統計的手法を示している。

2011 年には British Occupational Hygiene Society (BOHS 英国労働衛生学会) と Nederlandse Vereniging voor Arbeidshygiene (NVvA オランダ労働衛生学会) が共同で新しい評価法を公表している (文献 5-14)。この評価法は曝露評価の全体を示すものではなく、曝露濃度測定値を用いた判定手法を示すものである。この評価法では、曝露濃度の日間変動と作業者間

変動を統計的に組み込む具体的な手法を示している。

以上は公的機関が公表している評価法であるが、その他にも様々な評価法が提案されている（文献 5-15, 5-16, 5-17）。また、現在、NIOSH が現行の評価法の改訂を目指して検討を行っているとのことであり（文献 5-18）、その公表が待たれるところである。

5-3-2 国内で公表されている評価法

わが国では、作業環境濃度の定期測定が法的に定められているため、個人曝露濃度の評価法の検討はあまりなされてこなかったが、2005 年に日本産業衛生学会の作業環境測定検討委員会が、個人曝露濃度の評価法を提案した（文献 5-19）。さらに 2014 年には、日本産業衛生学会の産業衛生技術部会がより包括的な個人曝露濃度の評価法を公表した（文献 5-20）。

一方、曝露濃度の日内変動を考慮して、サンプリング時間が 8 時間未満の測定値を用いて 8 時間平均濃度の評価を行う方法（文献 5-21）、日間変動を考慮して、測定していない日も含めた 8 時間平均濃度の評価を行う方法（文献 5-22, 5-23）、あるいは日間変動および作業者間変動を考慮して作業者グループ全体の評価を行う方法（文献 5-24）なども提案されている。

5-3-3 各評価法の特徴

表 5.1 に各評価法の特徴をまとめた。5-4 以降に各評価法の解説をしているので併せて見てほしい。

表5.1 個人曝露濃度の評価法の特徴

評価法	評価対象集団	測定実施の必要性	測定対象者の選択方法	測定項目	評価式などの評価対象（実際に評価している範囲）		基準	判定の信頼水準		判定不可の有無	考慮している変動要因	アクションレベル		文献
					対象者	曝露指標		適合	不適合			考慮している変動要因	判断内容	
NIOSH 1977	作業者グループ	測定免除あり	最高曝露者	8-hr TWA (注1)	測定対象者	測定日	8-hr TWA	95%以上	95%以上	有	測定結果 日内変動(注2)	1/2 × OEL	曝露測定の実施	5-11
	同等リスクグループ	測定免除あり	無作為選択											
AHA 2015	同等曝露グループ	測定免除あり	無作為選択	8-hr TWA	グループ全員	長期間	8-hr TWAの日内分布の95%値	OEL	不明確	有	日内変動 OELの不確実性	1/10 × OEL (注4)	曝露測定の実施	5-12
	同等曝露グループ	測定免除あり	無作為選択	8-hr TWA	グループ全員	長期間	8-hr TWAの日内分布の算術平均	LTA-OEL (注3)	不明確	有	日内変動 OELの不確実性	1/10 × OEL (注4)	曝露測定の実施	5-13
BOHS- NVVA 2011	同等曝露グループ	必要	無作為選択	8-hr TWA	グループ全員	長期間	8-hr TWAの最高値 8-hr TWAの全測定値	OEL	不明確	有	日内変動(注5)			5-14
	グループ内の各作業者	必要	無作為選択	8-hr TWA	グループ内の各作業者	長期間	8-hr TWAの日内分布の95%値	OEL	70%以上	無	日内変動			
ISOH 2014	同等曝露グループ	免除あり	無作為選択	2-hr TWA ~8-hr TWA	グループ全員	長期間	8-hr TWAの日内分布の95%値	OEL	70%以上	無	日内変動			5-20
	個別作業者	必要	当該作業者	1-hr TWA ~8-hr TWA	測定対象者	測定日	8-hr TWA	OEL	95%以上	有	日内変動			5-21
曝露区分 評価法(1)	同一作業グループ	必要	無作為選択	1-hr TWA ~8-hr TWA	最高曝露者	測定日	8-hr TWAの作業者間分布の95%値	OEL	95%以上	有	日内変動 作業者間変動			5-22
	同一作業グループ	必要	無作為選択	8-hr TWA	最高曝露者	長期間	8-hr TWAの日内・作業者間分布の95%値	OEL	95%以上	有	日内変動 作業者間変動			5-24

注1: 部分期間分割サンプリングおよびグラブサンプリングの場合は8時間未満のサンプリングとなる

注2: 日内変動を考慮しているのはグラブサンプリングの場合のみ

注3: 長期間平均曝露濃度に対するOELであり、実際にはほとんど設定されていない

注4: アクションレベルという名称は使用されていない

注5: 明記されていないが、おそらく日内変動と考えられる

5-4 米国労働安全衛生研究所（米国 NIOSH）の曝露評価法

米国では法的に個人曝露濃度の基準値 PEL が定められているが(文献 5-2)、その基準に適合しているかどうかを判断するための測定と評価法を、1977 年に NIOSH が提案している(文献 5-11)。現在、評価法の改訂が検討されているようであるが、参考のために紹介する。

5-4-1 全体の流れ

図 5.1 は曝露評価の流れを示したものである。まず最初に、仕事で使っている有害物質が作業環境中に放出される可能性があるかどうか問われる。例えば、完全に密閉された工程であり、有害物質が放出される可能性がまったくないのであれば、これで終了である。

放出される可能性があれば、曝露濃度を推定する。そのために、有害物質の種類と使用量、物理的・化学的性質、体内侵入経路と生体影響に関する情報、作業場における有害物質の発生源、臭気や刺激感、作業場位置、作業方法、作業手順、局所排気装置、窓の開閉、全体換気などに関する情報を収集する。そして、有害物質の使用量、作業場の換気速度および安全係数(作業者の呼吸域の有害物質濃度と作業場全体の濃度の比)などを基に、作業者の曝露濃度を推定する。また、曝露に関連が考えられる作業者の自覚症状や他覚症状も調査する。その結果、

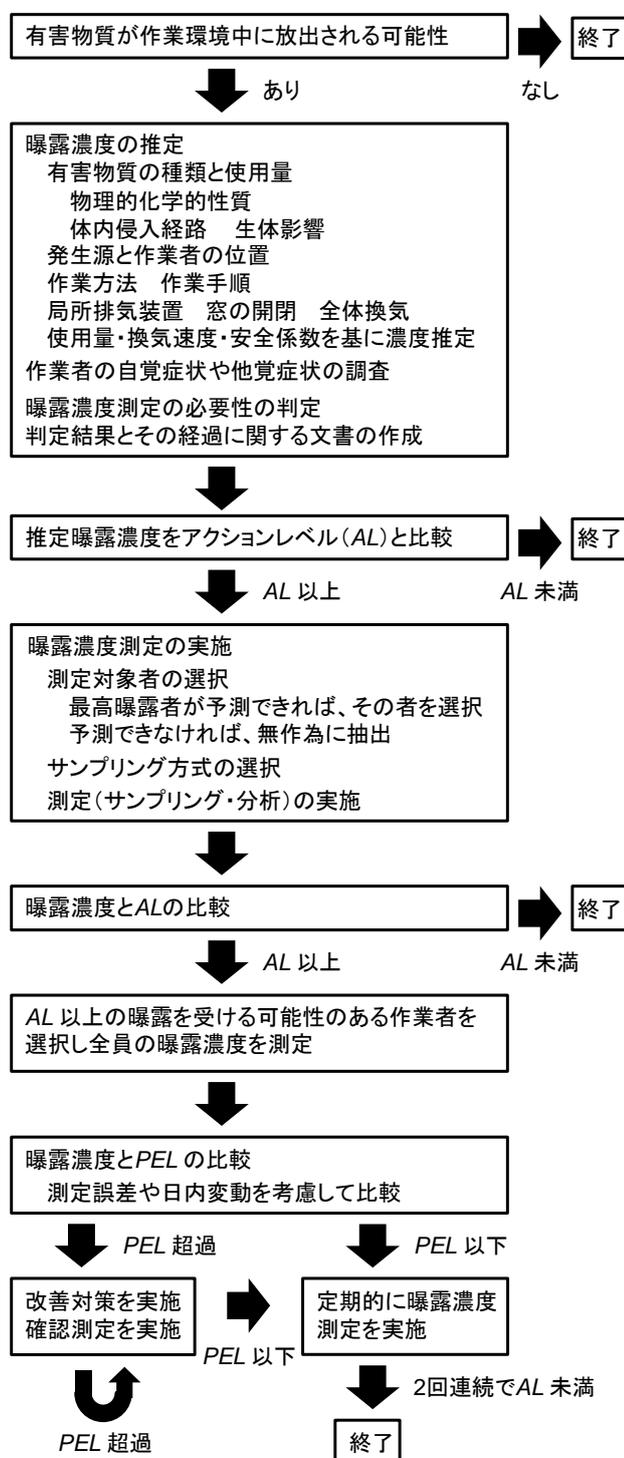


図5.1 NIOSHの曝露評価の流れ

曝露濃度がアクションレベル未満と推定され、かつ作業者に曝露と関連した症状が見られなければ、その後工程などの変更がない限りこれで終了となる。アクションレベルの意味については、後ほど説明するが、*PEL* の概ね 0.5 倍の値である。一方、曝露濃度がアクションレベル以上と推定されるか、作業者に曝露と関連した症状が認められれば、曝露濃度の測定を行わなければならない。そして以上の判定結果とその経過を文書として残しておく。

曝露濃度測定の対象者は作業グループの中の最高曝露者である。最高曝露者が予測できなければ、同等リスクグループ（原文では“homogeneous risk group”）の中から無作為に選択する。その場合、作業グループ内の高曝露者（上から 10%以内）のうち少なくとも 1 人が 90%以上の確率で選択されるような人数を選ぶ。例えば、20 人の作業グループであれば、曝露の高い 2 人の作業者のうち少なくとも 1 人を選択できる確率が 90%以上ということである。逆に言えば、高曝露者を誰も選択できない確率が 10%以下ということになる。表 5.2 に必要な人数を示す。例えば 10 人の作業グループであれば 9 人を、20 人の作業グループであれば 13 人を無作為に選択する。

こうして選択した作業者の曝露濃度を測定した結果、最高曝露者（無作為に選択した場合は、その中の最高曝露者）の曝露濃度がアクションレベル未満の場合は、工程の変更や換気方法の変更などがない限り、それ以降は曝露濃度の測定をしなくてもよい。一方、最高曝露者の曝露濃度がアクションレベル以上の場合は、作業グループの中でアクションレベル以上の曝露を受ける可能性のある作業者を選択し全員の曝露濃度を測定しなければならない。

その結果、曝露濃度が *PEL* を超えている者がいる場合は、改善対策を実施した上で曝露濃度を測定する。それでも *PEL* を超える者がいる場合は、曝露濃度が *PEL* 以下になるまで、対策と測定を繰り返し実施する。曝露濃度が *PEL* 以下であるがアクションレベルを超えている場合は、曝露濃度の測定を定期的実施する。そして曝露濃度が 2 回連続してアクションレベル未満になれば、工程の変更や換気方法の変更などがない限り、それ以降は曝露濃度の測定をしなくてもよくなる。

表5.2 必要な測定対象者数

作業グループの人数	測定対象者数
7以下	全員
8	7
9	8
10	9
11-12	10
13-14	11
15-17	12
18-20	13
21-24	14
25-29	15
30-37	16
38-49	17
50	18
∞	22

5-4-2 サンプリング方式

NIOSH は様々なサンプリング方式を以下の 4 つに分類している（図 5.2）。

①全期間単一サンプリング

8 時間平均濃度の基準と比較するのであれば 8 時間連続で、15 分間平均濃度の基準と比較するのであれば 15 分間連続でサンプリングする方式であり、信頼性が高い。

②全期間分割サンプリング

8時間平均濃度の基準と比較するのであれば8時間を分割して、15分間平均濃度の基準と比較するのであれば15分間を分割して、全期間にわたりサンプリングする方式であり、もっとも信頼性が高い。

③部分期間分割サンプリング

8時間平均濃度の基準と比較するのであれば、4時間以上8時間未満のサンプリングをする方式であり、上記2つの方式と比較すると信頼性が低い。

④グラブサンプリング

直読式の測定器や検知管でしか測定できない場合には、連続測定はできないので、8時間間に短時間サンプリングを何回か繰り返す。例えば、検知管による測定を8時間間に無作為に10回繰り返す。この方式の信頼性はもっとも低い。現在では、多くの物質で8時間連続のサンプリングができるようになっており、8時間平均濃度を測定するためにグラブサンプリングを行うことはあまりない。

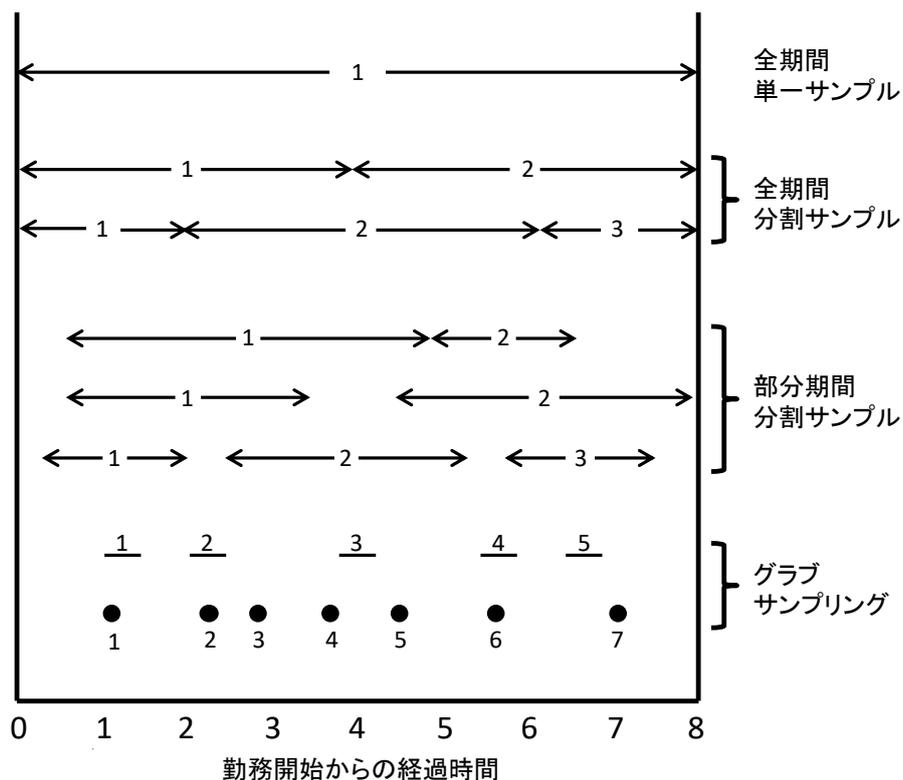


図5.2 8時間平均曝露濃度のサンプリング方式

5-4-3 評価法

上記の 4 つのサンプリング方式ごとに評価法が定められている。いずれの評価法も、測定した日の 8 時間平均濃度が *PEL* 以下か、あるいは *PEL* を超えているかを判断する。したがって、この評価法では曝露濃度の日間変動は考慮されていない。以下に NIOSH の判定式を変形して示すが、NIOSH のものと同等である。表 5.3 に判定式をまとめた。

表 5.3 NIOSH の提案する個人曝露濃度の評価式

サンプリング方式	不適合のための判定式 8時間平均濃度が <i>PEL</i> を超える確率が95%以上	適合のための判定式 8時間平均濃度が <i>PEL</i> 以下の確率が95%以上	考慮されている 変動要因
全期間単一サンプリング	$\frac{C}{PEL} > 1 + 1.645 CV$	$\frac{C}{PEL} \leq 1 - 1.645 CV$	測定誤差
全期間分割サンプリング	$\frac{C}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}}$	$\frac{C}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}}$	測定誤差
全期間分割サンプリング (日内変動が小さな場合)	$\frac{C}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{CV \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}}{(T_1 + T_2 + \dots + T_n)}$	$\frac{C}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{CV \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}}{(T_1 + T_2 + \dots + T_n)}$	測定誤差
部分期間分割サンプリング	$\frac{C}{PEL} > \frac{8}{T} + 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}}$		測定誤差
グラフサンプリング (測定数30未満)	$n, m_g, s_{g(n-1)} \Rightarrow$ 図5.4	$n, m_g, s_{g(n-1)} \Rightarrow$ 図5.4	日内変動 測定誤差
グラフサンプリング (測定数30以上)	$\frac{m}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{s_{n-1}}{PEL \sqrt{n}}$	$\frac{m}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{s_{n-1}}{PEL \sqrt{n}}$	日内変動 測定誤差

C: 測定値, *PEL*: 許容曝露限界, *CV*: 変動係数, *T*: サンプリング時間, m_g : 標本幾何平均, $s_{g(n-1)}$: 標本幾何標準偏差, m : 標本平均, s_{n-1} : 標本標準偏差, n : 測定数

1) 全期間単一サンプリング

全期間単一サンプリングによる測定値の評価法は、測定誤差を考慮して 95%以上の確率で *PEL* よりも高いか、あるいは低いかを判断するものである。例えば、*PEL* が 100ppm で、測定値が 101ppm であった場合、もしかしたら真の値は 99ppm であるのに、測定誤差のために測定値が *PEL* を超えているのかもしれないので、真の値が *PEL* を超えているとは判断できないと考えるのである。測定値の変動係数 *CV* を 0.05 とすると、真の値が 100ppm の場合、測定値は 95%の確率で 108.2ppm (= 100 × (1 + 1.645 × 0.05)) 以下となる (2-4-1 参照)。したがって、測定値が 109ppm であれば、95%以上の確率で真の値が 100ppm を超えていると判断できる。逆に測定値は 95%の確率で 91.8ppm (= 100 × (1 - 1.645 × 0.05)) 以上となるので (2-4-1 参照)、測定値が 91ppm であれば、95%以上の確率で真の値は 100ppm 以下であると判

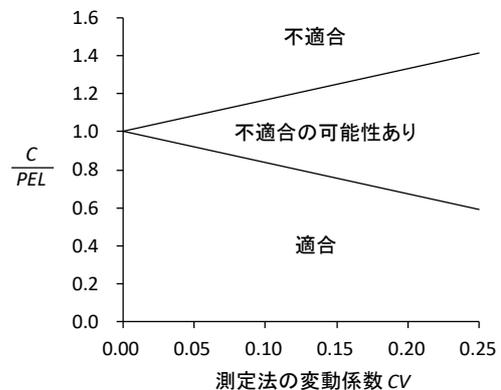


図 5.3 全期間単一サンプリングにおける評価
C: 測定値, *PEL*: 許容曝露限界
CV: 測定法の変動係数

断できる。

一般化すると以下の式となる。

$$\frac{C}{PEL} > 1 + 1.645 CV \quad \text{式 5.3}$$

の場合は、95%以上の確率で *PEL* を超えている（不適合）。

$$\frac{C}{PEL} \leq 1 - 1.645 CV \quad \text{式 5.4}$$

の場合は、95%以上の確率で *PEL* 以下である（適合）。上記以外の場合は、「不適合の可能性あり」と判断される。図 5.3 に式 5.3 および式 5.4 を示す。

なお、NIOSH の評価法では、査察官の判断と事業主の判断は少し異なっている。査察官の場合は、曝露濃度が *PEL* を超えているケースを見つけて事業主に改善指導をすることがその役割なので、真の値が *PEL* を超えているかどうか重要となり、一方、事業主の場合は、曝露濃度が *PEL* 以下であることを保証することが必要であり、したがって真の値が *PEL* 以下であるかどうか重要となるためである。本書ではこの点についての詳細な説明しない。

[事例 5-1]

バイアスが 0.00、変動係数が 0.05 の測定法を用いて、固形燃料製造作業者のメタノールの 8 時間平均曝露濃度を測定し 210ppm を得た。許容濃度は 200ppm である。測定値は許容濃度よりも高いので、不適合か否かを判定する。式 5.3 に $C = 210$ 、 $PEL = 200$ 、 $CV = 0.05$ を代入すると、左辺は 1.050、右辺は 1.082 となり、不等式は成り立たないので、「不適合」とは言えない。査察官の場合は、「不適合の可能性あり」と判断する。

2) 全期間分割サンプリング

全期間分割サンプリングによる測定値の評価法も、測定誤差を考慮して 8 時間平均濃度が 95%以上の確率で *PEL* よりも高いか低いかを判断するものである。この方式では複数のサンプルの測定値を時間加重平均することにより 8 時間平均濃度を求めるため、各測定値に含まれる誤差が打ち消され、全体の測定誤差が小さくなる。ただし、評価式はより複雑になる。

全期間を n 個の期間に分割して曝露濃度を測定したとしよう。そして各期間のサンプリング時間を T_1 、 $T_2 \cdots T_n$ 、真の曝露濃度を C_{Tr1} 、 $C_{Tr2} \cdots C_{Trn}$ とすると、真の 8 時間平均濃度 C_{Tr} は次式で算出される。(式 5.1 参照)

$$C_{Tr} = \frac{T_1 C_{Tr1} + T_2 C_{Tr2} + \cdots + T_n C_{Trn}}{T_1 + T_2 + \cdots + T_n}$$

ここで $T_1 + T_2 + \cdots + T_n = 8$ である。実際には各 $C_{Tr i}$ の代わりに測定値 C_i を用いて 8 時間平均濃度 C を算出する。

$$C = \frac{T_1 C_1 + T_2 C_2 + \cdots + T_n C_n}{T_1 + T_2 + \cdots + T_n}$$

測定誤差を考慮すれば、上式の C_i は平均 C_{Tri} および標準偏差 $C_{Tri} CV$ の正規分布となるので、 C も正規分布となり、平均は C_{Tr} 、標準偏差は次式となる（2-2-7 参照）。

$$\sigma = \frac{CV \sqrt{(T_1 C_{Tr1})^2 + (T_2 C_{Tr2})^2 + \dots + (T_n C_{Trn})^2}}{T_1 + T_2 + \dots + T_n}$$

したがって、全体の変動係数 CV_{Tot} は

$$CV_{Tot} = \frac{CV \sqrt{(T_1 C_{Tr1})^2 + (T_2 C_{Tr2})^2 + \dots + (T_n C_{Trn})^2}}{C_{Tr} (T_1 + T_2 + \dots + T_n)}$$

となる。真の 8 時間平均濃度が PEL の場合は

$$CV_{Tot} = \frac{CV \sqrt{(T_1 C_{Tr1})^2 + (T_2 C_{Tr2})^2 + \dots + (T_n C_{Trn})^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n)} \quad \text{式 5.5}$$

となる。上式の C_{Tri} の代わりに測定値 C_i を使用するために次のように変形する。

$$CV_{Tot} = \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n)} \sqrt{\frac{(T_1 C_{Tr1})^2 + (T_2 C_{Tr2})^2 + \dots + (T_n C_{Trn})^2}{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}$$

C_i^2 の平均は $C_{Tri}^2 + (C_{Tri} CV)^2 = C_{Tri}^2 (1 + CV^2)$ なので、 $\sqrt{\frac{(T_1 C_{Tr1})^2 + (T_2 C_{Tr2})^2 + \dots + (T_n C_{Trn})^2}{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}$ の平均は $\sqrt{\frac{1}{1 + CV^2}}$

であり、上式に代入すると

$$CV_{Tot} = \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}} \quad \text{式 5.6}$$

となる。ただし、平均値を代入しているため、この式で算出されるのは近似値である。式 5.6 を式 5.3 および式 5.4 に代入すると下式が導かれる。

$$\frac{C}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}} \quad \text{式 5.7}$$

の場合は、95%以上の確率で PEL を超えている（不適合）。

$$\frac{C}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}} \quad \text{式 5.8}$$

の場合は、95%以上の確率で PEL 以下である（適合）。上記以外の場合は、「不適合の可能性あり」と判断される。

[事例 5-2]

バイアスが 0.00、変動係数が 0.05 の測定法を用いて、固形燃料製造作業者のメタノール曝露濃度を 2 時間、2 時間、1 時間および 3 時間サンプリングにより測定し、それぞれ 230、170、190 および 230ppm を得た。時間加重平均値を算出すると 8 時間平均濃度は 210ppm となり、許容濃度は 200ppm である。測定値は許容濃度よりも高いので、不適合か否かを判定する。式 5.7 に $C = 210$ 、 $PEL = 200$ 、 $CV = 0.05$ 、 $C_1 = 230$ 、 $C_2 = 170$ 、 $C_3 = 190$ 、 $C_4 = 230$ 、 $T_1 = 2$ 、 $T_2 = 2$ 、 $T_3 = 1$ 、 $T_4 = 3$ を代入すると、左辺は 1.050、右辺は 1.047 となり、不等式が成り立つので、「不適合」と言える。事例 5-1 と同様に、8 時間平均濃度は 210ppm である

が、全期間を分割してサンプリングすることにより、総合的な測定誤差が小さくなり、「不適合」と判定された。

日内変動が小さい場合の近似判定式

真の8時間平均値が *PEL* であって、かつ曝露濃度の日内変動が小さい場合は、 $C_{Tri} \cong PEL$ なので、式 5.5 は近似的に

$$CV_{Tot} \cong \frac{CV \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}}{(T_1 + T_2 + \dots + T_n)} \quad \text{式 5.9}$$

と表わせる。式 5.9 を式 5.3 および式 5.4 に代入すると下式が導かれる。

$$\frac{c}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{CV \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}}{(T_1 + T_2 + \dots + T_n)} \quad \text{式 5.10}$$

の場合は、95%以上の確率で *PEL* を超えている（不適合）。

$$\frac{c}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{CV \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}}{(T_1 + T_2 + \dots + T_n)} \quad \text{式 5.11}$$

の場合は、95%以上の確率で *PEL* 以下である（適合）。上記以外の場合は、「不適合の可能性あり」と判断される。

[事例 5-3]

事例 5-2 と同じケースをこの近似判定式 5.10 に適用すると、左辺は 1.050、右辺は 1.044 となり、事例 5-2 で得た数値とほぼ同じになることがわかる。

3) 部分期間分割サンプリング

部分期間分割サンプリングの場合は、サンプリングしていない時間帯の曝露濃度をどう想定するかによって評価法が異なってくる。NIOSH は査察官用の評価法のみを提案しており、サンプリングしていない時間帯の曝露がたとえ 0 ppm（あるいは 0 mg/m³）であっても8時間平均濃度が *PEL* を超えていることを証明しようとする。つまり総サンプリング時間を *T* 時間とすると、*PEL* の代わりに $\frac{8}{T} \times PEL$ を基準値として使用する。そして、全期間分割サンプリングの評価式の *PEL* の代わりに $\frac{8}{T} \times PEL$ を代入し、測定した時間帯の真の曝露濃度が $\frac{8}{T} \times PEL$ を超えているか否かを判断する。式 5.7 に代入して変形すると次のようになる。

$$\frac{c}{PEL} > \frac{8}{T} + 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}} \quad \text{式 5.12}$$

の場合、不適合と判断

$$\frac{8}{T} + 1.645 \frac{CV \sqrt{(T_1 C_1)^2 + (T_2 C_2)^2 + \dots + (T_n C_n)^2}}{PEL (T_1 + T_2 + \dots + T_n) \sqrt{1 + CV^2}} \geq \frac{c}{PEL} > \frac{8}{T} \quad \text{式 5.13}$$

の場合、不適合の可能性ありと判断

$$\frac{8}{T} \geq \frac{c}{PEL} \quad \text{式 5.14}$$

の場合、統計処理は不要（不適合と判断できないことは明らか）

この評価では、測定していない期間の曝露濃度を 0 と仮定しており、過小評価となっている。

[事例 5-4]

バイアスが 0.00、変動係数が 0.05 の測定法を用いて、固形燃料製造作業者のメタノール曝露濃度を 2 時間、2 時間および 3 時間サンプリングにより測定し、それぞれ 230、160、および 230ppm を得た。時間加重平均値を算出すると 7 時間平均濃度は 210ppm となり、許容濃度は 200ppm である。測定値は許容濃度よりも高いので、不適合か否かを判定する。式 5.12 に $C = 210$ 、 $PEL = 200$ 、 $CV = 0.05$ 、 $C_1 = 230$ 、 $C_2 = 160$ 、 $C_3 = 230$ 、 $T = 7$ 、 $T_1 = 2$ 、 $T_2 = 2$ 、 $T_3 = 3$ を代入すると、左辺は 1.050、右辺は 1.195 となり、不等式は成り立たないので、「不適合」と言えない。7 時間平均濃度は 210ppm であるが、サンプリングしていない 1 時間の曝露濃度を 0ppm と仮定するので、「不適合」と言えなくなった。

4) グラブサンプリング

グラブサンプリングの場合は、各測定値は短時間曝露濃度の日内分布からの標本と考えられる。このため、各測定値には日内変動および測定誤差が含まれている。NIOSH の評価法は、測定数が 30 未満の場合と 30 以上の場合で異なる。

測定数が 30 未満の場合

短時間曝露濃度の日内分布を対数正規型と仮定して評価を行う。評価したいのは 8 時間平均濃度であり、それは日内分布の平均（算術平均）である。対数正規分布の平均の点推定値は式 2.53 により算出できるが、NIOSH の評価法では、95% の確率で平均が PEL を超えているか、あるいは 95% の確率で PEL 以下かを判断するので、かなり煩雑な計算を必要とする（文献 5-25）。

図 5.4 に計算結果を示す。まず、測定値から標本幾何平均 m_g （式 2.46）およ

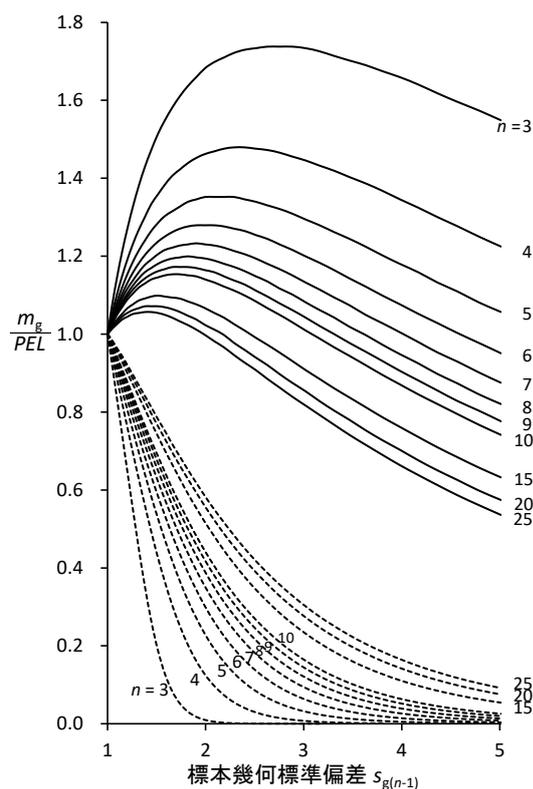


図5.4 NIOSHのグラブサンプリングにおける評価

m_g : 標本幾何平均, $s_{g(n-1)}$: 標本幾何標準偏差
 PEL : OSHAの職業性曝露限界, n : 測定数
 m_g/PEL が実線より上の場合は、95%以上の確率で、8時間平均濃度は PEL を超えている
 m_g/PEL が破線より下の場合は、95%以上の確率で、8時間平均濃度は PEL 以下である

び標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ (式 2.50) を算出し、さらに $\frac{m_g}{PEL}$ を計算する。次に図にプロットし、実線より上であれば、95%の確率で8時間平均濃度は PEL を超えている(不適合)と判断する。破線より下であれば、95%の確率で8時間平均濃度は PEL 以下である(適合)と判断する。また、実線と破線の間の場合は不適合の可能性ありと判断する。

[事例 5-5]

1分間吸引により測定できる検知管を用いて、固形燃料製造作業者のメタノール曝露濃度を30分間隔で15回測定した。測定値より標本幾何平均 $m_g = 180$ (ppm)、標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)} = 2.45$ が算出された。許容濃度は 200ppm なので、 $\frac{m_g}{PEL} = 0.90$ となる。図 5.4 にプロットすると、 $n = 15$ の実線よりも下であり、かつ破線よりも上なので、「不適合の可能性あり」となり、明確な判断ができない。なお、式 2.53 により8時間平均濃度の点推定値を算出すると、 $m = 269$ (ppm) となり、許容濃度を超えている。

測定数が 30 以上の場合

式 2.16 および式 2.20 を用いて標本平均 m および標本標準偏差 s_{n-1} を算出し、次式に代入して評価する。

$$\frac{m}{PEL} > 1 + 1.645 \frac{s_{n-1}}{PEL \sqrt{n}} \quad \text{式 5.15}$$

の場合は、95%以上の確率で PEL を超えている(不適合)

$$\frac{m}{PEL} \leq 1 - 1.645 \frac{s_{n-1}}{PEL \sqrt{n}} \quad \text{式 5.16}$$

の場合は、95%以上の確率で PEL 以下である(適合)

この評価式は、 n が大きい場合は、元の分布の型にかかわらず(たとえ対数正規分布であっても)、その標本平均の分布は平均 $= \mu$ 、標準偏差 $= \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の正規分布で近似できること(中心極限定理、文献 5-26)を利用している。また、測定値から標本標準偏差 s_{n-1} を算出して評価式に用いているため、日内変動および測定誤差による変動も含めた評価となっている。

[事例 5-6]

1分間吸引により測定できる検知管を用いて、固形燃料製造作業者のメタノール曝露濃度を10分間隔で48回測定した。測定値より標本平均 $m = 210$ (ppm)、標本標準偏差 $s_{n-1} = 50$ (ppm) が算出された。許容濃度は 200ppm である。式 5.15 に代入すると、左辺は 1.050、右辺は 1.059 となり、不等式は成り立たないので、不適合とは言えない。

NIOSH がこの評価法を提案した当時は、個人サンプラーの性能も低く、8時間連続してサンプリングすることが困難な物質も多く、グラブサンプリングのように短時間平均濃度を繰り返し測定して8時間平均濃度を推定し評価することが必要であったものと考えられる。しかし、現在では、個人サンプラーの性能の向上により、多くの物質で8時間連続サンプリングが可能となっているため、8時間平均濃度を推定するのにグラブサンプリングを

行う必要はなくなっている。一方、短時間曝露濃度の最高値を推定する場面ではグラブサンプリングは有用である。

5-4-4 アクションレベル

4つのサンプリング方式に対応する評価法を紹介したが、これらはいずれも測定した日についての評価法であり、測定していない日も含めた長期間の評価、つまり日間変動を考慮した評価ではない。実は、日間変動については、アクションレベルの設定において考慮されている。図 5.5 は、横軸に測定日の 8 時間平均濃度を *PEL* で割った値を、縦軸に測定していない日も含む長期間の日々の 5% 以上において 8 時間平均濃度が *PEL* を超える確率をとり、幾何標準偏差 $\sigma_{g,bd}$ (日間変動) が 1.1 から 3.0 までの場合について両者の関係を示している。例えば、幾何標準偏差が 1.2 のケースであれば、測定した日の 8 時間平均濃度が *PEL* の 0.5 倍であれば (横軸が 0.5)、長期間の日々の 5% において 8 時間平均濃度が *PEL* を超える確率は 0.02 であることを示している。つまり無作為に選択した日の測定値が *PEL* の半分であれば、他の日の 8 時間平均濃度が *PEL* を超える確率は非常に低いということである。このような観点からアクションレベルを決定している。

ただし、日間変動の大きさがこのように低いケースはまれである。3-2-3 に示したように、産業現場における $s_{g,bd}$ の中央値は 1.73 であり、その場合、測定日の 8 時間平均濃度が *PEL* の 0.5 倍でも、長期間の日々の 5% において 8 時間平均濃度が *PEL* を超える確率は 0.63 であり、5 割を超えている (図 5.5)。つまり、そのようなことが起こる確率が起こらない確率よりも高いのである。 $s_{g,bd}$ の中央値 1.73 ということは通常の場合と言うことである。この NIOSH の評価法では、初回の最高曝露者の測定値がアクションレベル以下であればそれで

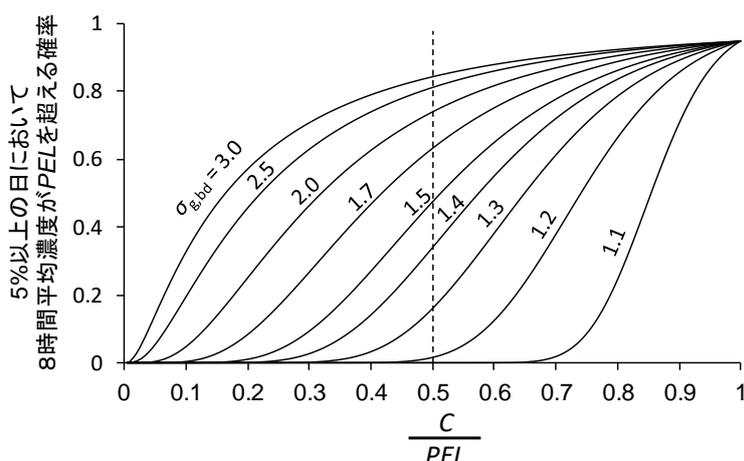


図5.5 測定日の8時間平均濃度Cと職業性曝露限界*PEL*の比と5%以上の日において8時間平均濃度が*PEL*を超える確率との関係
 $\sigma_{g,bd}$: 幾何標準偏差(日間変動)

終了となるが、測定していない日の曝露濃度が *PEL* を超えている可能性が高いことを考えれば、ここで終了にすることは不適切であり、繰り返し測定することが必要であろう。

また、アクションレベル以下であればそれ以降は測定しなくてもよいものとしてアクションレベルを設定するのであれば、日間変動が大きなケースでも 95%以上の確率で、測定していない日の 8 時間平均濃度が *PEL* 以下であることが保証されるべきである。日間変動が大きなケースとして $s_{g,bd}$ の 90% 値 = 2.47 を想定するならば、アクションレベルは *PEL* の 0.05 倍の値とするのが妥当であろう (図 5.5)。

5-5 米国産業衛生協会の曝露評価法

American Industrial Hygiene Association (AIHA 米国産業衛生協会) は 1991 年に作業場における有害因子の曝露評価法を制定し、その後、1998 年、2006 年および 2015 年に改訂している (文献 5-12)。米国には、労働衛生管理全体を担う専門家としてインダストリアルハイジニスト (IH) がおり、わが国の作業環境測定士よりも幅広い役割と権限を持っている。このため、AIHA の曝露評価法では、具体的な統計的評価手法を決めて示すのではなく、基本的な考え方と流れを記述し、評価手法についても概観を示すにとどめ、実際にどのような手法を用いるかは IH の専門的判断にゆだねるといった書き方をしている。そのため NIOSH の評価法と比較すると曖昧な印象を受けるが、IH にとっては自分の責任で評価手法を選択し判断できるという意味で、能力を発揮できる仕組みになっているとも言える。

また、NIOSH の評価法との大きな違いは、曝露の適合性を判定するだけでなく、作業者全体の曝露を包括的に評価するという観点が追加され、かつ包括的評価の方が望ましいとしていることである。また、曝露濃度の日間変動を考慮して評価することを明確にしていることも NIOSH の評価法と異なる点である。

5-2 で述べたように、米国では OEL に相当する基準が PEL という名称で法的に定められているが、AIHA の曝露評価法には一般名称としての OEL という表現が使われており、PEL という語はあまり使われていない。それは、法的基準を満たすだけでは不十分であり、様々な機関が設定している OEL の中でもっとも適切なものを IH が選択して評価すべきだという考え方に基づく。また、AIHA 自身も OEL に相当する基準を **Workplace Environmental Exposure Limit (WEEL)** という名称で定めており、そのことも PEL という語をあまり使用しない理由かもしれない。

この評価法で対象としている曝露要因には、呼吸による有害物質の体内取り込みだけではなく、有害物質の皮膚からの吸収や、騒音、電磁場、電離放射線、温熱などの物理因子への曝露も含まれるが、以下では、有害物質の吸入曝露の評価に絞って紹介する。

5-5-1 全体の流れ

図 5.6 に全体の流れを示す。まず曝露評価の目標を明確にした上で、作業場、作業者、有害物質に関して必要な情報を収集する。次いで曝露評価であるが、まず収集した情報を基に同等曝露グループ (原文では "similar exposure group" であり、SEG と略される) を編成する。NIOSH の評価法では同等リスクグループ (原文では "homogeneous risk group") となっているが、ほぼ同様の意味と考えられる。欧米の曝露評価では、このような同等曝露あるいは同等リスクの作業者グループを評価の単位としている。

次に各グループごとに初回曝露評価を行い、さらに必要であれば、曝露濃度測定を行って曝露状態を判定する。適合と判定されれば、その後はその状態が維持されていることの確認のため定期的な曝露評価を行う。一方、不適合と判定されれば、改善対策を実施して

再評価を行う。また、判定不可の場合は 2 つの選択ができ、さらに曝露濃度測定などにより情報を収集して適合あるいは不適合の判定ができるまで再評価を繰り返すか、あるいは改善対策を実施して再評価を行う。

5-5-2 目標の明確化

最初に、当該作業場の有害物質管理における曝露評価の目標を明確にすることが求められる。曝露評価の目標は2つあり、ひとつは現在の曝露状況が OEL などの基準に適合しているか否かを判定するものである。この場合は作業者グループの中の最高曝露者の曝露状況がわかれば、それ以外の作業者の情報は必ずしも必要ではない。もうひとつは包括的な評価であり、作業者グループ全体の曝露状況を把握し評価することが目標である。得られた情報は基準に適合しているか否かを判定するために使用できるが、それだけではなく疫学研究における曝露情報などとしても使用できる。また、包括的な評価の場合は OEL が定められていない有害物質も対象としえる。

目標が異なると戦略も異なるため、最初に目標を明確にせよということである。そして曝露評価全体の計画を決定し文書にすることが求められる。

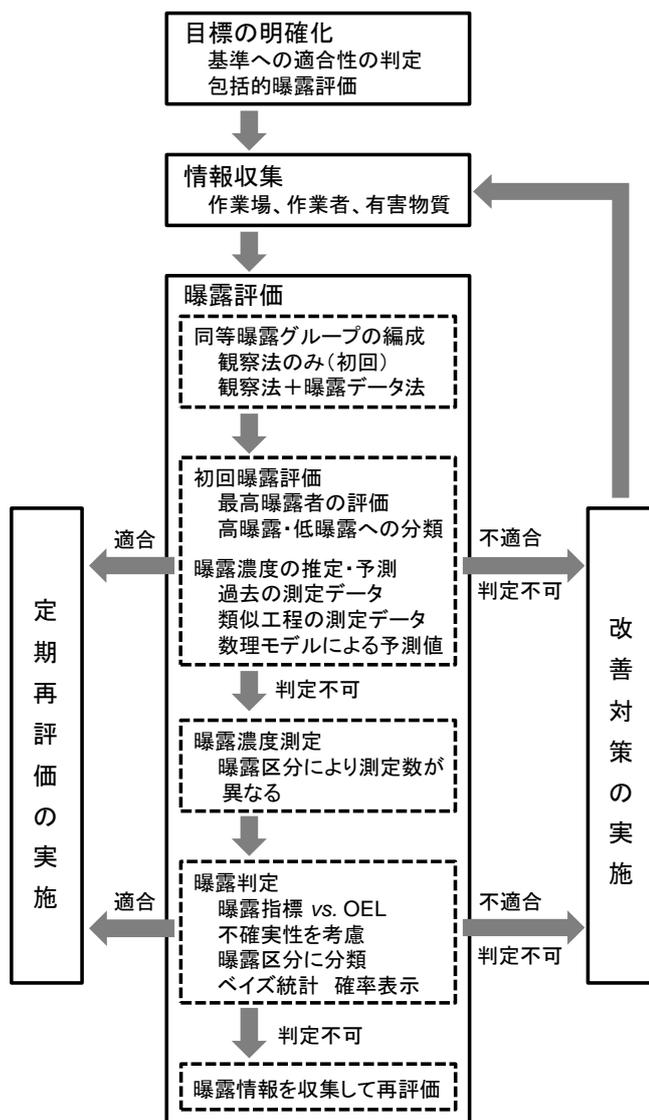


図5.6 AIHAの曝露評価と管理の流れ

5-5-3 情報収集

次いで、作業場、作業者、有害物質に関する情報の収集である。具体的には、作業内容と作業方法、作業頻度、使用する物質と物理化学的性質、物質の毒性と OEL、発生源、排気設備、保護具などの情報である。OEL の決定理由書も入手し、その根拠や確かさも把握することが求められている。公的機関や学会などが OEL を定めていない物質についても、

必要であれば、IH 自らが毒性情報を基に、当該作業場で使用する OEL（原文では“working OEL”）を設定することも想定している。

5-5-4 曝露評価

1) 同等曝露グループの編成

次に曝露評価に進むが、最初に作業人や有害物質に関する情報を基に、曝露が同程度の作業人をまとめて同等曝露グループを編成する。その方法には、観察によるものと曝露濃度測定によるものがある。前者は工程、作業内容、有害物質の種類などに基づき分類するものであり、後者は曝露濃度の測定データに基づき分類するものである。通常は、最初に観察法で分類し、さらに必要に応じて曝露濃度測定を実施して再分類する。

曝露濃度測定に基づく作業人の分類では、曝露レベルがある程度明確になるので、曝露レベルにより作業人グループの編成基準を変更できる。例えば、グループ全体の曝露レベルが OEL の 1/100 程度であれば、各作業人の曝露濃度の平均に 10 倍の差があっても同じグループにすることができる。一方、グループ全体の曝露レベルが OEL の 1/2～1 倍程度である場合は、各作業人の曝露濃度の平均に 2 倍以上の差があれば、グループ内の高曝露者の曝露が OEL を超える可能性があるため、グループ編成が適切であるかの検討が必要となる。

2) 初回曝露評価

最初は曝露に関する情報が少ないので、起こりえる最悪のケースを想定して曝露濃度の範囲を推定し、その範囲の上限値を推定曝露濃度として評価する。過大評価となるが、それでも OEL よりも低ければ、適合と判定してもよい。しかし、この段階では情報不足のため判定不能の場合が多くなるので、そのような場合は、引き続き曝露濃度測定や健康影響調査などを実施してさらに情報を収集することになる。なおこの評価では、呼吸保護具の使用は考慮しない。

また各グループを高曝露と低曝露に分類して、その後の評価の重点を高曝露グループに置くことで、曝露評価を効率的に進めることができる。例えば、推定曝露濃度の上限値が OEL の 1/10 未満であり、作業人に健康影響が発生する可能性がなく、かつ曝露が特定の行動を誘発する可能性がなければ、低曝露と判定できる。逆に、推定曝露濃度の上限値が OEL の 1/10 以上の場合、あるいは作業人に健康影響が発生したり、曝露が特定の行動を誘発したりする可能性のある場合は、高曝露に分類して重点的に調査を行う。

3) 曝露濃度の推定・予測

過去に曝露濃度を測定したことがあれば、その後に作業場の状況に変更がなければ、これらの測定データが曝露濃度の推定に利用できる。ただし、曝露濃度が長期間の間に上昇している、あるいは低下している傾向が見られる場合は、直近の測定データのみを使用することになる。また、直読式の簡易測定器による測定データも曝露濃度の推定に使用でき

る。

有害物質の種類は異なるけれども、同種の作業を行っている作業グループの測定データがあれば、有害物質の物理化学的性質、使用量、曝露時間と頻度、作業方法などの違いを考慮して、曝露濃度の推定を行うことができる。また、生産工程、有害物質の使用量・使用温度、作業場の換気量などを用いる数理モデルに基づいて、曝露濃度を予測する方法も利用できる。

4) 曝露指標と曝露区分

曝露濃度の基準である OEL には様々なタイプのものがある。例えば、多くの機関で設定されている慢性影響を予防するための OEL は、日々の 8 時間平均濃度が超えてはいけない基準なので、比較するべき指標は 8 時間平均濃度の最高値であり、この評価法では最高値の代わりに 95% 値を使用する。

表 5.4 に、95% 値を指標とする曝露区分 (Exposure Rating Categorization) を示す。95% 値が OEL の 1/100 未満であれば曝露区分 0、OEL の 1/10 未満であれば曝露区分 1、OEL の 1/10~1/2 であれば曝露区分 2、OEL の 1/2~1 であれば曝露区分 3、OEL を超えていれば曝露区分 4 である。

表 5.4 95% 値を指標とした曝露区分

曝露区分	判定基準
0	$X_{95} < 0.01 \times OEL$
1	$X_{95} < 0.1 \times OEL$
2	$0.1 \times OEL \leq X_{95} \leq 0.5 \times OEL$
3	$0.5 \times OEL \leq X_{95} \leq OEL$
4	$OEL < X_{95}$

X_{95} : 8時間曝露濃度の95% 値

OEL: 日々の8時間曝露濃度が超えてはいけない基準

5) 曝露濃度測定の実施と測定値の取扱い

この評価法では、推定曝露濃度の上限値を基に初回曝露評価を行うが、その値が OEL の 1/10 以上の同等曝露グループについては、引き続き曝露濃度測定を実施することを推奨している。その場合、グループ内の作業者と測定日を無作為に選択して、少なくとも 6~10 個の測定値を得るべきとしている。また OEL の 1/10 未満の同等曝露グループでも、その中から無作為にグループを選択して曝露濃度測定を実施することを勧めている。

曝露濃度測定において重要なこととして、作業者を無作為に選択することや、曝露濃度の自己相関を考慮したサンプリングなどがあげられ、測定データの解釈では、長期間の傾向を確認することや平均化時間の取扱いなどが取り上げられている。また、測定値は対数正規分布に基づいて取り扱われることが多いが、その前に測定データを用いて対数正規性を確認することが重要であると述べている。さらにグループ編成の適切さを確認する方法として分散分析も紹介されている。

6) 曝露区分と対策

上記のように、曝露区分は 0~4 に分類されるが (表 5.4)、不確実性を考慮して、各曝露区分である確率を示す方法も提示されている。例えば、曝露区分 0~4 の順に確率 0.02、0.08、

0.50、0.35、0.05 といった表現である。これは曝露濃度分布における相対度数を表わしているのではなく、曝露指標として 95%値を採用した場合であれば、真の 95%値が各曝露区分である確率を示している。

初期の曝露評価では不確実性が大きいので、ひとつの曝露区分が特に高い確率にはならないが、さらに曝露濃度測定を実施してその結果も合わせて評価を行うと、例えば曝露区分 0~4 の順に確率 0、0.02、0.95、0.02、0.01 というように、評価が確定していく。そのための手法としてベイズ統計が紹介されている。

表 5.5 に曝露区分に対応した対策を示す。曝露区分が 0 の場合は対策は不要であるが、曝露区分が 1 では一般的なハザードコミュニケーションが必要である。曝露区分が 2 では、さらに使用物質に関するハザードコミュニケーションと定期的な曝露測定の実施が、曝露区分が 3 では、さらに必要な曝露測定の実施、作業環境管理の妥当性の検討、生物学的モニタリングおよび医学調査が、そして曝露区分が 4 になると、さらに優先順に対策を実施するとともに、呼吸保護具の選択（適切な防護係数）の妥当性を確認するためのモニタリングの実施が必要になる。

表5.5 曝露区分に対応した対策

曝露区分	対策
0	不要
1	一般的なハザードコミュニケーション
2	上記に追加して 使用物質に関するハザードコミュニケーション 定期的な曝露測定の実施
3	上記に追加して 必要な曝露測定の実施 作業環境管理の妥当性の検討 生物学的モニタリング 医学調査
4	上記に追加して 優先順に対策を実施 呼吸保護具(適切な防護係数)の選択の 妥当性を確認するためのモニタリングの実施

5-5-5 定期再評価

NIOSH-1977 (5-4 参照) では、曝露濃度の推定値あるいは測定値が一定レベルよりも低ければ、それ以降の曝露評価は免除されるが、AIHA の評価法ではその後も曝露が低く保たれていることを確認するために、定期的な再評価を行うことになっている。

AIHA によると、職場に何らかの変化があった場合に再評価を実施して適切に管理するシステム（変更管理）を導入している場合であっても、報告されないかもしれない微妙だが重要な変化を特定するために、再評価の間隔を決めておくことは重要である。

通常は 1 年毎に曝露評価が行われるが、有害物質の毒性の強さ、前回の曝露評価結果、工程の定期的変更の間隔、作業者の定期的配置換えの間隔などによってはもっと短期間の定期的な曝露評価が必要としている。

定期再評価では毎回曝露測定を実施する必要はないが、観察可能な変化がない場合でも、曝露の微妙な変化を検出するために、定期的に曝露測定を実施すべきであるとしている。一般的な例として AIHA が示している定期的な曝露測定の間隔を表 5.6 に示す。こ

表5.6 定期曝露測定の間隔

曝露区分	95%値/OEL	測定間隔
1	$\frac{X_{95}}{OEL} < 0.1$	2年
2	$0.1 \leq \frac{X_{95}}{OEL} \leq 0.5$	9月
3	$0.5 \leq \frac{X_{95}}{OEL} \leq 1$	6月
4	$1 < \frac{X_{95}}{OEL}$	1年

の表では、曝露区分3の場合に測定頻度が最も高い（6ヵ月毎）が、AIHAによると、この区分は曝露状況が変化した場合にリスクが高くなる（*OEL* を超過する）可能性が高いので、そこに資源を集中させるという考え方のようである。曝露区分4の場合は1年毎となっているが、実際には改善対策を実施することになるので、その後に対策の効果を確認するために曝露測定を行う必要がある（変更管理）。

5-5-6 評価の効率性と統計的手法

1) 効率的曝露評価

この評価法では、曝露評価を効率的に実施することが求められており、ひとつの例として以下のケースが示されている。表5.7は曝露濃度の95%値が*OEL*よりも低いことを95%信頼水準で判定するために必要な測定数を示しているが、例えば、真の95%値が*OEL*の1/2で、幾何標準偏差が2.5の場合、47個の測定値が必要である。したがって、初期の曝露評価の結果によっては（例えば、10個の測定値を用いた曝露指標の推定値が*OEL*の1/2程度のケース）、さらに詳細な曝露測定を行うために時間と経費を費やすよりも、それらを改善対策に回して曝露濃度のレベルや変動を低下させる方が、結果的には効率的な場合もありえると述べている。

表5.7 95%値が*OEL*以下であることを95%信頼水準で判定するために必要な標本数

95%値 <i>OEL</i>	必要な標本数				
	$\sigma_g = 1.5$	$\sigma_g = 2.0$	$\sigma_g = 2.5$	$\sigma_g = 3.0$	$\sigma_g = 3.5$
0.75	53	138	231	326	418
0.50	13	30	47	65	82
0.25	6	10	16	20	25
0.10	4	6	8	10	12

2) 統計的評価手法の役割

AIHAでは、この評価法で示す統計的評価手法は、曝露の適合性を機械的に判定するためのものというよりは、IHが専門的判断をする際に曝露状況を適切に把握するのを支援するものとして位置付けている。というのは、産業現場では曝露データの統計的な処理のみによって適切な曝露評価を行うことは困難なためである。例えば、測定数が十分ではないため、あるいは測定対象者の完全な無作為選択ができないため、統計的処理の前提を満たすことができないといったような問題はよくあることであり、さらに言えば、たとえ測定数を増やして、完全な無作為選択を行ったとしても、判定基準である*OEL*の数値そのものが不確実性を含んでいるために、評価結果に曖昧さがつきまとうことになる。もちろん、測定数が多いほど、IHの判断に占める統計的評価の重みが増えることは事実であり、逆に測定数が少ないと、統計的評価の重みは少なくなる。したがって、IHは統計的評価手法を知っているだけでなく、その手法が前提としている条件や評価結果の限界をよく理解しておくことが重要であるとしている。

5-6 欧州規格 (EN 689:2018) の曝露評価法

Comité Européen de Normalisation (CEN 欧州規格委員会) は 1995 年に作業場における有害物質の曝露評価法を欧州規格 EN 689:1995 として制定し、その後、2018 年に大幅に改訂して EN 689:2018 Workplace exposure - Measurement of exposure by inhalation to chemical agents - Strategy for testing compliance with occupational exposure limit values (文献 5-13) を制定した。EU 加盟国は、その内容を変更することなく国家規格にする義務がある。

EN 689:2018 では、作業者の曝露濃度を *OEL* と比較するための戦略を定めている。CEN は、その目的について、曝露濃度は空間的・時間的に変動しており、それが *OEL* を超えないことを確実に表明するためには、すべての作業者の曝露濃度を毎日測定することが必要であるが、それは測定技術の限界とコストの面から困難であり、その克服のために、比較的少数の測定値を使用して、作業者が *OEL* を超える濃度に曝露される可能性が低いことを高い信頼水準で表明するための手順を提供することであると述べている。

5-6-1 全体の流れ

図 5.8 に全体の流れを示す。最初に職場の基本特性評価により曝露推定を行うが、その段階で、曝露が *OEL* を超えている (不適合) と判定されれば、報告書を作成してリスク低減対策を実施し、改めて基本特性評価からやり直す。一方、曝露が *OEL* よりも十分低い (well below) (適合) と判定された場合は、測定が必要かどうかを決定し、測定が不要な場合は報告書を作成する。曝露が *OEL* よりも十分低いと判断するための情報が不十分である場合は、同等曝露グループを編成して曝露測定および曝露評価を行い、不適合と判定されれば、報告書を作成してリスク低減対策を実施し、改めて基本特性評価からやり直す。一方、適合と判定された場合は報告書を作成する。その後、いずれの場合も一定期間毎に定期再評価・再測定を繰り返す。

5-6-2 基本特性評価

1) 有害物質の特定と関連情報の収集

職場に存在する全ての有害物質を特定し、関連情報を入手する。全ての有害物質とは、原材料、一次産品、不純物、中間産物、最終産物、反応・加工産物、副産物などである。入手する情報は、化学物質登録番号 (CAS#、EC#など) で識別される個々の有害物質の名称、危険有害性の分類、目的に応じた適切な *OEL*、性状 (蒸気圧、飽和濃度、埃っぽさなど)、使用状況 (使用量、温度など)、経皮曝露および経口曝露の重要性などである。

2) 職場要因の検討

有害物質への曝露状況を把握するために、職場要因の詳細な検討を行う。職場要因としては、作業組織 (仕事、作業、職種、職能、勤務シフトなど)、作業工程、作業場のレイア

ウト、作業場の整理整頓状況、有害物質の発生源と高濃度の場所、局所排気装置・全体換気装置などの工学的対策、作業者の行動、曝露の期間・頻度・時間、作業負荷、仕事量、生産量などがある。

3) 曝露推定

作業者の曝露について信頼できる推定を可能にするために、利用可能な情報を収集する。情報源や推定手法として例示されているものは、その職場での以前の測定結果、類似の設

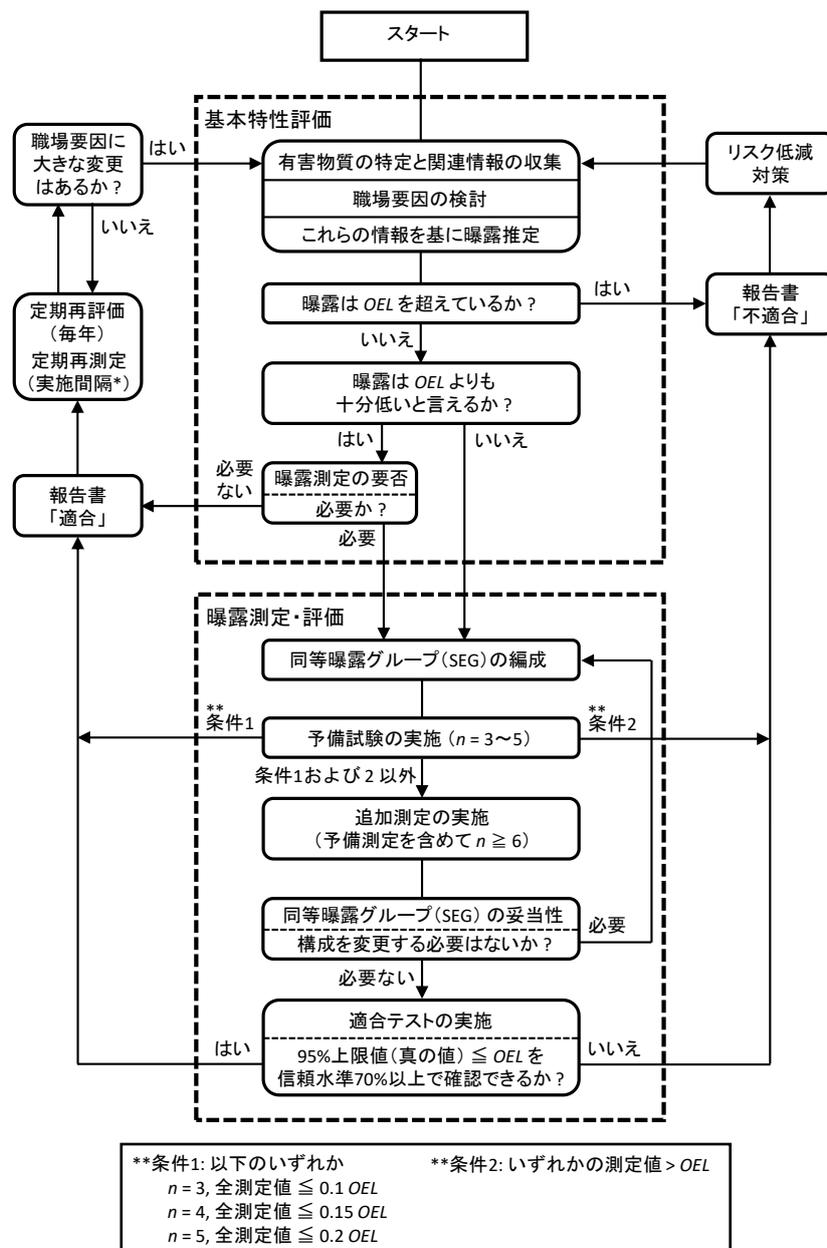


図 5.8. EN 689:2018の曝露評価の流れ

OEL: 職業曝露限界値, n: 測定数, GM: 幾何平均, GSD: 幾何標準偏差

備や作業工程での測定結果、関連する定量的な情報に基づいた計算、曝露モデル、コントロールバンディングなどであり、それらを用いて、曝露レベルを推定する。なお、この曝露推定では呼吸保護具の使用については考慮しない。

本規格では、この曝露推定において、*OEL* よりもはるかに低い (*much lower*) 曝露であると判断するケースとして、以下の例をあげている。

- ・作業条件や物質の特性（例：低蒸気圧・高沸点物質を低温で使用、発塵が少ない）により、放出の可能性が低い。
- ・エアロゾルを発生させるような稼働条件でない。
- ・微量しか使わない。
- ・発生面積が小さい、あるいは稼働時間が短い（15分未満）などの理由で、放出量がほんの少量である。

4) 曝露測定の要否の決定

曝露推定の結果、曝露が *OEL* を超えている（不適合）と判定されれば、報告書を作成し、さらにリスク低減対策を実施した後、改めて基本特性評価からスタートして、曝露評価を行う。

曝露が *OEL* よりも十分低い (*well below*)（適合）と判定された場合は、測定が必要かどうかを決定する。測定が不要な場合、報告書を作成し、その後は定期的に再評価を実施する。測定が必要な場合は、曝露測定を行う。

曝露が *OEL* よりも十分低いと判定するための情報が不十分である場合は、曝露測定を行う。

5-6-3 曝露測定と評価

1) 同等曝露グループ (Similar exposure group, SEG) の編成

職場の状況をよく観察して、同等曝露グループを編成する。同等曝露グループとは、実施する作業、使用する材料および工程の類似性や頻度、および作業方法の類似性から、調査対象の有害物質への曝露状況が同程度とみなせる作業者のグループのことである。同等曝露グループの概念は、複数の作業者が同じ曝露状況である場合に、曝露評価を簡略化するために導入されたものである。同じ作業場で働いていても、作業内容などが異なるために、曝露状況が異なると考えられる作業者は別の同等曝露グループとする。

2) 予備試験

同等曝露グループ内の作業者 3~5 人を選択し、曝露濃度を測定する。なお、同等曝露グループ内の作業者が 2 人以下の場合は、複数日についてサンプリングを行い、3~5 個の測定値を得る。

サンプリング時間は、8 時間平均濃度の基準である *OEL* と比較する場合は 8 時間とし、

15 分間平均濃度の基準である *OEL* と比較する場合は 15 分間とする。なお、曝露が勤務時間を通して起こり、作業内容などの職場要因が勤務時間中に一定であると考えられる場合、サンプリング時間は 2 時間まで短縮できる。一方、職場要因が勤務時間中に一定であるとは考えられない時は、サンプリング時間は全勤務時間にできるだけ近づける。また曝露時間が 2 時間未満の場合、サンプリング時間は曝露の全期間とする。曝露時間が 8 時間を超える場合は、全期間にわたりサンプリングを行い、評価に際して測定値を 8 時間曝露に相当する濃度に変換する（例えば 9 時間曝露であれば、測定値 $\times 9 \div 8$ ）。

得られた 3～5 個の測定値を基に、以下のように判定する。③ 3 個の測定値が全て $0.1 \times OEL$ 以下、4 個の測定値が全て $0.15 \times OEL$ 以下、あるいは 5 個の測定値が全て $0.2 \times OEL$ 以下の場合、同等曝露グループ内の作業者の曝露は *OEL* を超えないとみなし、「適合」と判定する。④ いずれかの測定値が *OEL* を上回った場合、「不適合」と判定し、リスク低減対策を実施する。⑤ 上記以外の場合は、*OEL* への適合性について判断ができない。

3) 追加測定および適合テスト

上記の⑤の場合は、さらに追加測定を行い、6 個以上の測定値（予備試験の測定値を含む）を用いて適合テストを実施する。このテストでは、「*OEL* に適合している」と判定するためには、「同等曝露グループ内で *OEL* を超える曝露が 5% 未満であるかどうかを、少なくとも 70% の信頼水準で確認しなければならない」と定められている。換言すれば、同等曝露グループ内の作業者の曝露濃度分布（日間変動）の 95% 値が *OEL* 以下であることを、信頼水準 70% 以上で確認できれば、「適合」と判定される。逆に、95% 値が *OEL* を超えることを、信頼水準 30% 以上で確認できれば、「不適合」と判定され、リスク低減対策が必要となる。

信頼水準を 70% にしているのは、「本当は不適合である曝露を「適合」と判定する確率」と「本当は適合である曝露を「不適合」と判定する確率」との間のバランスを考慮したとのことである。

5-6-4 定期再評価の実施

本規格では、初回評価後、定期的に再評価を行い、作業者の曝露が *OEL* に適合していることを確認しなければならないとしている。また職場の要因に大きな変化があった場合は、直ちに基本特性評価を更新し、曝露評価をやり直すかどうかを決定する（変更管理）。なおこの場合の曝露評価は初回評価と位置づけられ、その後、定期再評価を実施することになっている。

また、曝露評価により「適合」と判定されても、換気設備の劣化や作業方法の微妙な変化など、曝露に影響する変化が気づかないところで起こっている可能性があるため、評価後も「適合」状態が続くと期待できる正当な理由を説明できなければならないとしている。

再評価は 1 年毎に行うことが推奨されている。この再評価においては、必ずしも毎回曝露測定を行う必要はないが、いくつかの再評価では曝露測定を行うべきであるとしている。

曝露測定を行う間隔は、EN 689:2018 の付属書 I に参考として示されており、例えば、同等曝露グループの曝露測定値の幾何平均が $0.5 \times OEL$ を超える場合は、1 年毎に曝露測定を実施するとしている（表 5.8）。なお、これは曝露濃度分布の 95% 値が OEL 以下であること（信頼水準 70% 以上）が前提であり、95% 値が OEL を超えている（信頼水準 30% 以上）場合はリスク低減対策を実施して、改めて初回評価を行う必要がある。

表5.8 定期測定の頻度

幾何平均/OEL	測定間隔
$\frac{m_g}{OEL} < 0.1$	3年
$0.1 < \frac{m_g}{OEL} < 0.25$	2年
$0.25 < \frac{m_g}{OEL} < 0.5$	1.5年
$0.5 < \frac{m_g}{OEL}$	1年

数式を使用する方法も紹介されている（付属書 I より）

5-6-5 適合テスト

1) 本テストについて

具体的な適合テストは EN 689:2018 の付属書 F で示されているが、これは British Occupational Hygiene Society (BOHS、英国労働衛生学会) と Nederlandse Vereniging voor Arbeidshygiëne (NVvA、オランダ労働衛生学会) が 2011 年に共同で制定した曝露評価法 (5-7 参照、文献 5-14) をほぼそのまま踏襲したものである。上記のように、この欧州規格では、同等曝露グループ内の作業者の曝露濃度分布の 95% 値が OEL 以下であることを信頼水準 70% 以上で確認できれば「適合」と判定し、逆に、それができなければ「不適合」と判定するが、本テストはこの要請を満たしている。なお、他の方法でもこの要請を満たすのであれば用いることができる。

2) 同等曝露グループの妥当性の検討

このテストでは、予備試験および追加測定で得られた 6 個以上の測定値を用いるが、これらの測定値に作業者間変動と日間変動が含まれるように、異なる作業者について異なる日の測定値が必要である。例えば、作業者 4 人 (A、B、C、D) の同等曝露グループであれば、1 日目は A、B、C、D、2 日目は B、D の曝露濃度を測定するなどである。作業者が 2 人の同等曝露グループであれば、各人 3 日間測定するなどである。

これらの測定値の分布型を正規確率紙や Shapiro-Wilk 検定を用いて検討し、対数正規型と確認できれば、同等曝露グループの構成は妥当と判断する。確認できない場合（外れ値がある場合や 2 つの分布が重なっている場合など）は、さらに情報を収集し（追加測定を含む）、必要であれば同等曝露グループを分割するなどして、その構成を変更する。

3) OEL への適合テストの実施

測定値の分布が対数正規型である場合、式 2.46 および 式 2.50 を用いて全測定値から標本幾何平均 m_g および標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ を算出する。次に、式 5.17 を用いて U を算出し、その値が U_T (表 5.9) 以上であれば「適合」、 U_T 未満であれば「不適合」と判定する。

$$U = \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e s_{g(n-1)}} \quad \text{式 5.17}$$

表5.9 曝露測定値の数に対応する U_T 値

測定値の数 n	U_T	測定値の数 n	U_T	測定値の数 n	U_T
6	2.187	15	1.917	24	1.846
7	2.120	16	1.905	25	1.841
8	2.072	17	1.895	26	1.836
9	2.035	18	1.886	27	1.832
10	2.005	19	1.878	28	1.828
11	1.981	20	1.870	29	1.824
12	1.961	21	1.863	30	1.820
13	1.944	22	1.857		
14	1.929	23	1.851		

[事例 5-7]

塗装作業場で吹き付け塗装を行う作業者が 5 人いる。いずれの作業者も同じ方法で塗装を行っており、同等曝露グループと仮定する。予備試験のため、作業者 A、B および C を選択してキシレンの 8 時間平均曝露濃度を測定したところ、順に 4ppm、16ppm および 6ppm であった (表 5.10 の 1 日目)。キシレンの許容濃度は 50ppm なので、全ての測定値が OEL 以下であるが、2つの測定値が OEL の 0.1 倍以上である。したがって追加測定が必要であり、作業者 B、D および E を選択して測定したところ、20ppm、15ppm および 8ppm であった (表 5.10 の 2 日目)。

これらの全データを式 2.46 および式 2.50 に代入すると、 $m_g = 9.9$ (ppm) および $s_{g(n-1)} = 1.89$ が得られた。これらの値および $OEL = 50$ (ppm) を式 5.17 に代入すると $U = 2.56$ となる。 $n = 6$ の場合、 $U_T = 2.187$ (表 5.9) なので、適合と判断された。

表5.10 キシレン曝露濃度

	作業者				
	A	B	C	D	E
1日目	4	16	6		
2日目		20		15	8

単位: ppm

4) U_T の導出法

上記の適合テストでは、同等曝露グループ内の作業者の曝露分布は同一であると仮定している。ここで同一というのは、ある日の 8 時間平均濃度が全員同じという意味ではない。各作業者の 8 時間平均濃度には日間変動があるので、ある日の 8 時間平均濃度の作業者間の差はこの日間変動の表れと捉え、作業者間の本質的な差とは考えないのである。そして日々の 8 時間平均濃度には作業者間で差があるが、各作業者ごとに 8 時間平均濃度を長期間集めて日間分布を作成すると、それが作業者間で同一になるような作業者の集合が、この評価法で定義する同等曝露グループである。したがって、測定値はいずれも同一の分布から無作為に抽出された標本と考えることができる。

8 時間平均濃度の日間分布を幾何平均 μ_g および幾何標準偏差 σ_g の対数正規分布とし、無作為に n 個の標本を抽出して標本幾何平均 m_g および標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ を算出し、次式

により T_δ を計算する。

$$T_\delta = \frac{\log_e \mu_g + \delta \frac{\log_e \sigma_g}{\sqrt{n}} - \log_e m_g}{\frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}}$$

この操作を無限回繰り返すと、 T_δ は自由度 $n - 1$ 、非心度 δ の非心 t 分布に従う (2-2-6 参照)。この非心 t 分布の 70% 値を $t_{n-1, \delta, 0.7}$ とすると、70% の確率で次式が成り立つ。

$$\frac{\log_e \mu_g + \delta \frac{\log_e \sigma_g}{\sqrt{n}} - \log_e m_g}{\frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}} \leq t_{n-1, \delta, 0.7}$$

ここで、 $\delta = 1.645 \sqrt{n}$ とし、さらに変形すると次式となる。

$$\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g \leq \log_e m_g + t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7} \frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}$$

左辺は日間分布の 95% 値の対数変換値であり、したがって

$$\log_e m_g + t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7} \frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}} \leq \log_e OEL$$

が成り立てば、日間分布の 95% 値は OEL 以下であると信頼水準 70% 以上で言える。上式を変形すると次式となる。

$$\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}} \leq \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e s_{g(n-1)}}$$

右辺は式 5.17 の U であり、したがって U が $\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}}$ よりも大きければ、日間分布の 95% 値は OEL 以下であると信頼水準 70% 以上で言える。この $\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}}$ の値が表 5.9 に示す U_T である。

5-6-6 リスク低減対策

リスク低減対策については、本規格ではなく、EU の理事会指令 Directive 98/24/EC (文献 5-4) で規定されており、第 6 条で「事業者は、危険有害物質が作業中の作業者の安全と健康に及ぼすリスクを確実に排除あるいは最小化しなければならない」とし、具体的な対策を優先順で次のように示している (EU の理事会指令は法的拘束力があり、EU 加盟国は定められた期限までに国内法制に取り込まなければならない)。

- ①危険有害性が低い物質あるいは工程への変更
- ②危険有害物質の放出を回避あるいは最小限に抑えるために、適切な作業工程の設計、工学的管理、適切な機器及び材料の使用
- ③適切な換気及び適切な組織的対策のような、リスク発生源での集団的保護対策の適用
- ④他の手段で曝露を防止できない場合は、保護具の使用

したがって、曝露評価の判定が「不適合」であれば、対策の実施は事業者の義務であり、有害物質・工程の変更、有害物質の放出の抑制、局所排気装置・全体換気装置の設置等の順に実施して、最終の手段として保護具を使用することになる。

5-7 英国労働衛生学会およびオランダ労働衛生学会の曝露評価法

British Occupational Hygiene Society (BOHS 英国労働衛生学会) と Nederlandse Vereniging voor Arbeidshygiene (NVvA オランダ労働衛生学会) は 2011 年に共同で曝露評価法を公表している (文献 5-14)。両学会によると、NIOSH-1977 の評価法 (5-4 参照)、および欧州規格 EN689-1995 の評価法は既に時代遅れになっており、近年蓄積された曝露濃度の挙動やその取り扱いに関する知見を取り入れた新しい評価法を制定したとのことである。2018 年に改訂された欧州規格 EN689-2018 (5-6 参照) では、この評価法の考え方を取り入れている。

曝露評価を行うにあたり、両学会が強調しているのは、現場での適切な曝露低減対策がもっとも重要な点であって、それを実施しないで、この曝露評価法を適用しても時間と労力の無駄であるという点である。また、この曝露評価により基準に適合していると判定されても、より効果的な曝露管理を行う必要性は変わらないとも述べている。

5-7-1 日間変動と作業者間変動

この評価法は日間変動と作業者間変動を統計的に組み込む手法を示しているが、両変動をそれぞれ "within-worker variation" および "between-worker variation" と表現しており、そのまま訳すと「作業者内変動」と「作業者間変動」となる。作業者内変動というのは 1 人の作業者の中での曝露濃度変動のことであり、この評価法では 8 時間平均曝露濃度の日間変動のことである。本書では、作業者内変動を 8 時間平均曝露濃度の日間変動と短時間曝露濃度の日内変動にさらに分類して記述しており、作業者内変動という語を使用していない。このため、本書全体との整合性を考慮して、within-worker variation を日間変動と記述する。また、数式も本書に合わせて記述したが、原文と同等である。

ところで、この評価法で作業者間変動と呼んでいるものは、同じ日における 8 時間平均曝露濃度の作業者間の差のことではなく、3-2-3 で紹介した作業者間変動のことである。この点については後述する。

5-7-2 全体の構成

図 5.9 に評価の流れを示す。評価法は、同等曝露グループの編成、スクリーニングテスト、グループ適合テスト、同一性テスト、個別作業者適合テストから構成される。なお、同一性テストは原文では「分散分析 (ANOVA)」と記述されているが、この評価法では分散分析は単に計算の道具として用いられているだけで、最終的な判定には分散分析の判定は用いられていないので、同一性テストと記述した。

これまで紹介した NIOSH、AIHA、CEN の評価法では、曝露濃度の測定以前に実施すべき事項として、作業場や作業工程、有害物質の使用量や発散状況あるいは作業者の行動などに関する調査を行い、それに基づき曝露濃度の推定を行うが、この評価法で示されているのは曝露濃度測定から以降の部分であり、その前に曝露濃度の推定などによる曝露評

価が既に終了して、曝露濃度測定が必要と判定された場合を前提としている。

5-7-3 曝露評価

1) 同等曝露グループの編成

最初に、曝露される有害物質が同じで、同じ作業を同じ方法で行う作業者をまとめて同等曝露グループ（原文では”similarly exposed group”）を編成する。同一作業でも異なる方法で行っている場合は、別のグループとする。グループの構成員が1人となることもある。

2) スクリーニングテスト

スクリーニングテストのために、同等曝露グループから無作為に3人以上を選択して8時間平均曝露濃度（原文では”shift-length exposure measurements”と記載されているが、本書で

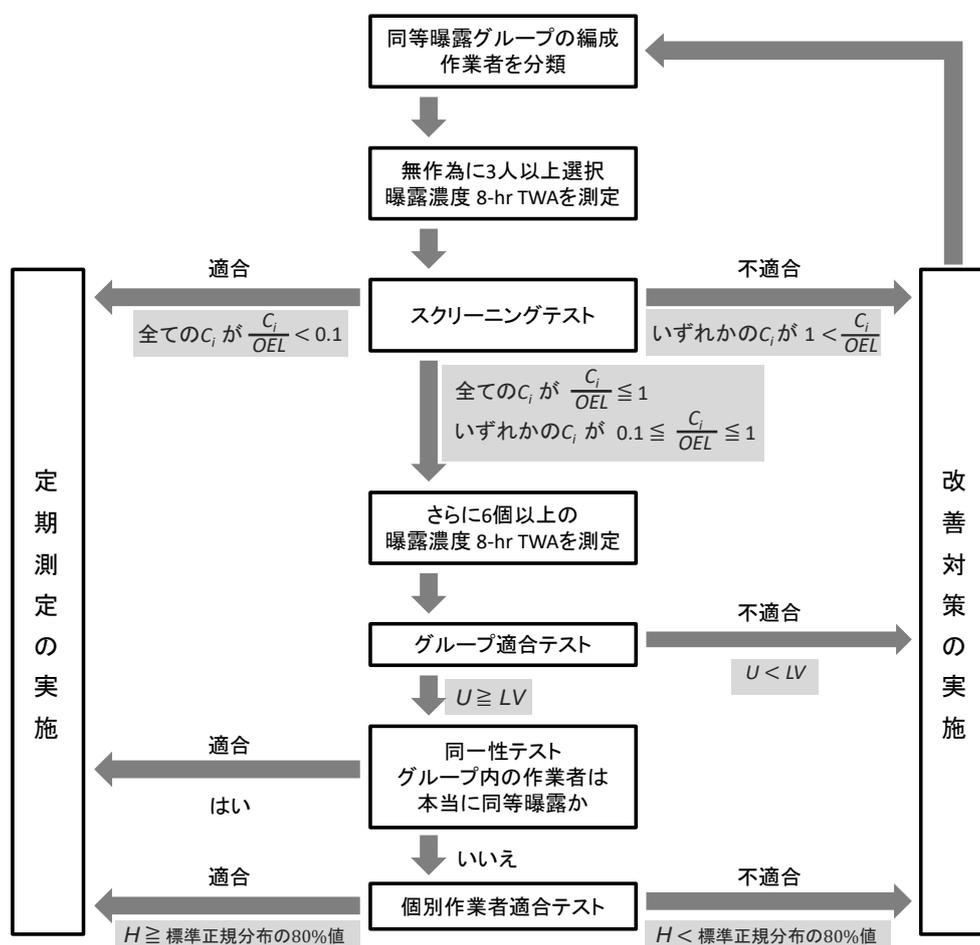


図5.9 英国労働衛生学会・オランダ労働衛生学会の曝露評価と管理の流れ

C_i : 8時間平均濃度の測定値
 OEL : 職業性曝露限界(ここでは8時間平均濃度に対応する基準)
 U : 式5.17, U_T : U と比較する値(表5.9), H : 式5.21
 標準正規分布の80%値 : 0.842

は「8時間平均曝露濃度」あるいは「8時間平均濃度」と記述する)を測定する。グループの作業者が2人以下の場合は、少なくとも1人については2日間以上測定し、全部で3つ以上の測定値を得る。測定値を C_i で表わすと、いずれかの測定値が $1 < \frac{C_i}{OEL}$ であれば、改善対策を実施し再評価となる。全ての測定値が $\frac{C_i}{OEL} < 0.1$ であれば適合と判定されて評価は終了し、その後はその状態が維持されていることを確認するための定期測定を行うことになる。また全ての測定値が $\frac{C_i}{OEL} \leq 1$ であり、かついずれかの測定値が $0.1 \leq \frac{C_i}{OEL} \leq 1$ であれば、グループ適合テストに進む。

3) グループ適合テスト

グループ適合テストでは少なくとも9個の測定値が必要なので、6個以上の8時間平均曝露濃度を追加測定する。この測定では、選択された各作業者について少なくとも2日間の測定を、可能であれば3日間以上の測定を行う。これは測定値に日間変動を含めるためである。また、同等曝露グループに3人以上の作業者がいれば、少なくとも3人の測定を行い、全員を測定しないのであれば、無作為に選択する。スクリーニングテストに使用した3つの測定値が有効であれば、グループ適合テストと個別作業者適合テストに使用できる。有効でなければ、追加測定で9個以上の測定値が必要となる。

グループ適合テストでは、同等曝露グループ内の作業者の曝露分布は同一であると仮定する。ここで同一というのは、ある日の8時間平均濃度が全員同じという意味ではない。各作業者の8時間平均濃度には日間変動があるので、ある日の8時間平均濃度の作業者間の差はこの日間変動の表れと捉え、作業者間の本質的な差とは考えないのである。そして日々の8時間平均濃度には作業者間で差があるが、各作業者ごとに8時間平均濃度を長期間集めて日間分布を作成すると、それが作業者間で同一になるような作業者の集合が、この評価法で定義する同等曝露グループである。

グループ適合テストでは、日間分布の95%値が OEL 以下であることを信頼水準70%以上で言えれば適合であり、言えなければ不適合である。言い換えれば、日間分布の95%値が OEL より高い確率が30%以上の場合に不適合と判断していることになる。この信頼水準70%という数値は、本当は適合なのに不適合と間違っ判定する確率と、本当は不適合なのに適合と間違っ判定する確率のバランスから決定したと述べている。また、信頼水準70%であれば、比較的少ない測定数を基に判断できることも考慮したようである。

まず、式 2.46 および 式 2.50 を用いて全測定値から標本幾何平均 m_g および標本幾何標準偏差 $S_{g(n-1)}$ を算出する。次に下式(式 5.17 と同じ)より U を算出する。

$$U = \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e S_{g(n-1)}}$$

U と U_T (表 5.9) を比較し、 U が U_T よりも小さければ不適合、 U_T 以上であれば適合である。不適合の場合は改善対策を実施し再評価を行う。適合の場合は同一性テストに進む。

4) 同一性テスト

同一性テストでは、同等曝露という仮定が正しいのか否かを判定する。上記のグループ適合テストは、同等曝露グループ内の作業者の曝露濃度の日間分布が同一という仮定に基づき行われているが、もし作業者間に差があるのであれば、たとえ適合と判定されても、高曝露の作業者の日間分布の95%値が *OEL* を超えているかもしれないからである。

具体的な手順は以下のようである。まず、8時間平均曝露濃度の日間変動と作業者間変動を表わす幾何標準偏差 $s_{g,bd}$ および $s_{g,bw}$ を次式で算出する。

$$\log_e s_{g,bd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} \left(\log_e C_{ij} - \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \log_e C_{ij}}{n_i} \right)^2}{N-p}} \quad \text{式 5.18}$$

$$\log_e s_{g,bw} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p n_i \left(\frac{\sum_{j=1}^{n_i} \log_e C_{ij}}{n_i} - \frac{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} \log_e C_{ij}}{N} \right)^2 - (p-1) (\log_e s_{g,bd})^2}{N - \frac{\sum_{i=1}^p n_i^2}{N}}} \quad \text{式 5.19}$$

ここで p は選択した作業者の人数、 n_i は作業者 i の測定回数、 C_{ij} は作業者 i の j 番目の測定値、 $N = \sum_{i=1}^p n_i$ である。なお、式 5.19 の平方根内が負数の場合は $s_{g,bw} = 1$ とする。

次に全体の変動を表わす幾何標準偏差 $s_{g,Tot}$ を次式で算出する。

$$\log_e s_{g,Tot} = \sqrt{(\log_e s_{g,bd})^2 + (\log_e s_{g,bw})^2} \quad \text{式 5.20}$$

そして全体の変動に占める作業者間変動の割合 $\frac{(\log_e s_{g,bw})^2}{(\log_e s_{g,Tot})^2}$ が 0.2 以下であれば、作業者間の差はなく、同等曝露という仮定が妥当であると判断される。この場合は先に行ったグループ適合テストの結果が有効なので適合と判定され、その後は曝露状態のモニタリングのための定期測定を実施することになる。一方、0.2 を超えた場合は、作業者間には差があり、同等曝露という仮定が間違っていると判定し、個別作業者適合テストに進む。

5) 個別作業者適合テスト

このテストでは、各作業者の日間分布の95%値が *OEL* 以下であることを信頼水準 80% 以上で言えるか否かを判断する。まず、下式により H を算出する。

$$H = \frac{\log_e OEL - (\log_e m_g + 1.645 \log_e s_{g,bd})}{\log_e s_{g,bw}} \quad \text{式 5.21}$$

H が標準正規分布の 80% 値 (0.842) 以上であれば適合と判定され、その後は曝露状態のモニタリングのための定期測定を行うことになる。一方、 H が 0.842 よりも小さければ、不適合と判定され、改善対策を実施し再評価を行うことになる。信頼水準 80% 以上ということは、グループ内のいずれかの作業者の 95% 値が *OEL* を超える確率が 20% 未満ということである。

5-7-4 定期評価

NIOSH-1977 (5-4 参照) では、測定値が一定のレベル (例えばアクションレベル) よりも低ければ、その後の曝露評価を免除されることになっているが、この評価法ではその後も曝露が低く保たれていることを確認するため、測定結果の如何によらず定期評価を実施することとしている。ただし、実施頻度は測定結果により異なる (表 5.11)。

表5.11 定期測定の頻度

幾何平均/OEL	測定間隔
$\frac{m_g}{OEL} < 0.1$	2年
$0.1 < \frac{m_g}{OEL} < 0.25$	1年
$0.25 < \frac{m_g}{OEL} < 0.5$	6月
$0.5 < \frac{m_g}{OEL}$	3月

5-7-5 各適合テストに用いる判定式の導出法

1) グループ適合テスト

このテストでは各作業者の 8 時間平均濃度の日間分布は作業者間で同一と仮定している。したがって、測定値はいずれも同一の分布から無作為に抽出された標本と考えることができる。

8 時間平均濃度の日間分布を幾何平均 μ_g および幾何標準偏差 σ_g の対数正規分布とし、無作為に n 個の標本を抽出して標本幾何平均 m_g および標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1)}$ を算出し、次式により T_δ を計算する。

$$T_\delta = \frac{\log_e \mu_g + \delta \frac{\log_e \sigma_g}{\sqrt{n}} - \log_e m_g}{\frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}}$$

この操作を無限回繰り返すと、 T_δ は自由度 $n-1$ 、非心度 δ の非心 t 分布に従う (2-2-6 参照)。この非心 t 分布の 70% 値を $t_{n-1, \delta, 0.7}$ とすると、70%の確率で次式が成り立つ。

$$\frac{\log_e \mu_g + \delta \frac{\log_e \sigma_g}{\sqrt{n}} - \log_e m_g}{\frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}} \leq t_{n-1, \delta, 0.7}$$

ここで、 $\delta = 1.645 \sqrt{n}$ とし、さらに変形すると次式となる。

$$\log_e \mu_g + 1.645 \log_e \sigma_g \leq \log_e m_g + t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7} \frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}}$$

左辺は日間分布の 95% 値の対数変換値であり、したがって

$$\log_e m_g + t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7} \frac{\log_e s_{g(n-1)}}{\sqrt{n}} \leq \log_e OEL$$

が成り立てば、日間分布の 95% 値は OEL 以下であると信頼水準 70% 以上で言える。上式を変形すると次式となる。

$$\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}} \leq \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e s_{g(n-1)}}$$

右辺は式 5.17 の U であり、したがって U が $\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}}$ よりも大きければ、日間分布の 95% 値は OEL 以下であると信頼水準 70% 以上で言える。この $\frac{t_{n-1, 1.645 \sqrt{n}, 0.7}}{\sqrt{n}}$ の値が表 5.9 に示す U_T である。

2) 個別作業員適合テスト

このテストでは、各作業員の 8 時間平均濃度の日間分布は作業員間で異なっていることが前提である。作業員 i の 8 時間平均濃度の日間分布を幾何平均 $\mu_{g,bd,i}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,bd}$ の対数正規分布とする。ここで幾何平均は作業員間で異なるが、幾何標準偏差は同一と仮定している。この $\mu_{g,bd,i}$ の作業員間分布が対数正規型であり、その幾何平均および幾何標準偏差をそれぞれ $\mu_{g,bw}$ および $\sigma_{g,bw}$ とする。そうすると、作業員 i の日間分布の幾何平均 $\mu_{g,bd,i}$ は対数正規分布（作業員間分布）に従う確率変数なので下記の不等式が 80% 以上の確率で成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,bd,i} \leq \log_e \mu_{g,bw} + 0.842 \log_e \sigma_{g,bw}$$

ここで 0.842 は標準正規分布の 80% 値である（表 2.12 参照）。両辺に $1.645 \log_e \sigma_{g,bd}$ を加えると

$$\log_e \mu_{g,bd,i} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd} \leq \log_e \mu_{g,bw} + 0.842 \log_e \sigma_{g,bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd}$$

となり、左辺は作業員 i の日間分布の 95% 値の対数変換値である。したがって、

$$\log_e \mu_{g,bw} + 0.842 \log_e \sigma_{g,bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd} \leq \log_e OEL$$

が成り立てば、作業員 i の日間分布の 95% 値が OEL 以下であると信頼水準 80% 以上で言える。上式を変形すると

$$0.842 \leq \frac{\log_e OEL - (\log_e \mu_{g,bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd})}{\log_e \sigma_{g,bw}}$$

となる。ここで $\mu_{g,bw}$ 、 $\sigma_{g,bd}$ および $\log_e \sigma_{g,bw}$ をそれぞれ m_g 、 $s_{g,bd}$ および $s_{g,bw}$ で置き換えると

$$0.842 \leq \frac{\log_e OEL - (\log_e m_g + 1.645 \log_e s_{g,bd})}{\log_e s_{g,bw}}$$

となる。この式の右辺は式 5.21 の H であり、したがって、 $0.842 \leq H$ であれば、作業員 i の日間分布の 95% 値が OEL 以下であると信頼水準 80% 以上で言えることになる。ただし、このテストでは、真の幾何平均および幾何標準偏差の値を推定値で置き換えているので、近似的な評価式である。一方、グループ適合テストではそのような置き換えはしていないので厳密な評価式である。

[事例 5-8] 塗装作業場で吹き付け塗装を行う作業員が 10 人いる。いずれの作業員も同じ方法で作業を行っており、同等曝露グループと仮定する。スクリーニングテストのため、3 人を無作為に選択してキシレンの 8 時間平均曝露濃度を測定したところ、作業員 A、B および C の順に 4ppm、16ppm および 6ppm であった。キシレンの許容濃度は 50ppm なので、全ての測定値が OEL 以下であるが、2 つ測定値が OEL の 0.1 倍以上である。したがってグループ適合テストに進む。

追加測定を実施した結果を表 5.12 に示す。1 日目というのはスクリーニングテストの日である。追加測定日が 2 日目から 4 日目までであり、作業員 C は 4 日目のみの追加測定とした。これらの日は連続した日である必要はない。全データを式 2.46 および式 2.50 に代入すると、 $m_g = 11.8$ (ppm) および $s_{g(n-1)} = 1.81$ が得られた。これらの値および $OEL = 50$ (ppm) を式 5.17 に代入すると $U = 2.43$ となる。 $n = 10$ の場合、 $U_T = 2.005$ (表 5.9) なので、適合と判断される。

表5.12 キシレン曝露濃度

	作業員		
	A	B	C
1日目	4	16	6
2日目	11	20	
3日目	7	12	
4日目	15	25	20

単位: ppm

次に同一性テストに進む。式 5.18 および式 5.19 に測定値を代入すると、 $s_{g,bd} = 1.71$ および $s_{g,bw} = 1.35$ となり、さらに式 5.20 より、 $s_{g,Tol} = 1.85$ となる。したがって、 $\frac{(\log_e s_{g,bw})^2}{(\log_e s_{g,Tol})^2} = 0.24$ であり、作業員間変動が全体の変動の 20% を超えているので、同等曝露の仮定は適切ではないと判断される。このため個別作業員適合テストに進む。

$OEL = 50$ (ppm)、 $m_g = 11.8$ (ppm)、 $s_{g,bd} = 1.71$ および $s_{g,bw} = 1.35$ を式 5.21 に代入すると、 $H = 1.85$ となり、0.842 よりも大きいので、適合と判断される。

以上の検討より、同等曝露グループという仮定は適切ではなかったが、このグループのいずれの作業員についても、8 時間平均曝露濃度の日間分布の 95% 値が OEL を超えないと信頼水準 80% 以上で言える。初回評価はこれで終了であり、 $\frac{m_g}{OEL} = 0.236$ なので、1 年後に定期測定を実施することになる (表 5.11)。

5-8 日本産業衛生学会・産業衛生技術部会の曝露評価法

日本産業衛生学会では、同学会が勧告している許容濃度を有効に活用するために、作業環境測定検討委員会を設置して、個人曝露評価法の検討を行い、2005年に提案した（文献5-19）。その後、同学会の産業衛生技術部会がより包括的な個人曝露評価法の検討を行い、「個人曝露測定のガイドライン」を2014年に公表した（文献5-20）。同ガイドラインは同日本産業衛生学会のホームページから入手できるので、ここでは概要を説明する。

5-8-1 全体の流れ

「個人曝露測定のガイドライン」では、個人曝露測定を、狭義の「測定」ではなく、「曝露の評価と管理」を進める総合的なプロセスとしている。それは「事前調査」「(狭義の)測定」「リスク低減措置」の3つの段階から成り、さらに9つのステップに分かれる(図5.10)。

事前調査は、作業場の全般状況の把握、評価対象とする有害物質と作業者の選定、曝露の推定などから成り、重要なプロセスと位置づけられている。この段階で、ほぼ同等の曝露を受ける作業者を同等曝露グループ

(Similar exposure group, SEG) として編成し、評価の対象とする。

事前調査の結果に基づき、原則として測定に進むが、状況により測定を行わない選択肢もある(図5.10)。測定対象者は同等曝露グループ内から無作為に選ぶ。測定数は5個以上を推奨している。グループ内の作業者が5人未満の場合、同一人を複数日測定することで、測定数を5個以上にすることができる。測定時間は1シフト測定の場合は8時間が原則であるが、状況により測定数の削減や測定時間の短縮が可能である。また、必要に応じて短時間曝露濃度(15分間)の測定を並行して行う。

測定結果から算術平均(式2.56を使用する)と95%値(式2.60)を算出しOELと比較して管理区分を決定する(表5.11, 図5.11)。OELはACGIH-TLVまたは日本産業衛生学会の許容濃度の低い方を用いる。管理区分は、管理が適切である方から順に、「1A」「1B」「1C」「2A」「2B」「3」の6区分である。管理区分

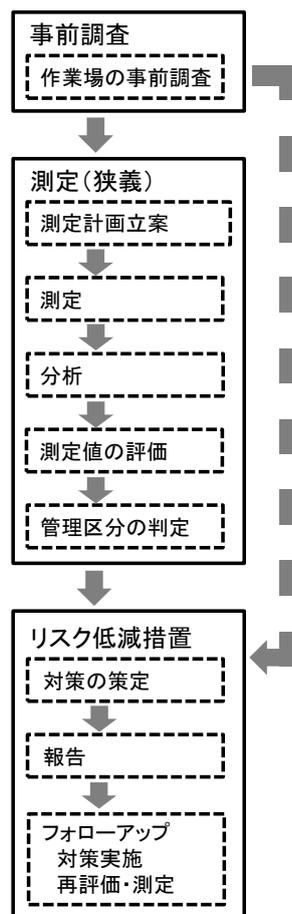


図5.10 日本産業衛生学会・産業衛生技術部会
個人曝露測定のガイドラインの概要

1A、1B、1C は作業環境測定の結果、第1管理区分、管理区分2A、2Bは第2管理区分、管理区分3は第3管理区分に相当する。管理区分2Bおよび3では「対策を行う」、管理区分2Aでは「更なるばく露低減措置に努める」とし、作業環境測定よりも厳しい管理としている。第1管理区分相当を「1A」「1B」「1C」と細分化したのは、その結果を再評価・再測定の頻度などに反映するためである。

表5.11 管理区分とその解釈

管理区分	定義	解釈・判定
1A	$X_{95} < 0.1 \times OEL$	極めて良好
1B	$m < 0.1 \times OEL, X_{95} < OEL$	十分に良好
1C	$0.1 \times OEL \leq m, X_{95} < OEL$	良好
2A	$m \leq 0.5 \times OEL, OEL \leq X_{95}$	現対策の有効性を精査 更なる曝露低減に努める
2B	$0.5 \times OEL < m, OEL \leq X_{95}$	リスク低減措置を行う
3	$OEL < m$	リスク低減措置を速やかに行う

(OEL: 職業性曝露限界, m: 算術平均, X_{95} : 95%値)

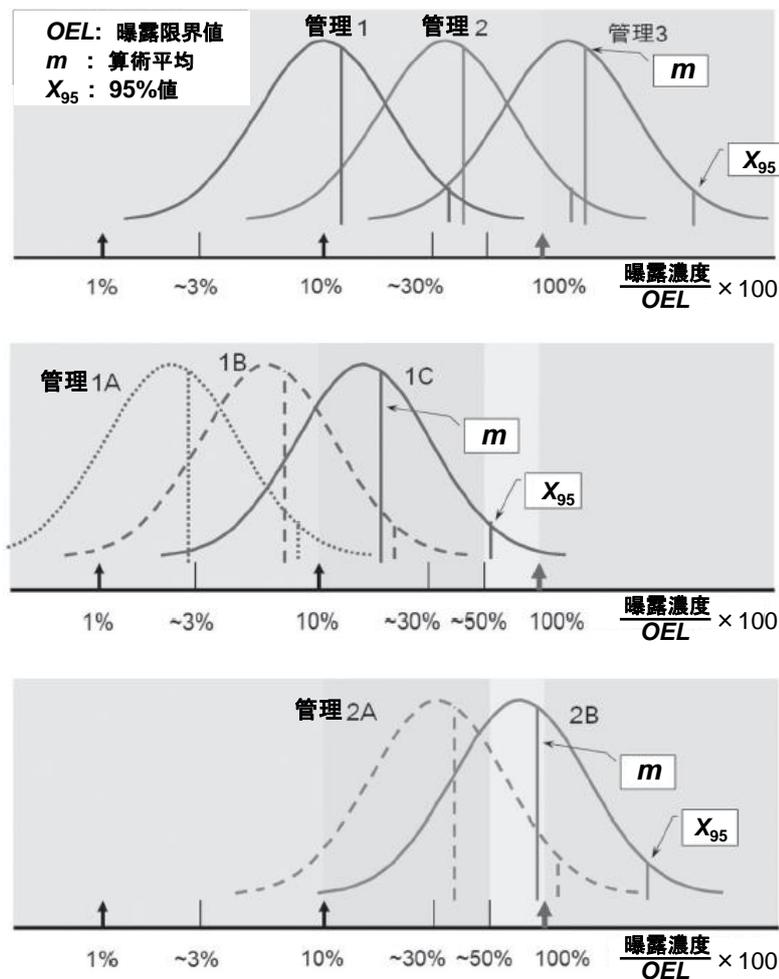


図5.11 各管理区分の曝露濃度分布 (文献5.20の図2.3, 図2.4, 図2.5より)
 $X_{95} = 3m$ の場合を図示 (産業現場でよくあるケース)

評価の結果に基づき、リスク低減措置を実施する。措置の優先順は、まず工学的対策などの作業環境管理を実施し、それでもリスクを十分に低減できない場合に呼吸保護具の使用など作業管理を実施する。

5-8-2 再評価・再測定

初回の評価・測定を実施後、一定期間毎に作業場の再評価および再測定を行う（表 5.12）。その頻度は、再評価では 6 月～2 年、再測定では 6 月～3 年としており、管理区分が良好であるほど実施間隔は長い。さらに状況により、再評価だけ実施して再測定をしないこと、あるいは実施間隔をさらに長くすることも可能である。また、作業場に何らかの変更があった場合は、その都度再評価を行う仕組み（変更管理）を導入している。

表5.12 管理区分と再評価・測定の頻度(8時間曝露)

	管理区分(前回)					
	3	2B	2A	1C	1B	1A
再評価	6月*	6月*	6月 (6月～1年)	6月 (6月～2年)	1年 (1～3年)	2年 (2～3年)
再測定	6月* (6月～1年)	6月* (6月～1年)	6月 (6月～2年)	1年 (1～3年)	2年 (1～3年)	3年 (1～5年)

*リスク低減措置を行うことが優先、カッコ内は、状況判断により変更可能な範囲を示す

[事例 5-9]

塗装作業場で吹き付け塗装を行う作業者が 3 人いる。いずれの作業者も同じ方法で塗装を行っており、同等曝露グループとする。3 人全員を測定対象者として、トルエンの 8 時間平均曝露濃度を 2 日間測定したところ、表 5.13 の結果が得られた。算術平均は式 2.56 より 18ppm、95%値は式 2.60 より 75ppm となる。OELとして、ACGIH の TLV-TWA (20ppm) と日本産業衛生学会の許容濃度 (50ppm) のうち、低い 20ppm を用いると、管理区分は 2B と判定される。

表5.13 トルエン曝露濃度

	作業者		
	A	B	C
1日目	10	2	16
2日目	7	35	39

単位: ppm

5-9 曝露区分評価法 (1) 測定日の 8 時間平均曝露濃度の評価

欧米の評価法では、8 時間サンプリングによる測定値の評価が基本である。しかし、外部の測定機関が出かけて測定する場合、往復の時間を考慮すれば、8 時間のサンプリングを行なうのは困難であり、6 時間程度のサンプリングが限界と思われる。このようなケースは NIOSH の評価法では部分期間サンプリングに相当するが、この評価法では測定していない時間帯の曝露濃度を 0 と仮定しているため過小評価となる。

わが国で労働安全衛生法第 65 条に基づいて実施されている作業環境測定では、1 つの単位作業場所でのサンプリングの開始から終了までの時間は 1 時間以上であればよいことになっており、個人曝露測定も 1 時間程度の測定値を評価することができれば、より機動的な測定が可能になるし、また、作業環境測定を実施している時間帯に同時に測定を完了することができるようになる。そこで、サンプリング時間が 8 時間未満の曝露濃度測定値の評価法を考えてみよう (文献 5-21)。

5-9-1 測定した日における測定対象者の曝露評価

1) 評価式の導出

ある作業者の T 時間平均濃度を測定した場合、どのようにすれば 8 時間平均濃度の基準である OEL と比較できるであろうか。まず測定値がどのような分布から抽出された標本であるかを考えてみる。測定値はその作業者の T 時間平均濃度の日内分布から抽出された標本である。短時間曝露濃度の日内分布は対数正規型と仮定できるので、その分布は幾何平均および幾何標準偏差によって規定される。これら 2 つのパラメータをそれぞれ $\mu_{g,wd}(T)$ および $\sigma_{g,wd}(T)$ としよう (添字の wd は $within-day$ を示す)。測定値 C はこの分布から取り出した標本と考えることができるので、50% の確率で次式が成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,wd}(T) \cong \log_e C$$

両辺に $\frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ を加えると

$$\log_e \mu_{g,wd}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 \cong \log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$$

となり、式 2.31 より

$$\log_e \mu \cong \log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$$

となる。ここで μ は日内分布の算術平均であり、それはすなわち 8 時間平均濃度である。したがって

$$\log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 > \log_e OEL \quad \text{式 5.22}$$

であれば、50% 以上の確率で

$$\mu > OEL$$

が成り立つ。

ただし、測定値は1つなので、式 5.22 の $\sigma_{g,wd}(T)$ の推定値は算出できない。そこで、測定値が1時間平均濃度の場合には、産業現場での中央値である $\sigma_{g,wd}(1) = 1.7$ を使用することにしよう (3-2-3 参照)。サンプリング時間が1時間以上の場合には Larsen の変換式で算出する (3-4-2 参照)。式 3.25 は T の単位が分であるが、単位を時間とし、 $T_1 = 1$ 、 $T_2 = T$ および $\sigma_{g,wd}(1) = 1.7$ 代入すると

$$\sigma_{g,wd}(T) = e^{(\log_e 1.7) \sqrt{\frac{\log_e(8/T)}{\log_e 8}}} \quad \text{式 5.23}$$

となる。式 5.22 の左辺に代入すると

$$\log_e C + \frac{(\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8} > \log_e OEL$$

となり、変形すると

$$\frac{C}{OEL} > e^{-\frac{(\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}} \quad \text{式 5.24}$$

となる。したがってこの不等式が成り立てば、8時間平均濃度が OEL を超えると50%以上の確率で言える。

次に95%以上の確率で OEL よりも低いと判断することを考えよう。測定値 C は幾何平均 $\mu_{g,wd}(T)$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,wd}(T)$ の対数正規分布から取り出した標本と考えられるので、次式が95%の確率で成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,wd}(T) - 1.645 \log_e \sigma_{g,wd}(T) \leq \log_e C$$

両辺に $\frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ を加えて、変形すると

$$\log_e \mu_{g,wd}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 \leq \log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,wd}(T)$$

となり、さらに

$$\log_e \mu \leq \log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,wd}(T)$$

となる。したがって

$$\log_e C + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,wd}(T) \leq \log_e OEL \quad \text{式 5.25}$$

であれば、95%以上の確率で

$$\mu \leq OEL$$

が成り立つ。 $\sigma_{g,wd}(T)$ に $e^{(\log_e 1.7 \sqrt{\frac{\log_e(8/T)}{\log_e 8}})}$ を代入すると

$$\log_e C + \frac{(\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8} + 1.645 \log_e 1.7 \sqrt{\frac{\log_e(8/T)}{\log_e 8}} \leq \log_e OEL$$

となり、変形すると

$$\frac{C}{OEL} \leq e^{\left(\frac{-3.29 \log_e 1.7 \sqrt{\log_e 8 \log_e(8/T)} - (\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}\right)} \quad \text{式 5.26}$$

となる。したがってこの不等式が成り立てば、8時間平均濃度が OEL 以下であると 95%以上の確率で言える。

2) 評価

評価は以下のようになる。

$$\text{第1曝露区分} \quad \frac{C}{OEL} \leq e^{\left(\frac{-3.29 \log_e 1.7 \sqrt{\log_e 8 \log_e(8/T)} - (\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}\right)}$$

$$\text{第2曝露区分} \quad e^{\left(\frac{-3.29 \log_e 1.7 \sqrt{\log_e 8 \log_e(8/T)} - (\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}\right)} < \frac{C}{OEL} \leq e^{-\frac{(\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}}$$

$$\text{第3曝露区分} \quad e^{-\frac{(\log_e 1.7)^2 \log_e(8/T)}{2 \log_e 8}} < \frac{C}{OEL}$$

第1曝露区分の場合、8時間平均濃度が OEL 以下と 95%以上の確率で言える（信頼水準 95%以上）。第2曝露区分の場合、8時間平均濃度が OEL 以下と 50～95%の確率で言える（信頼水準 50～95%）。第3曝露区分の場合、8時間平均濃度が OEL を超えると 50%以上の確率で言える（信頼水準 50%以上）。図 5.12 に曝露区分を示すが、 $\frac{C}{OEL}$ が実線より上の場合は第3曝露区分、 $\frac{C}{OEL}$ が破線より下の場合は第1曝露区分、実線と破線の間の場合は第2曝露区分である。

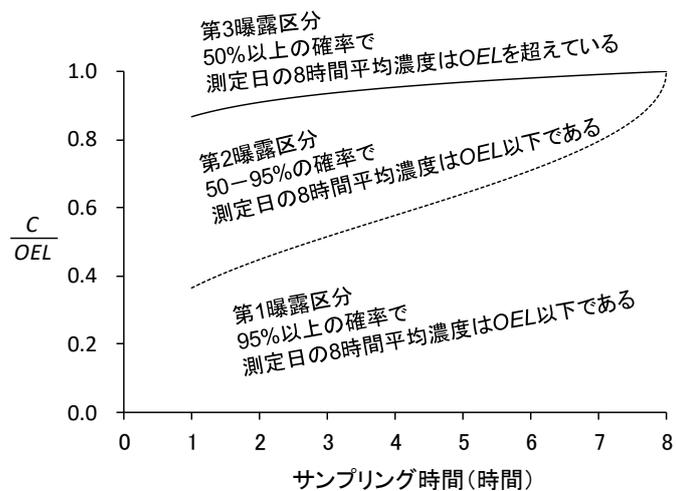


図5.12 測定日における8時間平均濃度の評価
C: 測定値, OEL: 職業性曝露限界

[事例 5-10]

合成化学作業者のアセトンの2時間平均濃度を測定し190ppmを得た。許容濃度は200ppmである。上記の評価式に $C = 190$ 、 $OEL = 200$ および $T = 2$ を代入すると、第3曝露区分の不等式が成り立つので（左辺=0.91、右辺=0.95）、8時間平均濃度が OEL を超えていると50%以上の確率で言える。

8時間曝露濃度が OEL を超えるか否かについては、NIOSH の評価法では信頼水準95%で判断しているが、ここで示した評価法では信頼水準50%で判断している。これは「不適合」ということが50%以上の確率で言えるのであれば、改善対策を実施すべきだという考え方に立ったものである。ところで信頼水準50%での判断というのは一般に行われている。たとえば、作業環境評価基準では、単位作業場所内の濃度分布の95%値（第1評価値）および算術平均（第2評価値）を管理濃度と比較して管理区分を決定するが、2つの評価値を推定するために、標本幾何平均を母集団の幾何平均として、標本幾何標準偏差を母集団の幾何標準偏差として扱っており（4-3-2 参照）、これは信頼水準50%の判断をしていることになる。

8時間曝露濃度が OEL 以下であるか否かについては、NIOSH の評価法と同様に信頼水準95%で判断する方法を示している。改善対策の必要がないと判断するのであるから、高い信頼水準が必要との考えに立ったものである。

5-9-2 測定した日における作業グループの曝露評価

同じ作業場で同一の作業を行なっている作業員 N 人のグループを想定する。この中から、無作為に n 人を選び、各人ごとに T 時間平均濃度を測定した場合、測定していない作業員も含めて8時間平均濃度を評価する方法を考えてみる。そのために、まず T 時間平均濃度の日内変動と8時間平均濃度の作業員間変動を合わせた変動を表現できるモデルを確立することから始めよう。

1) 日内変動と作業員間変動を合わせたモデル

最初に2つのことを仮定する。

- ① 同じ作業場で同一作業を行っている作業員 N 人のグループを想定する。この同一作業グループは、同等リスクあるいは同等曝露を前提とする欧米の評価法で用いられている作業員グループとは異なり、あくまでも同じ作業をしているグループであって、作業員間の曝露レベルには違いがあってもよい。

グループ内の各作業員の曝露濃度は時間とともに変動しており、各作業員の T 時間平均濃度の日内分布は対数正規分布で近似できる。この日内分布の平均（算術平均）は作業員間で異なり、作業員 i の平均を μ_i とする。ここで、日内分布の幾何平均ではなく、算

術平均を各作業者の代表値としているのは、それが 8 時間平均濃度であり、曝露濃度を評価する場合の基本要素のためである。一方、日内分布の幾何標準偏差は作業者間で同一とし $\sigma_{g,wd}$ とする。そして、日内変動を表現する分布として、幾何平均 $e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd})^2}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,wd}$ の対数正規分布を設定する。幾何平均を 1 としないで、 $e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd})^2}$ としたのは、分布の算術平均を 1 とするためである。この分布を「分布 1」としよう。分布 1 の標本を X_j とすると、それは、作業者 i の j 番目の T 時間平均濃度が、その作業者の日内分布の平均 μ_i 、すなわち 8 時間平均濃度の何倍かを示す指標である。

⑥ 各作業者の日内分布の平均 μ_i は作業者間で異なり、 U 人の μ_i の分布（作業者間分布）が対数正規分布で近似できる。欧米の個人曝露評価で使用される作業者間分布は、各作業者の 8 時間平均濃度の長期間の算術平均の作業者間分布であるが、ここでは、測定した日の作業者間分布である。その分布の幾何平均を $\mu_{g,bw}$ 、幾何標準偏差を $\sigma_{g,bw}$ としよう（添字 bw は”between-worker”を表わすためのものである）。この分布を「分布 2」としよう。分布 2 の標本は各作業者の日内分布の平均 μ_i である。

図 5.13 に日内変動と作業者間変動を合わせた T 時間平均濃度の分布のモデルを示す。分布 1 および分布 2 から 1 つずつ標本を抽出して掛け合わせた値 $X_j \mu_i$ が、作業者 i の j 番目の T 時間平均濃度となる。そして、 X_1 から X_N まで、 μ_1 から μ_U までを全て抽出して $X_j \mu_i$ を算出すれば、その集合が日内変動と作業者間変動を合わせた T 時間平均濃度の分布となる。それは対数正規型であり、幾何平均 $\mu_{g,wd \cdot bw}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,wd \cdot bw}$ は次式で表わされる(2-3-10 参照、添字の $wd \cdot bw$ は日内変動と作業者間変動を合わせたことを示す)。

$$\mu_{g,wd \cdot bw} = \mu_{g,bw} \times e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd})^2} \quad \text{式 5.27}$$

$$\sigma_{g,wd \cdot bw} = e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + (\log_e \sigma_{g,bw})^2}} \quad \text{式 5.28}$$

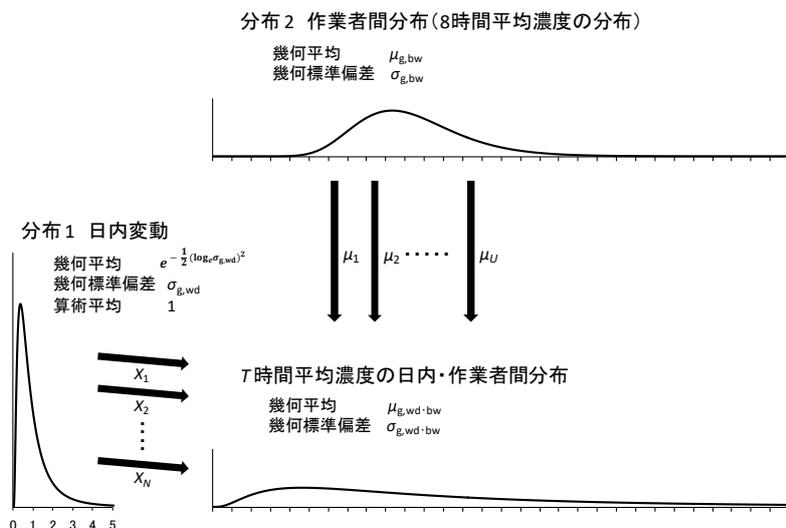


図5.13 T 時間平均濃度の日内変動と作業者間変動を合わせたモデル

2) 測定と評価式の導出

さて、日内変動と作業員間変動を合わせた T 時間平均濃度の変動モデルができたので、次に測定と評価法について考えよう。まず、作業員 n 名を無作為に選択し、 T 時間平均濃度を測定するのであるが、サンプリング時間帯の選び方に 2 つの方式が考えられる。1 つは、全員同じ時間帯にサンプリングする方式である（同時サンプリング方式）。たとえば、全員 9 時 30 分から 11 時 30 分までとする。個人サンプラーの装着などにより、作業員ごとにサンプリング開始時間が若干ずれても、同時サンプリング方式として取り扱う。もう 1 つは、サンプリング時間帯が重ならないようにする方式である（時間差サンプリング方式）。時間差サンプリング方式の場合には、 n 個の測定値には日内変動および作業員間変動が含まれているのに対して、同時サンプリング方式の場合は日内変動が含まれず、作業員間変動のみとなる。作業員 n 名のサンプリング全体に同じ時間をかけるとすれば、同時サンプリング方式の方が 1 サンプル当たりのサンプリング時間を長くできるので、8 時間平均濃度を評価する場合には誤差を小さくできる。したがって、同時サンプリング方式の場合に絞って、評価法を考えよう。

作業員 n 人の T 時間平均濃度の測定値 $C_1(T), C_2(T) \cdots C_n(T)$ の標本幾何平均 $m_{g,bw}(T)$ の分布を考える。同時サンプリングでは、測定値間のばらつきには作業員間変動のみが現れ、日内変動は現れないと仮定すると、作業員 i の測定値 $C_i(T)$ は $\mu_i X_s(T)$ と表すことができる。 $\mu_i X_s(T)$ には日内変動が現れないと仮定しているので、 $X_s(T)$ は全作業員に共通の確率変数である。したがって、 $m_{g,bw}(T)$ は次式のようになる。

$$\log_e m_{g,bw}(T) = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e C_i(T)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e \mu_i X_s(T)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \log_e \mu_i}{n} + \log_e X_s(T)$$

第 1 項は平均 $\log_e \mu_{g,bw}$ および分散 $\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n}$ の正規分布となり、第 2 項は平均 $-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ および分散 $(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ の正規分布となる。したがって、 $\log_e m_{g,bw}(T)$ は平均 $\log_e \mu_{g,bw} - \frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ および分散 $\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$ の正規分布となり、 $m_{g,bw}(T)$ は幾何平均 $\mu_{g,bw} e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}$ および幾何標準偏差 $e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{g,bw})^2/n + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}}$ の対数正規分布となる (2-2-7 および 2-3-10 参照)。したがって、50% の確率で次式が成り立つ。

$$\mu_{g,bw} e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2} > m_{g,bw}(T)$$

変形すると

$$\log_e \mu_{g,bw} > \log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$$

となる。両辺に $1.645 \log_e \sigma_{g,bw}$ を加えると

$$\log_e \mu_{g,bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} > \log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw}$$

となる。左辺は、作業員間分布の 95% 値の対数変換値であり (2-3-7 参照)、この値の真数

を作業者グループの中で最高曝露者の8時間平均濃度 μ_{\max} と仮定する。したがって

$$\log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} > \log_e OEL \quad \text{式 5.29}$$

が成り立てば、50%を超える確率（信頼水準>50%）で $\mu_{\max} > OEL$ が成り立つ。上式は次式に変形できる。

$$\frac{m_{g,bw}(T)}{OEL} > e^{(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw})} \quad \text{式 5.30}$$

$\sigma_{g,wd}(T)$ には式 5.23 を適用する。 $\sigma_{g,bw}$ は測定値から算出した標本幾何標準偏差 $s_{g,(n-1)bw}$ を使用する。同時サンプリング方式なので、測定値間のばらつきには日内変動が含まれないと考えられるからである。

次に 95%の確率で OEL よりも低いと判断することを考えよう。 $m_{g,bw}(T)$ は幾何平均 $\mu_{g,bw} e^{-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}$ および幾何標準偏差 $e^{\sqrt{(\log_e \sigma_{g,bw})^2/n + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}}$ の対数正規分布に従うので、95%の確率で以下の不等式が成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,bw} - 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2} \leq \log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2$$

両辺に $1.645 \log_e \sigma_{g,bw}$ を加えて変形すると

$$\log_e \mu_{g,bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} \leq$$

$$\log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} + 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}$$

となる。左辺は μ_{\max} なので、

$$\log_e m_{g,bw}(T) + \frac{1}{2} (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 + 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} + 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2} \leq \log_e OEL \quad \text{式 5.31}$$

が成り立てば、95%を超える確率（信頼水準>95%）で $\mu_{\max} \leq OEL$ が成り立つ。上式は次式に変形できる。

$$\frac{m_{g,bw}(T)}{OEL} \leq \exp\left(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} - 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}\right) \quad \text{式 5.32}$$

$\sigma_{g,wd}(T)$ は式 5.23 を適用する。 $\sigma_{g,bw}$ は測定値から算出した標本幾何標準偏差 $s_{g,(n-1)bw}$ を使用する。

3) 評価

評価は以下のようになる。

$$\text{第 1 曝露区分} \quad \frac{m_{g,bw}(T)}{OEL} \leq \exp\left(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} - 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{第2曝露区分} \quad & \exp\left(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw} - 1.645 \sqrt{\frac{(\log_e \sigma_{g,bw})^2}{n} + (\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2}\right) \\ & < \frac{m_{g,bw}(T)}{OEL} \leq \exp\left(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw}\right) \end{aligned}$$

$$\text{第3曝露区分} \quad \exp\left(-\frac{1}{2}(\log_e \sigma_{g,wd}(T))^2 - 1.645 \log_e \sigma_{g,bw}\right) < \frac{m_{g,bw}(T)}{OEL}$$

第1曝露区分の場合、最高曝露者の8時間平均濃度が *OEL* 以下であると95%以上の確率で言える(信頼水準95%以上)。第2曝露区分の場合、最高曝露者の8時間平均濃度が *OEL* 以下であると50~95%の確率で言える(信頼水準50-95%)。第3曝露区分の場合、最高曝露者の8時間平均濃度が *OEL* を超えると50%以上の確率で言える(信頼水準50%以上)。図5.14および図5.15に曝露区分を示すが、 $\frac{m_{g,bw}(T)}{OEL}$ が実線より上の場合は第3曝露区分、破線より下の場合は第1曝露区分、実線と破線の間の場合は第2曝露区分である。

[事例5-11] 塗装作業者10名のグループから無作為に選ばれた5名のトルエンの2時間平均曝露濃度を測定し、10、15、20、26および40ppmを得た。許容濃度は50ppmである。測定値より、 $m_{g,bw}(2) = 19.9$ (ppm) および $s_{g(n-1),bw} = 1.69$ が算出される。したがって、 $\sigma_{g,bw} = 1.69$ となる。また、式5.23より $\sigma_{g,wd}(2) = 1.54$ が算出される。上記の評価式にこれらの値を代入すると、第3曝露区分の不等式が成り立つので(左辺=0.38、右辺=0.40)、最高曝露者の8時間平均濃度が許容濃度を超えると信頼水準50%以上で言える。

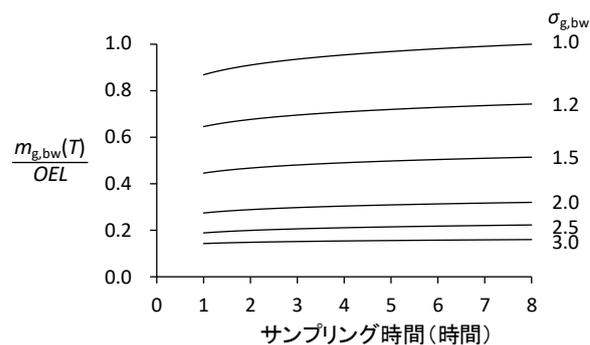


図5.14 測定日における作業者グループ内の最高曝露者の8時間平均濃度の評価(信頼水準50%)

$m_{g,bw}(T)$: 標本幾何平均, *OEL*: 職業性曝露限界, $\sigma_{g,bw}$: 幾何標準偏差(作業者間変動)
 $m_{g,bw}(T)/OEL$ が曲線より上の場合は、50%以上の確率で、最高曝露者の8時間平均濃度が *OEL* を超えている(第3曝露区分)

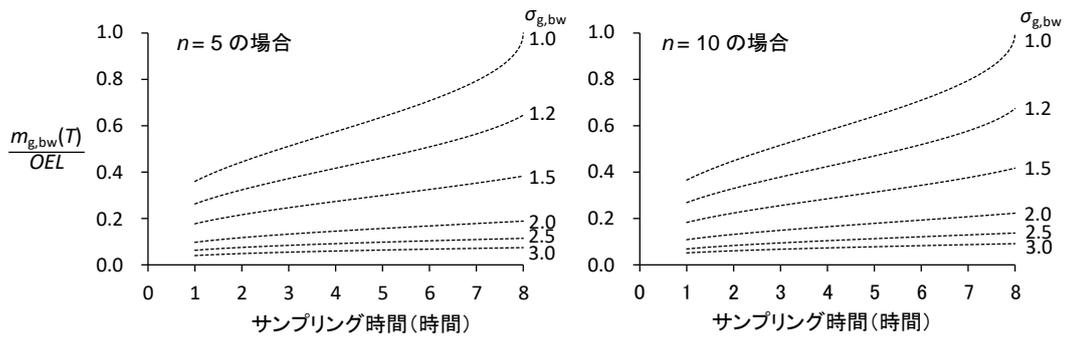


図5.15 測定日における作業グループ内の最高曝露者の8時間平均濃度の評価(信頼水準95%)
 $m_{g,bw}(T)$: 標本幾何平均, OEL : 職業性曝露限界, $\sigma_{g,bw}$: 幾何標準偏差(作業者間変動)
 $m_{g,bw}(T)/OEL$ が曲線より下の場合は、95%以上の確率で、最高曝露者の8時間平均濃度がOEL以下である(第1曝露区分)

5-10 曝露区分評価法（2）日間変動を考慮した作業グループの評価

5-8 では、サンプリング時間が 8 時間未満の場合の評価法を紹介したが、これは測定機関が外部の事業所に出かけて測定する場合を想定し、8 時間未満のサンプリングでも評価ができるようにしたものである。一方、事業所内に測定できる体制のあるところでは、8 時間サンプリングが可能であるだけでなく、年間を通じて作業グループの全作業員について各々数回の測定ができる可能性がある。ここではそのようなケースを想定し、日間変動および作業員間変動を考慮して測定していない日も含めた作業グループの 8 時間平均濃度を評価する方法を示す（文献 5-22, 5-24）。

5-10-1 評価式の導出

同じ作業場で同一の作業を行っている作業員 n_w 人のグループを想定し、全員の 8 時間平均濃度の日間変動と作業員間変動を合わせた分布が幾何平均 $\mu_{g,bd\cdot bw}$ および幾何標準偏差 $\sigma_{g,bd\cdot bw}$ の対数正規分布と仮定する（添字の $bd\cdot bw$ は”between-day and between-worker”の意味）。これら作業員の中の日々の 8 時間平均濃度の最高値をこの分布の 95% 値 X_{95} とすると次式で表わされ、この値と OEL を比較する。

$$\log_e X_{95} = \log_e \mu_{g,bd\cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd\cdot bw} \quad \text{式 5.33}$$

各作業員について評価したい期間から無作為に、あるいは等間隔に抽出した n_d 日間の 8 時間平均濃度を測定する。全測定数を n とすると、 $n = n_w \times n_d$ と表わされる。そして次式を用いて標本幾何平均 $m_{g,bd\cdot bw}$ および標本幾何標準偏差 $s_{g(n-1),bd\cdot bw}$ を算出する（式 2.46 と式 2.50 参照）。

$$\log_e m_{g,bd\cdot bw} = \frac{\sum_{j=1}^{n_d} \sum_{i=1}^{n_w} \log_e C_{ij}}{n} \quad \Rightarrow \quad m_{g,bd\cdot bw} = e^{\log_e m_{g,bd\cdot bw}} \quad \text{式 5.34}$$

$$\log_e s_{g(n-1),bd\cdot bw} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_d} \sum_{i=1}^{n_w} (\log_e C_{ij} - \log_e m_{g,bd\cdot bw})^2}{n-1}} \quad \Rightarrow \quad s_{g(n-1),bd\cdot bw} = e^{\log_e s_{g(n-1),bd\cdot bw}} \quad \text{式 5.35}$$

ここで、 C_{ij} は作業員 i の j 番目の 8 時間平均濃度の測定値である。

このような操作を無限に繰り返すと、 $m_{g,bd\cdot bw}$ の分布は幾何平均 $\mu_{g,bd\cdot bw}$ および幾何標準偏差 $e^{(\log_e \sigma_{g,bd\cdot bw})/\sqrt{n}}$ の対数正規分布となる。測定結果から算出された $m_{g,bd\cdot bw}$ はこの分布から取り出した標本と考えることができるので、50%の確率で次式が成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,bd\cdot bw} \cong \log_e m_{g,bd\cdot bw}$$

両辺に $1.645 \log_e \sigma_{g,bd\cdot bw}$ を加えると

$$\log_e \mu_{g,bd\cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd\cdot bw} \cong \log_e m_{g,bd\cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd\cdot bw}$$

となり、さらに式 5.33 より

$$\log_e X_{95} \geq \log_e m_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}$$

となる。したがって

$$\log_e m_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw} > \log_e OEL \quad \text{式 5.36}$$

であれば、50%以上の確率で

$$X_{95} > OEL$$

が成り立つ。式 5.36 を変形すると

$$\frac{m_{g,bd \cdot bw}}{OEL} > e^{-1.645 \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}} \quad \text{式 5.37}$$

が導かれる。

次に 95%以上の確率で OEL よりも低いと判断することを考えよう。測定結果から算出された $m_{g,bd \cdot bw}$ は幾何平均 $\mu_{g,bd \cdot bw}$ および幾何標準偏差 $e^{(\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw})/\sqrt{n}}$ の対数正規分布から取り出した標本と考えられるので、次式が 95%の確率で成り立つ。

$$\log_e \mu_{g,bd \cdot bw} - 1.645 \frac{\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}}{\sqrt{n}} \leq \log_e m_{g,bd \cdot bw}$$

両辺に $1.645 \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}$ を加えて、変形すると

$$\log_e \mu_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw} \leq \log_e m_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \left(\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw} + \frac{\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}}{\sqrt{n}} \right)$$

となり、さらに式 5.33 より

$$\log_e X_{95} \leq \log_e m_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \left(\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw} + \frac{\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}}{\sqrt{n}} \right)$$

となる。したがって

$$\log_e m_{g,bd \cdot bw} + 1.645 \left(\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw} + \frac{\log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}}{\sqrt{n}} \right) \leq \log_e OEL \quad \text{式 5.38}$$

であれば、95%以上の確率で

$$X_{95} \leq OEL$$

が成り立つ。式 5.38 を変形すると

$$\frac{m_{g,bd \cdot bw}}{OEL} \leq e^{-1.645 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \log_e \sigma_{g,bd \cdot bw}} \quad \text{式 5.39}$$

が導かれる。

5-10-2 評価

評価は以下のようになる。

$$\text{第1曝露区分} \quad \frac{m_{g,bd\cdot bw}}{OEL} \leq e^{-1.645(1+\frac{1}{\sqrt{n}})\log_e\sigma_{g,bd\cdot bw}}$$

$$\text{第2曝露区分} \quad e^{-1.645(1+\frac{1}{\sqrt{n}})\log_e\sigma_{g,bd\cdot bw}} < \frac{m_{g,bd\cdot bw}}{OEL} \leq e^{-1.645\log_e\sigma_{g,bd\cdot bw}}$$

$$\text{第3曝露区分} \quad e^{-1.645\log_e\sigma_{g,bd\cdot bw}} < \frac{m_{g,bd\cdot bw}}{OEL}$$

図 5.16 に式 5.37 および式 5.39 を示すが、 $\frac{m_{g,bd\cdot bw}}{OEL}$ が破線より下の場合は、作業グループの日々の8時間平均濃度の最高値が OEL 以下であると 95%以上の確率で言え（信頼水準 95%以上）、第1曝露区分である。実線より上の場合は、作業グループの日々の8時間平均濃度の最高値が OEL を超えると 50%以上の確率で言え（信頼水準 50%以上）、第3曝露区分である。実線と破線の間であれば、作業グループの日々の8時間平均濃度の最高値が OEL 以下であると 50~95%の確率で言え（信頼水準 50-95%以上）、第2曝露区分である。

実際には、式 5.37 および式 5.39 の $\sigma_{g,bd\cdot bw}$ には式 5.35 により算出する $s_{g(n-1),bd\cdot bw}$ の値を代入して計算するので、この評価は近似法である。

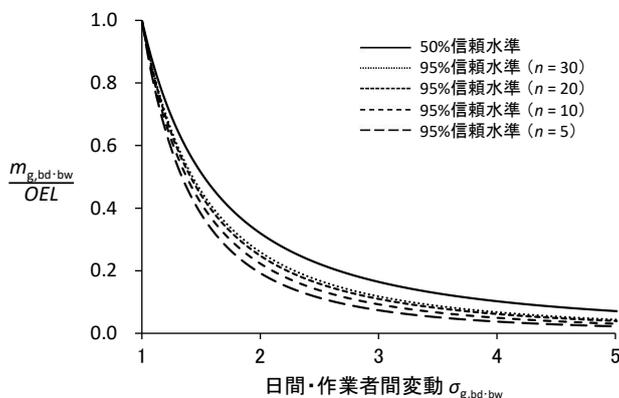


図5.16 日間変動を考慮した作業グループの8時間平均濃度の評価
 $m_{g,bd\cdot bw}$: 標本幾何平均, OEL : 職業性曝露限界
 $\sigma_{g,bd\cdot bw}$: 幾何標準偏差, n : 測定数

[事例 5-12]

陶器製品製造事業所において、定期的に個人曝露測定を実施し曝露区分評価法を適用している事例がある（文献 5-24）。作業場と職種により作業者をグループに分け、吸入性粉塵の個人曝露濃度を各人ごとに年間 4~6 回測定している。

図 5.17 は成形作業 30 人のグループにおける吸入性粉塵の 8 時間平均濃度の分布である。全ての測定値（各人 4 回、 $n = 120$ ）を使用しているため、作業時間変動と日間変動を含む分布である。対数変換の方が直線性があり、対数正規分布に近い。

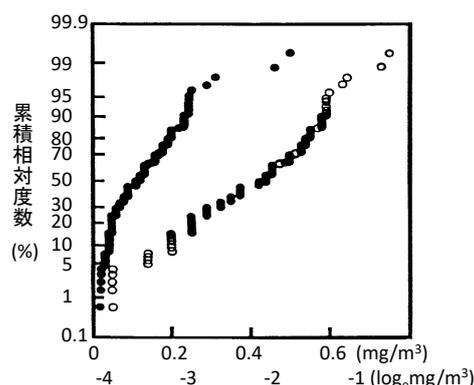


図5.17 成形作業グループの吸入性粉塵濃度の分布正規確率紙による分布型の検討
●：実測値，○：対数変換値（自然対数）
（文献5-24より、一部改変）

測定値から標本幾何平均および標本幾何標準偏差を算出すると、 $m_{g,bd\cdot bw} = 0.10 \text{ (mg/m}^3\text{)}$ 、 $s_{g(n-1),bd\cdot bw} = 2.06$ が得られた。この作業場で使用しているカオリナイトおよびろう石は日本産業衛生

学会の指定する第一種粉塵であり、吸入性粉塵の許容濃度 OEL は 0.5 mg/m^3 である（文献 5-1）。これらの値を上記の評価式に代入すると（ $\sigma_{g,bd\cdot bw}$ に $s_{g(n-1),bd\cdot bw}$ の値を使用する）、第 1 曝露区分の不等式が成り立つ（左辺 = 0.20、右辺 = 0.27）。したがって、このグループの 8 時間平均濃度の最高値は許容濃度よりも低いと 95% 以上の確率で言える。

上記の評価では、式 5.37 および式 5.39 の $\sigma_{g,bd\cdot bw}$ に $s_{g(n-1),bd\cdot bw}$ の値を使用しているため、近似的評価となる。

2-2-6 で学んだ非心 t 分布を用いれば、厳密な評価式を導くことができる（文献 5-23）。この本では導出法は説明しないが、評価式を図 5.18 に示す。測定数が増えると近似法（図 5.16）とほぼ同じになるが、測定数が少ない場合はかなりのずれがあり、近似法の不正確さが明確になる。したがって、上記の評価法を用いる場合は測定数が 20 以上は必要であろう。

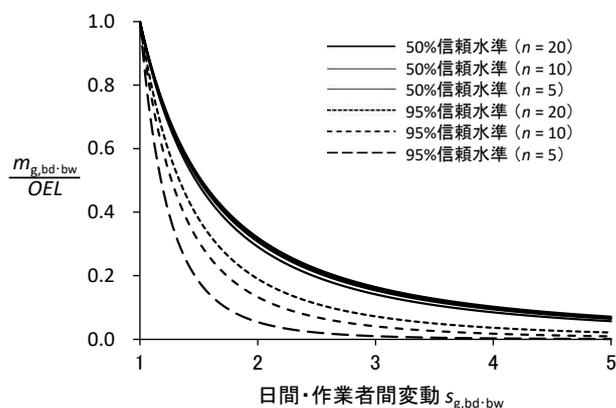


図5.18 日間変動を考慮した作業グループの8時間平均濃度の評価非心 t 分布を用いる厳密な方法

$m_{g,bd\cdot bw}$ ：標本幾何平均， OEL ：職業性曝露限界
 $s_{g,bd\cdot bw}$ ：標本幾何標準偏差， n ：測定数

第5章の参考文献

- 5- 1 日本産業衛生学会. 許容濃度等の勧告 (2022 年度). 産業衛生学雑誌 2022;64:253-285.
- 5- 2 U.S. Occupational Safety and Health Administration. Occupational Safety and Health Standards, 1910 Subpart Z - Toxic and Hazardous Substances.
- 5- 3 American Conference of Governmental Industrial Hygienists. 2017 TLVs® and BEIs®. Cincinnati: ACGIH, 2017.
- 5- 4 European Communities. Council Directive 98/24/EC of 7 April 1998, The protection of the health and safety of workers from the risks related to chemical agents at work. Official Journal of the European Communities 1998.
- 5- 5 European Union. Commission Directive 2000/39/EC of 8 June 2000, Establishing a first list of indicative occupational exposure limit values in implementation of Council Directive 98/24/EC on the protection of the health and safety of workers from the risks related to chemical agents at work. Official Journal of the European Communities, 16 June 2000.
- 5- 6 European Union. Commission Directive 2006/15/EC of 7 February 2006, Establishing a second list of indicative occupational exposure limit values in implementation of Council Directive 98/24/EC and amending Directives 91/332/EEC and 2000/39/EC. Official Journal of the European Communities, 9 Feb 2006.
- 5- 7 European Union. Commission Directive 2009/161/EU of 17 December 2009, Establishing a third list of indicative occupational exposure limit values in implementation of Council Directive 98/24/EC and amending Commission Directive 2000/39/EC. Official Journal of the European Union, 19 Dec 2006.
- 5- 8 Health and Safety Executive. EH40/2005 Workplace exposure limits. 2020.
- 5- 9 Institute for Occupational Safety and Health of the German Social Accident Insurance. GESTIS International limit values.
- 5-10 Deutsche Forschungsgemeinschaft. List of MAK and BAT Values 2011. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011.
- 5-11 Leidel NA, Busch KA, Lynch JR. Occupational exposure sampling strategy manual (NIOSH Publication No. 77-173). Washington, D.C: Government Printing Office, 1977.
- 5-12 American Industrial Hygiene Association. A strategy for assessing and managing occupational exposures, Bullock WH and Ignacio JS, ed, 4th ed. Fairfax: American Industrial Hygiene Association, 2015.
- 5-13 Comité Européen de Normalisation (CEN). European Standard EN 689:2018. Workplace exposure - Measurement of exposure by inhalation to chemical agents - Strategy for testing compliance with occupational exposure limit values. Brussels: Comité Européen de Normalisation, 2018.
- 5-14 British Occupational Hygiene Society, Nederlandse Vereniging voor Arbeidshygiëne. Testing Compliance with Occupational Exposure Limits for Airborne Substances. 2011.
- 5-15 Kromhout H, van Tongeren M, Burstyn I. Design of exposure measurement surveys and their statistical analyses. In “Occupational Hygiene, 3rd Edition” edited by Gardiner and Harrington. Oxford: Blackwell Publishing, 2005.
- 5-16 Ramachandran G. Occupational exposure assessment for air contaminants. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- 5-17 Rappaport SM, Kupper LL. Quantitative exposure assessment. El Cerrito: Stephen Rappaport, 2008.
- 5-18 Ramachandran G. Toward better exposure assessment strategies—The new NIOSH Initiative. Ann. Occup. Hyg., 2008;52: 297-301.
- 5-19 日本産業衛生学会・作業環境測定検討委員会. 作業環境測定検討委員会報告. 産業衛生学雑誌 2005;47:A74-76.
- 5-20 日本産業衛生学会・産業衛生技術部会. 化学物質の個人ばく露測定のガイドライン. 産衛誌

- 2015;57:67-114. (https://plaza.umin.ac.jp/jsoh-ohe/files/kojinbakuro/J57_2_09.pdf)
- 5-21 熊谷信二, 松永一朗. サンプルング時間が 8 時間に満たない場合の曝露濃度測定値の評価法. 産業衛生学雑誌 2002;44:106-113.
- 5-22 松永一朗, 熊谷信二, 杉本寛治. 産業有害物の個人曝露量の評価 (その 1) 日間変動を考慮した個人曝露濃度の評価法. 産業医学 1988;30:179-185.
- 5-23 松永一朗, 熊谷信二, 杉本寛治. 産業有害物の個人曝露量の評価 (その 4) 片側許容限界を用いた評価法. 産業医学 1989;31:227-234.
- 5-24 成清雄一, 塚島英明, 名古屋俊士. 粉じん曝露濃度の評価方法 1. 作業場毎の評価に関する試み. 労働科学 1999;75:247-256.
- 5-25 Bar-Shalom Y, Budenaers D, Schanker R, Segall A. Handbook of statistical tests for evaluating employee exposure to air contaminants (HEW Publication No. 75-147). Washington, D.C: Government Printing Office, 1975.
- 5-26 東京大学教養学部統計学教室. 統計学入門. 東京: 東京大学出版会, 1991:153-173.

第5章のまとめ

個人曝露濃度

$$\text{時間加重平均} \quad \text{TWA} = \frac{\sum_{i=1}^k C_i T_i}{\sum_{i=1}^k T_i}$$

職業性曝露限界 OEL

8 時間平均濃度の基準

短時間曝露濃度の基準（15 分間平均濃度の基準， 最大許容濃度・天井値， 超過限度）

米国 NIOSH の曝露評価法

判定文書

有害物質の使用量、作業場の換気速度および安全係数を基に作業者の曝露濃度を推定する
曝露濃度がアクションレベル（AL）未満と推定されれば、工程などに変更がない限りこれで終了
曝露濃度が AL 以上と推定されれば、曝露濃度を測定する
AL の値は OEL の概ね 1/2 である

個人曝露測定

最高曝露者を予測できれば、その曝露濃度を測定する
最高曝露者を予測できなければ、同等リスクグループの中から無作為に選択して測定する
測定値が AL 以上の場合は、AL 以上の可能性のある全作業者を選択し曝露濃度を測定する
測定値が OEL を超えた場合には、作業環境改善を実行する

4 つのサンプリング方式と評価法（測定した日の評価）

全期間単一サンプリング 測定誤差を考慮して評価
全期間分割サンプリング 測定誤差を考慮して評価
部分期間分割サンプリング 測定誤差を考慮して評価（未測定時間帯の濃度を 0 とみなす）
グラブサンプリング 日内変動（測定誤差を含む）を考慮して評価

アクションレベル（AL）

測定していない日の 8 時間平均濃度が OEL を超えないためのものである
ただし、想定している日間変動が産業現場での実測値に比べて小さすぎる

米国産業衛生協会の曝露評価法

目標の明確化

現在の曝露状況が OEL などの基準に適合しているか否かを判定する
作業グループ全体の曝露状況を把握し評価する

情報収集

作業場、作業者、有害物質に関する情報を収集する
OEL の決定の根拠や確かさも把握する

曝露評価

同等曝露グループの編成

作業者を同等曝露グループに分類する

初回曝露評価

最悪ケースにおける曝露濃度の範囲を推定し、範囲の上限値を OEL と比較する
各グループを推定曝露濃度の上限値が OEL の 1/10 未満か 1/10 以上かで分類する

曝露濃度の推定・予測

過去の曝露濃度測定データや簡易測定器の測定データから推定する
同種の作業を行っている作業グループの測定データから推定する
数理モデルに基づいて曝露濃度を予測する

曝露濃度測定

95%値が *OEL* の 1/10 以上のグループでは、曝露濃度を測定する
1/10 未満のグループでも、無作為に選択して測定する
グループ内の作業者を無作為に選択して、少なくとも 6～10 個の測定値を得る

曝露指標と曝露区分

8 時間平均濃度の 95% 値を *OEL* と比較して、5 つの曝露区分に分類する
曝露区分 2 以上では、曝露測定を実施
曝露区分 3 以上では、さらに作業環境管理の妥当性の検討を実施
曝露区分 4 では、さらに優先順に対策を実施、呼吸保護具の選択の妥当性を確認

定期再評価

適合と判定されても、その後の状況を確認するために、定期再評価を行う
変更管理のシステムを導入していても、再評価の間隔を決めておくことは重要
再評価では、定期的に曝露測定を実施する

欧州規格の曝露評価法

基本特性評価

有害物質の特定と職場要因の検討

使用する物質、作業工程、有害物質の発生源と高濃度の場所、局所排気装置などの工学的対策、
作業者の行動、曝露の期間・頻度・時間、作業負荷、仕事量、生産量などを調査する

曝露推定

過去の測定データや有害物質使用量・換気速度などの定量的データを基に曝露濃度を推定する
曝露が *OEL* よりも高いと判定されれば、改善対策を実施して再評価を行う
曝露が *OEL* よりも十分低いと判定されれば、曝露測定が必要かどうかを決定する
曝露が *OEL* よりも十分低いと判定するための情報が不十分であれば、曝露測定に進む

曝露測定と評価

同等曝露グループの編成

作業者を同等曝露グループに分類する

予備試験

同等曝露グループから無作為に 3～5 人を選択して曝露濃度を測定する
いずれかの測定値が *OEL* を超えておれば、改善対策を実施して再評価する
3 人の測定値が全て *OEL* の 0.1 倍未満、4 人の測定値が全て *OEL* の 0.15 倍未満、あるいは
5 人の測定値が全て *OEL* の 0.2 倍未満であれば、適合となり、以後は定期測定を行う
これら以外の場合は、追加測定に進む

追加測定および適合テスト

同等曝露グループ内の作業者の曝露分布は同一であると仮定する
評価には 6 個以上の測定値が必要
日間分布の 95% 値が *OEL* 以下であることを信頼水準 70% 以上で言えれば適合
日間分布の 95% 値が *OEL* より高い確率が 30% 以上の場合に不適合

$$U = \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e S_g(n-1)}$$

U が U_T よりも小さければ不適合であり、改善対策を実施し再評価する

U が U_T 以上であれば適合である

定期測定

目的は曝露低減対策が有効に働いていることと、曝露濃度の長期的な傾向を把握すること
実施頻度は前回の測定値が高いほど、実施頻度は多い

英国労働衛生学会・オランダ労働衛生学会の曝露評価法

曝露評価

同等曝露グループの編成

作業者を同等曝露グループに分類する

スクリーニングテスト

同等曝露グループから無作為に 3 人以上を選択して曝露濃度を測定する
いずれかの測定値が *OEL* を超えておれば、改善対策を実施して再評価
全ての測定値が *OEL* の 1/10 未満であれば適合となり、定期測定に進む
全ての測定値が *OEL* 以下であるが、いずれかの測定値が *OEL* の 1/10 以上の場合は、
グループ適合テストに進む

グループ適合テスト

同等曝露グループ内の作業者の曝露分布は同一であると仮定する
評価には 9 個以上の測定値が必要
選択された各作業者について 2 日間の測定を、可能であれば 3 日間以上の測定を行う
日間分布の 95% 値が *OEL* 以下であることを信頼水準 70% 以上で言えれば適合
日間分布の 95% 値が *OEL* より高い確率が 30% 以上の場合に不適合

$$U = \frac{\log_e OEL - \log_e m_g}{\log_e S_g(n-1)}$$

U が U_T よりも小さければ不適合であり、改善対策を実施し再評価する

U が U_T 以上であれば適合であり、同一性テストに進む

同一性テスト

同等曝露という仮定が正しいのか否かを判定する
曝露濃度の全体の変動を日間変動と作業者間変動に分割する
全体の変動に占める作業者間変動の割合が 0.2 以下であれば、仮定は適切と判断
0.2 を超えた場合は、仮定は不適切として個別作業者適合テストに進む

個別作業者適合テスト

各作業者の日間分布の 95% 値が *OEL* 以下であることを信頼水準 80% 以上で言えるかを判断する

$$H = \frac{\log_e OEL - (\log_e m_g + 1.645 \log_e S_{g,bd})}{\log_e S_{g,bw}}$$

H が 0.842 以上であれば適合となり、定期測定に進む

H が 0.842 よりも小さければ、不適合となり、改善対策を実施し再評価する

定期測定

曝露が低く保たれているかを確認するため、測定結果の如何によらず定期測定を実施する
ただし、実施頻度は前回の測定結果により異なる。

日本産業衛生学会・産業衛生技術部会の測定・評価法

事前調査

- 作業場の全般状況を把握する
- 評価対象とする有害物質を選定する
- 同等曝露グループを編成する

曝露測定

- 原則として曝露濃度測定を実施するが、状況により測定しない選択肢もある
- 測定対象者は同等曝露グループ内から無作為に選ぶ
- 測定数は5個以上、測定時間は1シフト測定の場合8時間が原則
- 必要に応じて短時間曝露濃度（15分間）の測定を並行して行う

管理区分の決定と事後対策

- 測定結果から算術平均と95%値を算出し、*OEL*と比較して管理区分を決定する
- 管理区分は、管理が適切である方から順に、「1A」「1B」「1C」「2A」「2B」「3」の6区分である
- 管理区分2Bおよび3の場合は、改善対策を行う
- 管理区分2Aの場合は、更なるばく露低減措置に努める

定期評価・測定

- 一定期間毎に再評価および再測定を行う
- 管理区分が良好なほど、実施間隔は長くなる

曝露区分評価法1（測定した日の評価）

測定対象者の曝露評価

- サンプリング時間が8時間未満の場合に適用する
- サンプリング時間が1時間の場合は、産業現場で得られた日内変動の代表値を使用する
- サンプリング時間が1時間より長い場合は、Larsenの変換式を用いて日内変動を算出する
- 対数正規分布を仮定して、測定した日の8時間平均濃度を*OEL*と比較する

作業グループの曝露評価

- サンプリング時間が8時間未満の場合に適用する
- 日内変動はLarsenの変換式を用いて算出する
- 作業者間変動は測定値から算出する
- 作業グループの最高曝露者の8時間平均濃度を*OEL*と比較する

曝露区分評価法2（測定していない日も含めた評価）

- サンプリング時間は8時間とする
- 作業者間変動と日間変動を考慮する
- 長期間における作業グループの8時間平均濃度の最高値を*OEL*と比較する

第6章

作業環境測定と 個人曝露測定

第6章 作業環境測定と個人曝露測定

6-1 単位作業場所の管理区分と個人曝露濃度の関係

気中濃度測定の方法である作業環境測定と個人曝露測定について学んできたが、これらの測定を同じ作業場において同時に実施した場合に2つの濃度の関係がどのようなようになるかについては多くの調査が行われている。

図6.1は作業環境濃度の幾何平均とそこで働く作業者の個人曝露濃度の関係を示したものであるが、全体として個人曝露濃度の方が高い傾向にある。図6.2上図は、同じデータを用いて作業環境濃度の第1評価値と個人曝露濃度の関係を示したものであるが、第1評価値は、一部を除くと個人曝露濃度よりも高い。したがって、第1評価値が管理濃度と同じ場合（第1管理

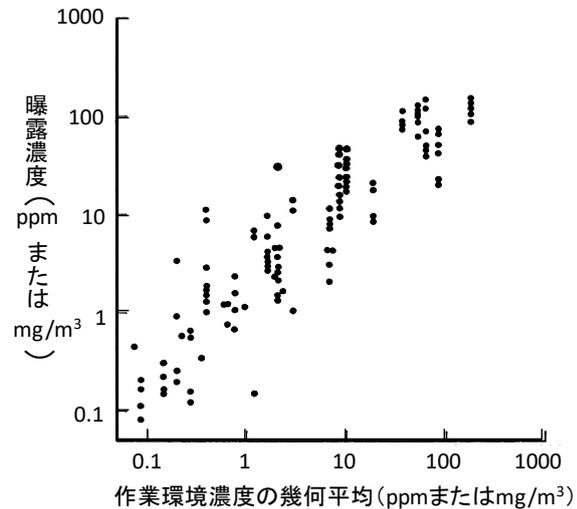


図6.1 作業環境濃度の幾何平均と曝露濃度の関係
トルエン、メチルエチルケトン、酢酸エチル
イソプロピルアルコール、鉛ヒューム、鉍物性粉塵
溶接ヒューム、石綿、アクリロニトリル、スチレン
塩化ビニルモノマー、ベンゼン
(文献6-1より)

区分の中でもっとも第2管理区分に近い状態)には、ほとんどの作業者の個人曝露濃度は管理濃度よりも低いことになる。管理濃度は許容濃度の数値とほぼ同じなので、第1管理区分であれば、作業者の個人曝露濃度は許容濃度よりも低いことを意味している。一方、図6.2下図は作業環境濃度の第2評価値と個人曝露濃度の関係を示したものであるが、個人曝露濃度が第2評価値を超えるケースは45%である。したがって、第2評価値が管理濃度と同じ場合（第3管理区分の中でもっとも第2管理区分に近い状態)には、約半数の作業者の個人曝露濃度は管理濃度よりも高いことになり、したがって許容濃度を超過していることを意味している。

まとめると、第1管理区分の場合は、ほとんどの作業者の個人曝露濃度は許容濃度以下であり、第3管理区分の場合は、約半数の作業者の個人曝露濃度は許容濃度を超過していると言える。したがって、作業環境測定により作業環境の評価が適切に行えるというのが、一般的な考え方である。しかし、第1管理区分の作業場のほとんどの作業者の個人曝露濃度は許容濃度以下であるとはいえ、少数の作業者（図6.2上図の場合は8%）については許容濃度を超過していることも事実である。

以上はA測定のみでの評価と個人曝露濃度の関係の検討結果であるが、実際の作業環境測

定ではB測定も併用して管理区分を決定するので、第1管理区分において許容濃度を超える作業者はもっと減少するであろうと推定される。図6.3は256カ所の単位作業場所において、作業環境濃度と最高曝露者（もっとも高い曝露を受けていると考えられた作業者）の個人曝露濃度を同時に測定した結果から作成されたものであるが、曝露濃度がB測定値よりも高いのは79ケース(30.9%)である。B測定値とは単位作業場所の中でもっとも高い濃度であり、その意味から考えれば、このようなケースはありえないはずであるが、B測定時に測定者が作業者に近づけないなどの理由により、このような矛盾が生じている。

表6.1は、各管理区分ごとに作業者の個人曝露濃度が管理濃度を超える割合を示している。第1管理区分では3.5~11.0%の作業者が管理濃度を超えている。つまり「よく管理されている」と判断される第1管理区分においても、個人曝露濃度が管理濃度を超える作業者（多くの場合、許容濃度を超える作業者と言い換えることができる）が少数ではあるが存在していることがわかる。

図6.4は、40カ所の作業場で得られた作業環境濃度と個人曝露濃度の測定データから各作業場における両者の比 $R = \frac{\text{個人曝露濃度}}{\text{作業環境濃度}}$ を算出し、その累積分布を示したものである。Rの中央値は1.5であり、最大は10である。したがって、個人曝露濃度は作業環境濃度よりも高くなる傾向があり、その差が大きい場合は10倍になることを示している。

以上より、作業環境濃度と個人曝露濃度

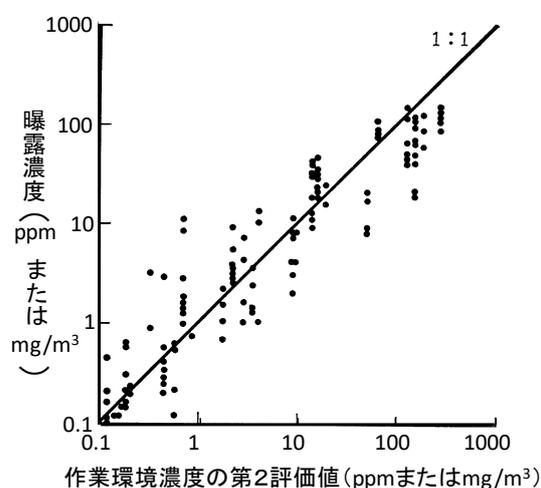
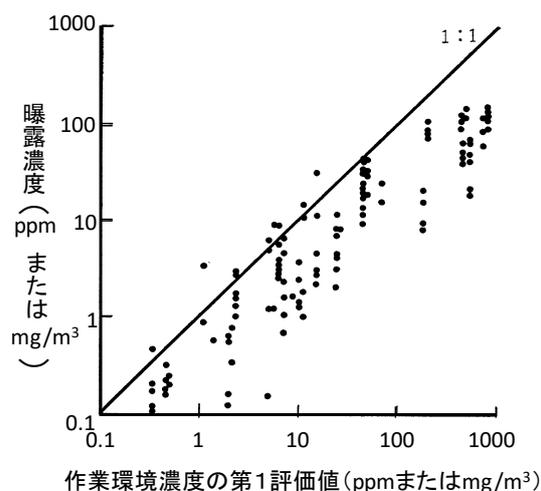


図6.2 作業環境濃度の評価値と曝露濃度の関係
(文献6-2より)

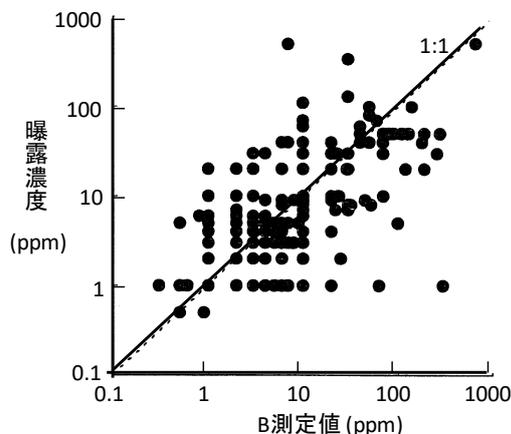


図6.3 B測定値と曝露濃度の関係
(文献6-3より)

には正の相関はあるが、両者の差が大きいケースでは、10倍の違いがあり、作業環境濃度から曝露濃度を決定できるほど緊密な関係はないと言える。したがってそれぞれが固有の役割を持っていると考えるべきであろう。作業環境濃度は作業場内の有害物質濃度を示すものであり、個人曝露濃度は作業者が曝されている空気中の有害物質濃度を示すものである。したがって、作業環境測定は、作業場内のどのあたりの気中有害物質濃度が高いのか知ることができる点が優れている。一方、個人曝露濃度は、作業者が体内に取り込む有害物質の量の指標になりえるため、現在の作業環境で働いても健康影響が発生しないことを確認することができる点が優れている。

表6.1 曝露濃度が管理濃度を超える作業者

	第1管理区分	第2管理区分	第3管理区分
有害物質*1	3.5 %	26.6 %	65.9 %
有機溶剤*2	4.0 %	12.8 %	36.5 %
鉛*3	11.0 %	21.4 %	30.0 %

(*1: 文献6-4より, *2: 文献6-5より, *3: 文献6-6より)

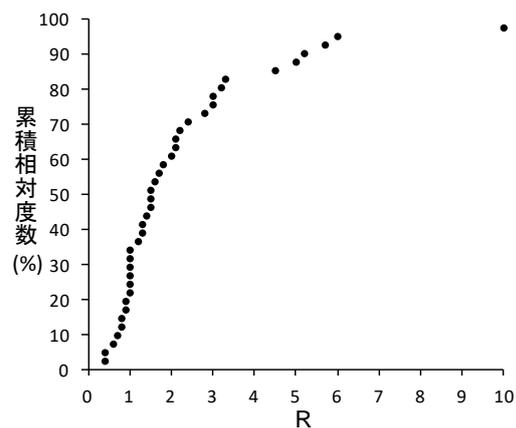


図6.4 個人曝露濃度と作業環境濃度の比の累積分布

$$R = \frac{\text{個人曝露濃度}}{\text{作業環境濃度}}$$

(文献6-7の図3を改変)

6-2 気中濃度測定と労働衛生管理

わが国では、労働衛生管理は、①作業環境管理、②作業管理、③健康管理から成るとされている。有害物質管理の場合、作業環境管理とは工学的対策などにより、作業場の気中有害物質濃度を低下させることである。また、作業管理とは作業方法の改善や保護具の着用などの個人的対策により有害物質の体内取り込みを低下させることである。

ところで、現行の考え方では、作業環境管理、作業管理、そして健康管理を推進するためのツールとして、それぞれ作業環境測定、個人曝露測定、特殊健康診断が位置づけられている（文献6-8）。つまり、「作業環境測定 = 作業環境管理のための測定」「個人曝露測定 = 作業管理のための測定」という位置づけである。しかし、測定と管理に関するこのような固定的な図式は適切ではない。

6-2-1 測定と管理の関係

その図式に当てはまらない事例を以下に紹介する。合金製造の1作業場であるが、原料である金属粉末とパラフィンのアセトン中で混合してスラリー状にし、造粒機に投入して粒状にする（図6.5）。作業者は、①スラリー投入、②造粒機の洗浄、③洗浄液からの上澄み液の回収の3作業でアセトンに曝露される。この作業者のアセトン曝露状況を把握するため、襟元に活性炭管を装着し全勤務時間の平均曝露濃度を測定した。測定結果を図6.6に示す。当初、アセトン曝露濃度は日本産業衛生学会の勧告する許容濃度（200ppm）の4～6倍であった。

そこで、アセトン曝露のある上記の3作業のために、囲い式あるいは外付式の局所排気装置を設置した（作業環境管理）。これによりアセトン曝露濃度は半減したが、まだ許容濃度を超えていた（図6.6の1988～89年）。作業を観察したところ、アセトンを床にこぼすなどが見られたため、作業を丁寧にするよう指導した（作業管理）。

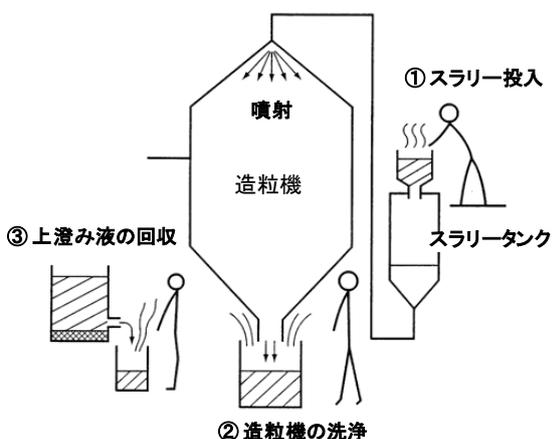


図6.5 合金製造工場でのアセトン曝露作業
（文献6-9より）

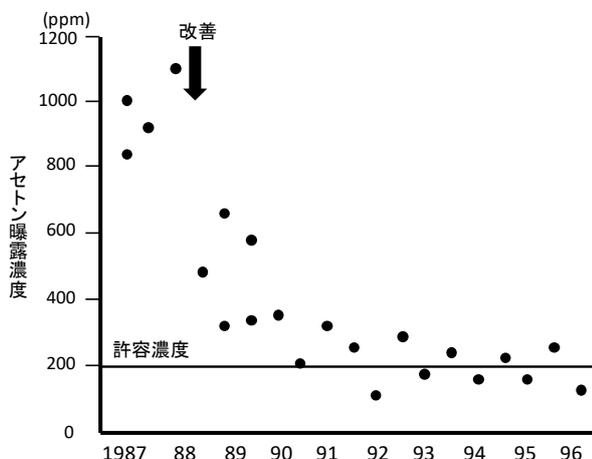


図6.6 合金製造工場でのアセトン曝露濃度の推移
（文献6-9より）

その結果、アセトン曝露濃度は徐々に低下し、ほぼ許容濃度程度となった（図 6.6 の 1992 年以降）。

この事例では、個人曝露測定結果に基づき作業環境管理と作業管理を実施し、改善に一応成功した。上記のように、本来、作業環境管理とは工学的対策などにより気中有害物質濃度を低下させることである。また、作業管理とは作業方法の改善や保護具の着用などの個人的対策により有害物質の体内取り込みを低下させることである。一方、気中濃度測定は、個人曝露測定であれ、作業環境測定であれ、現在の職場環境を評価するためのツールであり、それらの測定結果を受けてどのような管理をするかは様々である。それを固定的な関係で捉えようとするところに無理がある。

6-2-2 作業別曝露測定

また、「個人曝露測定は、それにより高い曝露が発見されても、それが直ちに問題となる因子の発見につながることは少なく、多くの場合、対策を検討するために再度行動範囲内の各地点の気中濃度の測定を行って、問題点を探さなければならない」という考え方があ（文献 6-8）。作業環境測定では、A 測定により作業場の中で高濃度になる場所がわかるし、B 測定により高濃度になる作業が分かるので、原因が特定しやすいが、個人曝露測定では 8 時間の平均濃度がわかるだけなので、どこに問題があったかがわからないというものである。しかし、原因を特定するのであれば、作業別の曝露濃度を測定すればいいのである。

鉛釉薬を使用する七宝焼製造工場において、鉛の 8 時間平均曝露濃度を測定したところ、 $0.05\sim 0.24\text{ mg/m}^3$ と許容濃度（日本産業衛生学会 0.1 mg/m^3 ）を超えるケースがあった。工程を検討したところ、鉛に曝露される可能性のある作業として次の 4 つが考えられた。①電気炉での鉛釉薬の溶融作業、②鉛釉薬の振り掛け作業、③グラインダによる研磨作業、④バフ掛け作業である。これらの作業ごとにフィルターを交換して作業別曝露濃度を測定した。ただし、作業②は作業①と組み合わせて行われるため、作業②のみを取り出すことができず、作業①+②での曝露濃度測定となった。結果を表 6.2 に示す。作業①では許容濃度の約 1/3 であるが、作業①+②では許容濃度の約 3 倍であり、作業②で高い鉛曝露があることがわかった。また、作業③および作業④でも許容濃度を超過しており、やはり高い鉛曝露があることがわかった。そこで、作業②、③および④について、囲い式の局所排気装置を設置した（作業環境管理）。対策後、作業別の曝露濃度を測定したが、いずれも許容濃度以下であった（表 6.2）。さらに、8 時間平均曝露濃度を測定し、 $0.03\sim 0.09\text{ mg/m}^3$ と許容濃度以下であることを確認した。

以上が作業別曝露濃度を測定して改善

表6.2 七宝焼きにおける鉛の作業別曝露濃度

作業	鉛曝露濃度 (mg/m ³)	
	改善前	改善後
①電気炉	0.03	0.01
②電気炉 + ②釉薬の振掛け	0.30	0.01
③グラインダ	0.10	0.07
④バフ掛け	0.20	0.03

(文献6-9より)

に繋げる手法であるが、特に新規性のあるものではなく、従来から用いられているものである。この作業別曝露測定は B 測定と類似している。作業環境測定に A 測定と B 測定があるように、個人曝露測定にも 8 時間曝露測定だけでなく、作業別曝露測定を導入すれば高濃度曝露の原因の特定ができるのである。

6-2-3 リアルタイム測定器による測定

近年、半導体センサーなどを利用した気中有害物質濃度測定器が開発されている。これらの測定器の中には、気中有害物質濃度をリアルタイムで測定して表示するとともに、内部のメモリーに記憶できるものもある。図 6.7 は *n*-ヘキサン取り扱い作業者にリアルタイム測定器を装着して 30 秒間平均曝露濃度を連続的に測定したものである。勤務時間帯の平均濃度は 195ppm であるが、その間に 1000ppm を超える短時間の高濃度曝露が 10 回起きていることがわかる。いずれもヘキサンの入った加熱容器の蓋を開けての作業、あるいはタンクからのヘキサンの取り出し作業である。このようにリアルタイム測定器を使用すれば、高濃度曝露を伴う作業がわかり、改善対策のポイントが明確になる。

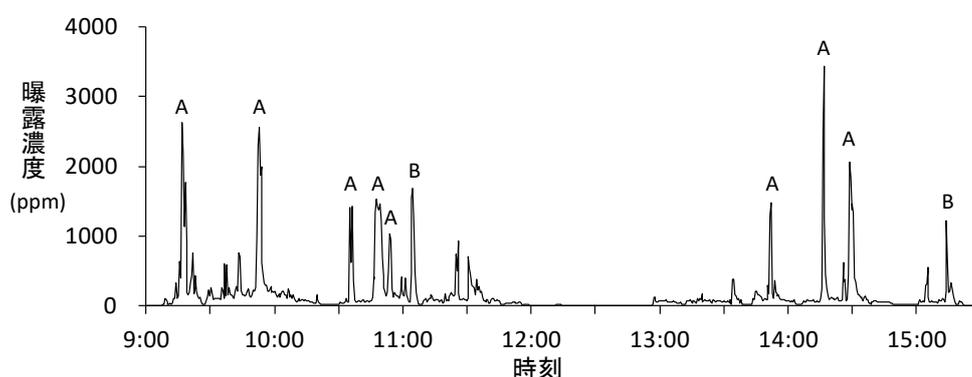


図6.7 *n*-ヘキサン取り扱い作業者の曝露濃度(30秒間平均値)の変動

- A: ヘキサンの入った加熱容器の蓋を開けての作業
- B: タンクからのヘキサンの取り出し作業

第6章の参考文献

- 6-1 中央労働災害防止協会. 個人ばく露量測定の方法論に関する研究報告書. 東京: 中央労働災害防止協会, 1978.
- 6-2 日本作業環境測定協会. 作業場における気中有害物質の規制のあり方についての検討結果, 第1次報告書. 東京: 日本作業環境測定協会, 1980.
- 6-3 山室堅治, 小堀衛, 菅野誠一郎, 櫻井治彦. 有機溶剤業務の作業環境濃度とばく露濃度の関係について. 第47回日本労働衛生工学会講演集 2007:58-59.
- 6-4 輿重治. 作業環境の管理基準の妥当性について. 作業環境 1984;5(5):56-60.
- 6-5 鶴飼博彦. 拡散型サンプラーの作業現場への適用. 労働衛生工学 1991;30:20-26.
- 6-6 滝沢顕彦, 浦島幸昌, 工藤光弘, 松村博, 郡義夫, 石塚久美, 蓮沼秀信. 鉛取扱作業場の環境調査に関する一考察, その変遷事例と現状の問題点について. 作業環境 1988;9(2):58-66.
- 6-7 Cherrie JW. The beginning of the science underpinning occupational hygiene. Ann Occup Hyg 2003;47:179-185.
- 6-8 日本作業環境測定協会. 作業環境測定のための労働衛生の知識. 東京: 日本作業環境測定協会, 2008.
- 6-9 熊谷信二, 松永一朗, 田淵武夫, 平田衛. 個人曝露評価を用いた作業環境管理. 作業環境 2003;24(3):54-57

第6章のまとめ

単位作業場所の管理区分と個人曝露濃度の関係

作業環境濃度と個人曝露濃度には正の相関はあるが、差が大きいケースでは、10倍の違いがある

作業環境濃度は作業場内の有害物質濃度を示すもの

個人曝露濃度は作業者が曝されている空気中の有害物質濃度を示すもの

気中濃度測定と労働衛生管理

3 管理における測定の位置付け

作業環境測定 = 作業環境管理および作業管理のための測定

個人曝露測定 = 作業環境管理および作業管理のための測定

今後の気中濃度測定制度

①作業環境測定、②個人曝露測定、③改善のための測定の中から選択して実施する

そうすることで、その時その現場で本当に必要な測定を行うことができるようになる

また、より効率的な労働衛生管理が進む

付録・資料

付録

付録 1 正規分布

1) 正規分布の確率密度関数の $-\infty$ から ∞ までの積分

まず標準正規分布について考えよう。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = I \text{ とすると、}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = I^2 \quad \text{式 A.1}$$

となる。上式の左辺は下記の 2 重積分の形にできる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dx dy$$

これは横 Δx および縦 Δy の四角形 (図 A.1 左) を底面とする高さ $\frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ の直方体の体積を加算して、 xy 平面全体を底面とする立体の体積を算出する式である。

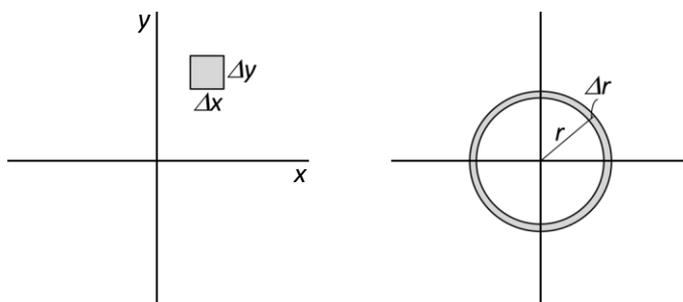
ところで、この立体の高さは $x^2 + y^2$ により決定されるので、原点からの距離 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ が同一であれば高さも同一である。したがって、原点を中心とする半径 r と半径 $r + \Delta r$ の同心円に挟まれた部分 (図 A.1 右) を底面とする立体の体積を算出して、それを $r = 0$ から無限大まで加算する方法でも体積を算出することができる。同心円に挟まれた部分の面積は $2\pi r \Delta r$ なので、体積は次式で算出できる。

$$\int_0^{\infty} 2\pi r \times \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} dr = \int_0^{\infty} r e^{-\frac{r^2}{2}} dr = [-e^{-\frac{r^2}{2}}]_0^{\infty} = 1 \quad \text{式 A.2}$$

式 A.1 と式 A.2 は同一の立体の体積を算出しており、したがって $I^2 = 1$ であり、 $I = 1$ となる。ゆえに

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1 \quad \text{式 A.3}$$

となる。



図A.1 xy 平面全体を底面とする立体の体積を積分により算出する場合の底面の分割法

一般の正規分布の場合は次式となる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

ここで $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$ とおくと、 $dz = \frac{1}{\sigma} dx$ となり、次式に変換される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

式 A.3 より上式の値は 1 となる。したがって

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad \text{式 A.4}$$

となる。

2) 正規分布の平均

一般に、連続変数 x の平均は、確率密度関数を $f(x)$ とすると $\int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$ で算出される (2-2-2 参照)。標準正規分布の平均は次式のように 0 になる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \left[-\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_{-\infty}^{\infty} = 0 \quad \text{式 A.5}$$

一般の正規分布の平均は次式で算出される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

ここで $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$ とおくと、 $dz = \frac{1}{\sigma} dx$ となり、次式に変換される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma z + \mu}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

式 A.5 より第 1 項は 0、式 A.3 より第 2 項は μ なので、上式の値は μ となる。よって

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \mu \quad \text{式 A.6}$$

となる。したがって、平均 = μ である。

3) 正規分布の分散

一般に、連続変数 x の分散は、確率密度関数を $f(x)$ とすると $\int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx$ で算出される (2-2-2 参照)。標準正規分布の分散は次式のように 1 になる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \left[-\frac{x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1 \quad \text{式 A.7}$$

一般の正規分布の分散は次式で算出される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

ここで $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$ とおくと、 $dz = \frac{1}{\sigma} dx$ となり、次式に変換される。

$$\sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z^2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

式 A.7 より上式の値は σ^2 となる。よって

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2$$

式 A.8

となり、したがって分散 = σ^2 である。

付録 2 対数正規分布

1) 対数正規分布の確率密度関数の0から ∞ までの積分

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

ここで $z = \log_e x$ とおくと、 $dz = \frac{1}{x} dx$ となり、次式に変換される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz$$

この式は平均 = $\log_e \mu_g$ 、標準偏差 = $\log_e \sigma_g$ の正規分布の確率密度関数の $-\infty$ から ∞ までの積分であり 1 となる。したがって

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx = 1 \quad \text{式 A.9}$$

である。

2) 対数正規分布の平均

対数正規分布の平均は次式で算出できる。

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

ここで $z = \log_e x$ とおくと、 $dz = \frac{1}{x} dx$ となり、次式に変換される。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^z}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2 - 2z(\log_e \sigma_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2))^2 - (2 \log_e \mu_g (\log_e \sigma_g)^2 + (\log_e \sigma_g)^4)}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2))^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \end{aligned}$$

積分記号内の関数は平均 $(\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の確率密度関数であり、積分値は 1 となる。よって

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx = e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)} \quad \text{式 A.10}$$

となる。したがって、平均 = $e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)}$ である。常用対数を使うと、平均 = $10^{(\log_{10} \mu_g + 1.151(\log_{10} \sigma_g)^2)}$ となる。

3) 対数正規分布の分散

対数正規分布の分散は次式で算出できる。

$$\int_0^{\infty} \frac{(x-\mu)^2}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

式 A.10 より、 $\mu = e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)}$ なので代入すると

$$\int_0^{\infty} \frac{(x - e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)})^2}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx$$

となる。ここで $z = \log_e x$ とおくと、 $dz = \frac{1}{x} dx$ となり、次式に変換される。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^z - e^{(\log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)})^2}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2z} + e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)z} - 2e^{(z + \log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)z}}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{2z} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)z} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{(z + \log_e \mu_g + \frac{1}{2}(\log_e \sigma_g)^2)z} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \end{aligned}$$

第 1 項は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2))^2 - (4 \log_e \mu_g (\log_e \sigma_g)^2 + 4(\log_e \sigma_g)^4)}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\ &= e^{(2 \log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2)z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2))^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \end{aligned}$$

積分記号内の関数は平均 $(\log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2)$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の確率密度関数であり、積分値は 1 となる。したがって

$$\text{第 1 項} = e^{(2 \log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2)z}$$

となる。

第 2 項は定数部分を前に出すと次のようになる。

$$e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz$$

積分記号内の関数は平均 $\log_e \mu_g$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の確率密度関数であり、積分値は 1 となる。したがって、

$$\text{第 2 項} = e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)z}$$

となる。

第 3 項は次のように変形できる。

$$\begin{aligned}
& - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - \log_e \mu_g)^2 - 2(\log_e \sigma_g)^2 z - 2(\log_e \sigma_g)^2 \log_e \mu_g - (\log_e \sigma_g)^4}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\
& = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2))^2 - 4(\log_e \sigma_g)^2 \log_e \mu_g - 2(\log_e \sigma_g)^4}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz \\
& = -2e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(z - (\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2))^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dz
\end{aligned}$$

積分記号内の関数は平均 $\log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2$ および標準偏差 $\log_e \sigma_g$ の正規分布の確率密度関数であり、積分値は 1 となる。したがって

$$\text{第 3 項} = -2e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)}$$

となる。

以上より

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} \frac{(x - \mu)^2}{\sqrt{2\pi} x \log_e \sigma_g} e^{-\frac{(\log_e x - \log_e \mu_g)^2}{2(\log_e \sigma_g)^2}} dx \\
& = e^{(2 \log_e \mu_g + 2(\log_e \sigma_g)^2)} + e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} - 2e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} \\
& = e^{2 \log_e \mu_g} (e^{2(\log_e \sigma_g)^2} - e^{(\log_e \sigma_g)^2}) \\
& = e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} (e^{(\log_e \sigma_g)^2} - 1)
\end{aligned}$$

式 A.11

となる。したがって、分散 $= e^{(2 \log_e \mu_g + (\log_e \sigma_g)^2)} (e^{(\log_e \sigma_g)^2} - 1)$ である。

資料 1 作業環境評価基準

(昭和 63 年 9 月 1 日労働省告示第 79 号, 2023 年 3 月 1 日現在)

(改定されることがあるので、中央労働災害防止協会・安全衛生情報センターの web サイト (<http://www.jaish.gr.jp/index.html>) で確認すること)

労働安全衛生法(昭和 47 年法律第 57 号)第 65 条の 2 第 2 項の規定に基づき、作業環境評価基準を次のように定める。

(適用)

第 1 条 この告示は、労働安全衛生法第 65 条第 1 項の作業場のうち、労働安全衛生法施行令(昭和 47 年政令第 318 号)第 21 条第 1 号、第 7 号、第 8 号及び第 10 号に掲げるものについて適用する。

(測定結果の評価)

第 2 条 労働安全衛生法第 65 条の 2 第 1 項の作業環境測定の結果の評価は、単位作業場所(作業環境測定基準(昭和 51 年労働省告示第 46 号)第 2 条第 1 項第 1 号に規定する単位作業場所をいう。以下同じ。)ごとに、次の各号に掲げる場合に依り、それぞれ当該各号の表の下欄に掲げるところにより、第 1 管理区分から第 3 管理区分までに区分することにより行うものとする。

- 1 A測定(作業環境測定基準第 2 条第 1 項第 1 号から第 2 号までの規定により行う測定(作業環境測定基準第 10 条第 4 項、第 10 条の 2 第 2 項、第 11 条第 2 項及び第 13 条第 4 項において準用する場合を含む。)をいう。以下同じ。)のみを行った場合

管理区分	評価値と測定対象物に係る別表に掲げる管理濃度との比較の結果
第 1 管理区分	第 1 評価値が管理濃度に満たない場合
第 2 管理区分	第 1 評価値が管理濃度以上であり、かつ、第 2 評価値が管理濃度以下である場合
第 3 管理区分	第 2 評価値が管理濃度を超える場合

- 2 A測定及びB測定(作業環境測定基準第 2 条第 1 項第 2 号の 2 の規定により行う測定(作業環境測定基準第 10 条第 4 項、第 10 条の 2 第 2 項、第 11 条第 2 項及び第 13 条第 4 項において準用する場合を含む。)をいう。以下同じ。)を行った場合

管理区分	評価値又は B 測定の測定値と測定対象物に係る別表に掲げる管理濃度との比較の結果
第 1 管理区分	第 1 評価値及び B 測定の測定値(2 以上の測定点において B 測定を実施した場合には、そのうちの最大値。以下同じ。)が管理濃度に満たない場合
第 2 管理区分	第 2 評価値が管理濃度以下であり、かつ、B 測定の測定値が管理濃度の 1.5 倍以下である場合(第 1 管理区分に該当する場合を除く。)
第 3 管理区分	第 2 評価値が管理濃度を超える場合又は B 測定の測定値が管理濃度の 1.5 倍を超える場合

- 2 測定対象物の濃度が当該測定で採用した試料採取方法及び分析方法によって求められる定量下限の値に満たない測定点がある単位作業場所にあつては、当該定量下限の値を当該測定点における測定値とみなして、前項の区分を行うものとする。

- 3 測定値が管理濃度の10分の1に満たない測定点がある単位作業場所にあつては、管理濃度の10分の1を当該測定点における測定値とみなして、第1項の区分を行うことができる。
- 4 労働安全衛生法施行令別表第6の2第1号から第47号までに掲げる有機溶剤（特定化学物質障害予防規則（昭和47年労働省令第39号）第36条の5において準用する有機溶剤中毒予防規則（昭和47年労働省令第36号）第28条の2第1項の規定による作業環境測定の結果の評価にあつては、特定化学物質障害予防規則第2条第1項第3号の2に規定する特別有機溶剤を含む。以下この項において同じ。）を2種類以上含有する混合物に係る単位作業場所にあつては、測定点ごとに、次の式により計算して得た換算値を当該測定点における測定値とみなして、第1項の区分を行うものとする。この場合において、管理濃度に相当する値は、1とするものとする。

$$C = \frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} + \dots$$

この式において、 C 、 C_1 、 C_2 …及び E_1 、 E_2 …は、それぞれ次の値を表すものとする。

C 換算値

C_1 、 C_2 … 有機溶剤の種類ごとの測定値

E_1 、 E_2 … 有機溶剤の種類ごとの管理濃度

（評価値の計算）

第3条 前条第1項の第1評価値及び第2評価値は、次の式により計算するものとする。

$$\log EA_1 = \log M_1 + 1.645 \sqrt{\log^2 \sigma_1 + 0.084}$$

$$\log EA_2 = \log M_1 + 1.151 (\log^2 \sigma_1 + 0.084)$$

これらの式において、 EA_1 、 M_1 、 σ_1 及び EA_2 は、それぞれ次の値を表すものとする。

EA_1 第1評価値

M_1 A測定の測定値の幾何平均値

σ_1 A測定の測定値の幾何標準偏差

EA_2 第2評価値

- 2 前項の規定にかかわらず、連続する2作業日（連続する2作業日について測定を行うことができない合理的な理由がある場合にあつては、必要最小限の間隔を空けた2作業日）に測定を行ったときは、第1評価値及び第2評価値は、次の式により計算することができる。

$$\log EA_1 = \frac{\log M_1 + \log M_2}{2} + 1.645 \sqrt{\frac{\log^2 \sigma_1 + \log^2 \sigma_2}{2} + \frac{(\log M_1 - \log M_2)^2}{2}}$$

$$\log EA_2 = \frac{\log M_1 + \log M_2}{2} + 1.151 \left\{ \frac{\log^2 \sigma_1 + \log^2 \sigma_2}{2} + \frac{(\log M_1 - \log M_2)^2}{2} \right\}$$

これらの式において、 EA_1 、 M_1 、 M_2 、 σ_1 、 σ_2 及び EA_2 は、それぞれ次の値を表すものとする。

EA_1 第1評価値

M_1 1日目のA測定の測定値の幾何平均値

M_2 2日目のA測定の測定値の幾何平均値

σ_1 1日目のA測定の測定値の幾何標準偏差

σ_2 2日目のA測定の測定値の幾何標準偏差

EA_2 第2評価値

第4条（C測定・D測定関係、省略）

別表（管理濃度、省略）

資料 2 日本産業衛生学会の「許容濃度等の勧告（2022 年度）」

（前文および化学物質の許容濃度の説明文のみ抜粋，産衛誌 2022;64:253 より）

（改定されることがあるので、日本産業衛生学会の web サイト（<https://www.sanei.or.jp/>）で確認すること）

ここに述べる有害物質の許容濃度、生物学的許容値、騒音、衝撃騒音、高温、寒冷、全身振動、手腕振動、電場・磁場および電磁場、紫外放射の各許容基準は、職場におけるこれらの環境要因による労働者の健康障害を予防するための手引きに用いられることを目的として、日本産業衛生学会が勧告するものである。

許容濃度等の性格および利用上の注意

1. 許容濃度等は、労働衛生についての十分な知識と経験をもった人々が利用すべきものである。
2. 許容濃度等は、許容濃度等を設定するに当たって考慮された曝露時間、労働強度を越えている場合には適用できない。
3. 許容濃度等は、産業における経験、人および動物についての実験的研究から得られた多様な知見に基礎を置いており、許容濃度等の設定に用いられた情報の量と質は必ずしも同等のものではない。
4. 許容濃度等を決定する場合に考慮された生体影響の種類は物質等によって異なり、ある種のものでは、明瞭な健康障害に、また他のものでは、不快、刺激、中枢神経抑制などの生体影響に根拠が求められている。従って、許容濃度等の数値は、単純に、毒性の強さの相対的比較の尺度として用いてはならない。
5. 人の有害物質等への感受性は個人毎に異なるので、許容濃度等以下の曝露であっても、不快、既存の健康異常の悪化、あるいは職業病の発生を防止できない場合がありうる。
6. 許容濃度等は、安全と危険の明らかな境界を示したものと考えるてはならない。従って、労働者に何らかの健康異常がみられた場合に、許容濃度等を越えたことのみを理由として、その物質等による健康障害と判断してはならない。また逆に、許容濃度等を越えていないことのみを理由として、その物質等による健康障害ではないと判断してはならない。
7. 許容濃度等の数値を、労働の場以外での環境要因の許容限界値として用いてはならない。
8. 許容濃度等は、有害物質等および労働条件の健康影響に関する知識の増加、情報の蓄積、新しい物質の使用などに応じて改訂・追加されるべきである。
9. 許容濃度等の勧告をより良いものにするために、個々の許容濃度等に対する科学的根拠に基づいた意見が、各方面から提案されることが望ましい。
10. 許容濃度等の勧告を転載・引用する場合には、誤解・誤用を避けるために、「許容濃度等の性格および利用上の注意」および「化学物質の許容濃度」や「生物学的許容値」等に記述してある定義等も、同時に転載・引用することを求める。

I. 化学物質の許容濃度

1. 定義

許容濃度とは、労働者が 1 日 8 時間、週間 40 時間程度、肉体的に激しくない労働強度で有害物質に曝露される場合に、当該有害物質の平均曝露濃度がこの数値以下であれば、ほとんどすべての労働者に健康上の悪い影響が見られないと判断される濃度である。曝露時間が短い、あるいは労働強度が弱い場合でも、許容濃度を越える曝露は避けるべきである。なお、曝露濃度とは、呼吸保護具を装着していない状態で、労働者が作業中に吸入するであろう空気中の当該物質の濃度である。労働時間が、作業内容、作業場所、あるいは曝露の程度に従って、いくつかの部分に分割され、それぞれの部分における平均曝露濃度あるいはその推定値がわかっている場合には、それらに時間の重みをかけた平均値をもって、全体の平均曝露濃度あるいはその推定値とすることができる。

最大許容濃度とは、作業中のどの時間をとっても曝露濃度がこの数値以下であれば、ほとんどすべての労働者に健康上の悪い影響が見られないと判断される濃度である。一部の物質の許容濃度を最大許容濃度

として勧告する理由は、その物質の毒性が、短時間で発現する刺激、中枢神経抑制等の生体影響を主とするためである。最大許容濃度を超える瞬間的な曝露があるかどうかを判断するための測定は、厳密には非常に困難である。実際には最大曝露濃度を含むと考えられる 5 分程度までの短時間の測定によって得られる最大の値を考えればよい。

2. 濃度変動の評価

曝露濃度は、平均値の上下に変動するが、許容濃度は変動の幅があまり大きくない場合に利用されるべきものである。どの程度の幅の変動が許容されるかは物質によって異なる。特に注記のない限り、曝露濃度が最大になると予想される時間を含む 15 分間の平均曝露濃度が、許容濃度の数値の 1.5 倍を越えないことが望ましい。

3. 経皮吸収

表 I-1、I-2 で経皮吸収欄に「皮」をつけてある物質は、皮膚と接触することにより、経皮的に吸収される量が全身への健康影響または吸収量からみて無視できない程度に達することがあると考えられる物質である。許容濃度は、経皮吸収がないことを前提として提案されている数値であることに注意する。

4. 有害物質以外の労働条件との関連

許容濃度を利用するにあたっては、労働強度、温熱条件、放射線、気圧などを考慮する必要がある。これらの条件が負荷される場合には、有害物質の健康への影響が増強されることがあることに留意する必要がある。

5. 混合物質の許容濃度

表 I-1、I-2 に表示された許容濃度の数値は、当該物質が単独で空气中に存在する場合のものである。2 種またはそれ以上の物質に曝露される場合には、個々の物質の許容濃度のみによって判断してはならない。現実的には、相加が成り立たないことを示す証拠がない場合には、2 種またはそれ以上の物質の毒性は相加されると想定し、次式によって計算される I の値が 1 を越える場合に、許容濃度を越える曝露と判断するのが適当である。

$$I = \frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2} + \dots + \frac{C_i}{T_i} + \dots + \frac{C_n}{T_n}$$

C_i = 各成分の平均曝露濃度

T_i = 各成分の許容濃度

統計学の基礎から学ぶ
作業環境評価・個人曝露評価

2023年1月公開

著者・著作権者 熊谷信二